Nombre de alumnos:

Fernanda Patricia Hernández Díaz

Nombre del profesor:

Rosario Gómez Lujano

Nombre del trabajo:

Probabilidad y teoría de conjuntos

Materia:

Estadística

Grado:

1er

Grupo:

"A"

Pichucalco, Chiapas a 26 de septiembre de 2020.

PROBABILIDAD

La probabilidad se refiere a la posibilidad de que un evento ocurra más o menos. Su idea surgió de la necesidad de medir la certeza o sospecha de si se produjo un hecho determinado. Muchos fenómenos de la naturaleza, como la caída libre de objetos en la superficie de la tierra puede predecirse mediante la ley de certeza. Por otro lado, otros son casualidad, aunque siempre ocurran en las mismas condiciones.

La probabilidad tiene modelos para fenómenos aleatorios (es decir, fenómenos que pueden predecirse con certeza) y estudiar sus consecuencias lógicas.

En el ejemplo del lanzamiento de una moneda, el evento básico es: "sacar cruz" o "sacar cara". Si la moneda no se estafa, la probabilidad de que ocurra cada evento básico es la misma.

EXPERIMENTO

Es cualquier proceso que proporciona datos numéricos o no numéricos. Un conjunto de elementos que representan todos los resultados posibles del experimento se denomina espacio muestral y se denota como S.

Un experimento que tiene las siguientes características es llamado experimento aleatorio o estadístico.

1. Todos los posibles resultados del experimento son conocidos antes de hacer una realización del experimento.
2. El resultado exacto en cualquier ejecución del experimento no es predecible (aleatoriedad)
3. El experimento puede ser repetido bajo (más o menos) idénticas condiciones.
4. Existe un patrón predictible a lo largo de muchas ejecuciones (regularidad estadística)

Algunos ejemplos de típicos experimentos aleatorios son:

- Lanzar una moneda y observar la cara
- Una bombilla manufacturada en una planta es expuesta a una prueba de vida y el tiempo de duración de una bombilla es registrado. En este caso no se conoce cuál será el tiempo de duración de la bombilla seleccionada, pero claramente se puede conocer de antemano que será un valor entre $0 y horas
- Un lote de N ítems que contiene D defectuosos es muestreado. Un ítem muestreado no se reemplaza, y se registra si el ítem muestreado es o no defectuoso. El proceso continua hasta que todos los ítems defectuosos sean encontrados.
- Seleccionar una planta de una parcela y observar si padece alguna enfermedad, es decir es sana o enferma

Algunos ejemplos de experimentos no estadísticos son:

- Seleccionar al azar un bus de ruta (no alimentador) de transmilenio y observar el color. Aquí no se cumple la condición (ii), ya que se puede predecir una ejecución del experimento, el color del bus.
- Seleccionar al azar un estudiante de un colegio masculino y observar su género. Aquí no se cumple la condición (ii), ya que se puede predecir una ejecución del experimento, el género del alumno

ESPACIO MUESTRAL

El espacio muestral consta de todos los resultados posibles de experimentos aleatorios. Es decir, consta de cada evento básico. El espacio muestral es parte del espacio de probabilidad. Como sugiere el nombre, consta de los elementos de la muestra. Por el contrario, el espacio de probabilidad contiene todos los elementos. Incluso si no se recogen en la muestra

Notación de espacio muestral

El espacio muestral está representado por la letra griega Ω (Omega). Consiste en todos los eventos básicos y / o compuestos de la muestra y, por lo tanto, es coherente con los eventos de seguridad. En otras palabras, el evento ocurrirá para siempre.

PUNTO MUESTRAL

Punto muestral (ω). Es un elemento de Ω, es decir un resultado particular del experimento. Ω = {ω1 2 3, , , ..., ωω ωn} .

El método del punto muestral:

Para calcular la probabilidad de un evento:

1. Definir el experimento.

2. Listar los eventos posibles (definir Ω, el espacio muestral).

3. Asignar probabilidades a cada punto muestral en Ω. Asegurarse de que la

suma de estas probabilidades sea igual a 1.

4. Definir el evento A como el conjunto de puntos de muestreo que satisfacen el

criterio en cuestión A ={ a_1, a_2,...}.

5. Calcular P(A) como la suma de las P($a_{i)}$.

Ejemplo: En una población de ratones con cinco individuos, dos de ellos están marcados. Si durante una sesión de trampeo se capturan dos individuos, ¿Cuál es la probabilidad de que los dos individuos capturados no tengan marca?

Identificando a los dos ratones con marca como M1 y M2 y a los tres sin marca S1, S2 S3, hay 10 pares posibles:

ω_1= M1 M2 ω_2 = M1 S1 ω_3= M1 S2

ω_4 = M1 S3 ω_5= M2 S1 ω_6 = M2S2

ω_7 = M2 S3 ω_8= S1 S2 ω_9 = S1 S3

ω_{10}= S2 S3

$\Omega = \{\omega_1 , \omega_2 , \omega_3 , \omega_4 , \omega_5 , \omega_6 , \omega_7 , \omega_8 , \omega_9 , \omega_{10} \}$

$P(\omega_i) = 1/10$

$A = \{ \omega_{8,} \omega_{9,} \omega_{10}\}$

P(A)= 3 /10= 0.333

EVENTO

Evento (A). Es un conjunto de posibles resultados del experimento. A es un subconjunto de Ω ($A \subset \Omega$).

Por ejemplo, al tirar un dado hay n = 6 resultados posibles. El espacio muestral es $\Omega = \{ \omega_{1,} \omega_{2,} \omega_{3,} \omega_{5,} \omega_{5,} \omega_6 \}$ donde ω_1 es el evento de sacar un 1, ω_2 es el evento de sacar un 2, ω_3 es el evento de sacar un 3. ω_4 es el evento de sacar un 4, ω_5 es el evento de sacar un 5 y ω_6 es el evento de sacar un 6. Si definimos A como el evento de sacar un número par, entonces $A = \{ \omega_{2,} \omega_{4,} \omega_6 \}$ por lo que

n(A) = 3   Y   P(A)= n(A) /n =3 / 6 =0.5

PROBABILIDAD CLASICA O TEORICA

Es el número de resultados favorables a la presentación de un evento dividido entre el número total de resultados posibles. Asignación de probabilidad "a priori", si necesidad de realizar el experimento.

La probabilidad clásica o teórica se aplica cuando cada evento simple del espacio muestral tiene la misma probabilidad de ocurrir.

$$\text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{número de resultados favorables al evento}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

$$\text{utilizando símbolos: } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

TECNICAS DE CONTEO

Las técnicas de conteo son estrategias matemáticas utilizadas en procesos estadísticos y de probabilidad que nos permiten determinar el número total de resultados que pueden resultar de combinaciones dentro de un conjunto o conjuntos de objetos. Este tipo de técnicas se utilizan cuando es prácticamente imposible o demasiado difícil combinar manualmente diferentes elementos y saber cuántos de ellos son posibles.

Este concepto es más fácil de entender con un ejemplo. Si tienes cuatro sillas, una amarilla, una roja, una azul y una verde, ¿cuántas combinaciones de tres puedes poner una al lado de la otra?

Este problema podría resolverse ejecutando manualmente combinaciones como azules, rojas y amarillas. Azul, amarillo y rojo; rojo, azul y amarillo, rojo, amarillo y azul... Sin embargo, esto puede llevar mucha paciencia y tiempo, y para eso usaríamos técnicas de conteo. En este caso se requiere una permutación.

Los tres métodos para calcular las probabilidades son la regla de la adición, la regla de la multiplicación.

- Regla de la adición

La regla de la adición o regla de la suma establece que la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento en particular es igual a la suma de las probabilidades individuales, si es 93 que los eventos son mutuamente excluyentes, es decir, que dos no pueden ocurrir al mismo tiempo.

P(A o B) = P(A) U P(B) = P(A) + P(B) si A y B son mutuamente excluyente. P(A o B) =

P(A) + P(B) − P(A y B) si A y B son no excluyentes.

Siendo: P(A) = probabilidad de ocurrencia del evento A. P(B) = probabilidad de ocurrencia del evento B. P(A y B) = probabilidad de ocurrencia simultánea de los eventos A y B.

- Regla de la multiplicación

La regla de la multiplicación establece que la probabilidad de ocurrencia de dos o más eventos estadísticamente independientes es igual al producto de sus probabilidades individuales.

P(A y B) = P(A B) = P(A)P(B) si A y B son independientes. P(A y B) = P(A B) = P(A)P(B|A) si A y B son dependientes

- La regla de Laplace establece que:

La probabilidad de ocurrencia de un suceso imposible es 0.

La probabilidad de ocurrencia de un suceso seguro es 1, es decir, P(A) = 1.

Para aplicar la regla de Laplace es necesario que los experimentos den lugar a sucesos equiprobables, es decir, que todos tengan o posean la misma probabilidad. La probabilidad de que ocurra un suceso se calcula así:

P(A) = Nº de casos favorables / Nº de resultados posibles

Esto significa que: la probabilidad del evento A es igual al cociente del número de casos favorables (los casos dónde sucede A) sobre el total de casos posibles.

TEOREMA DE BAYES

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso, entiende la probabilidad de forma inversa al teorema de la probabilidad total, Bayes calcula la probabilidad de A condicionado a B.

Fórmula del teorema de Bayes Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. La fórmula se define matemáticamente como:

$$P[A_n/B] = \frac{P[B/A_n] \cdot P[A_n]}{\sum P[B/A_i] \cdot P[A_i]}$$

Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total. En cualquier caso, aunque la fórmula parezca un poco abstracta, es muy sencilla. Para demostrarlo, utilizaremos un ejemplo en el que en lugar de A(1), A(2) y A(3), utilizaremos directamente A, B y C.

Resuelve los siguientes ejercicios

1.-¿ Cuál es la probabilidad de obtener un numero mayor que 3 en el lanzamiento de un dado?

Si E: 4, 5, 6, entonces el número de resultados favorables es n (E) = 3. Si S: 1, 2, 3, 4, 5, 6, entonces el número total de resultados posibles es (S) = 6. Por lo tanto:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0\text{-}5$$

2.-¿ Cuál es la probabilidad de sacar al azar una canica roja de una bolsa que contiene 3 canicas negras, 5 amarillas y 2 rojas?

P(E)=2/10= 0.2