Nombre de alumno: Selene Mancilla Avelar

Nombre del profesor: Rosario Gómez

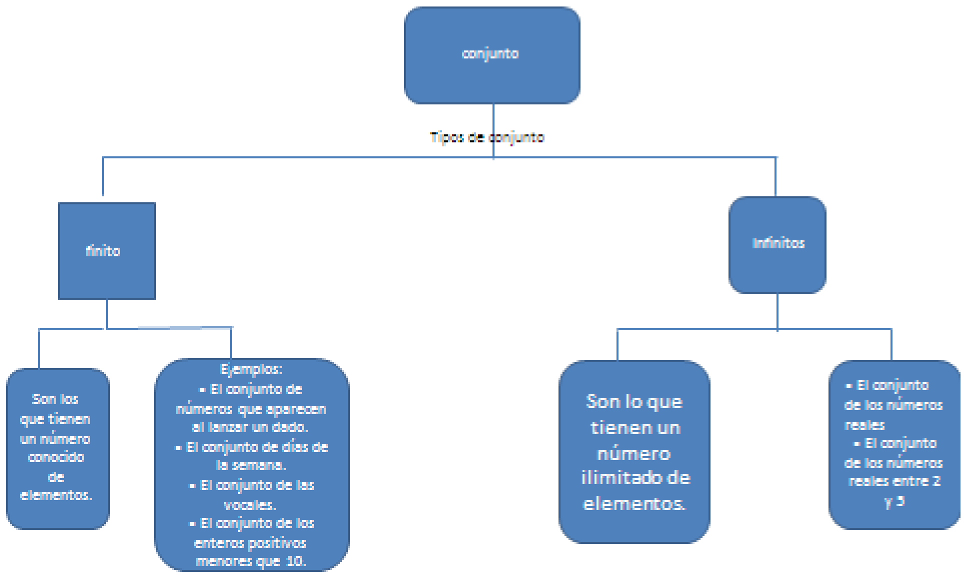
Nombre del trabajo: Probabilidad y teoría de los conjuntos

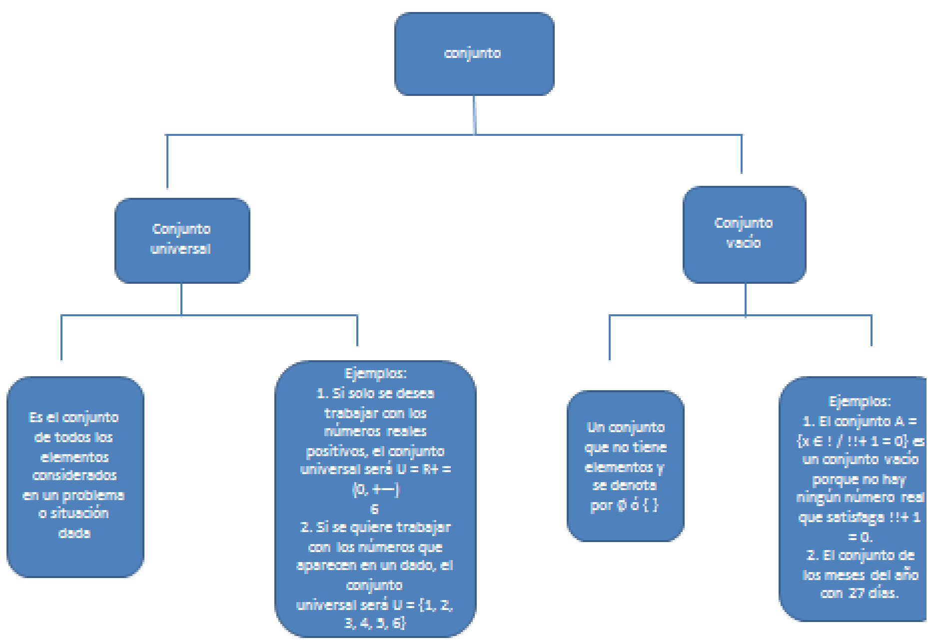
Materia: Estadística

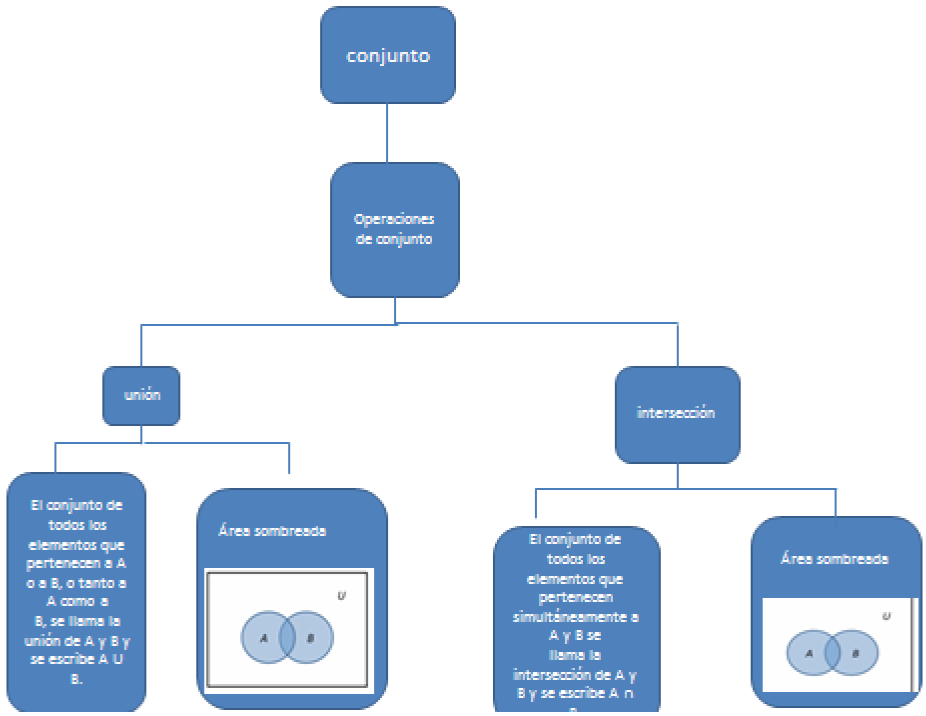
Grado: 1er semestre psicología

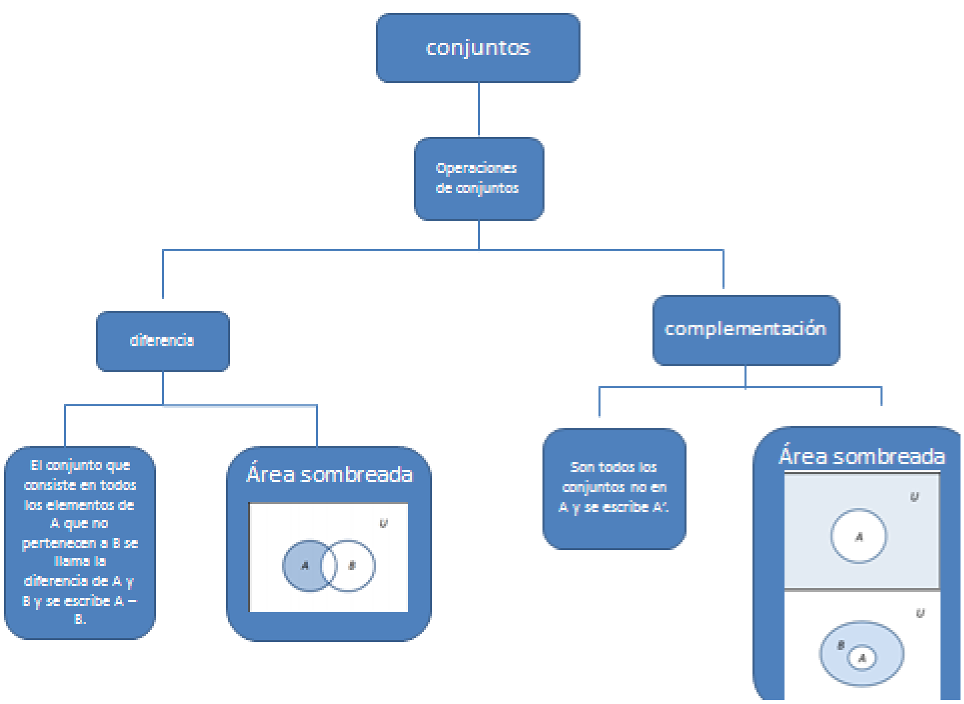
Grupo: semiescolarizado

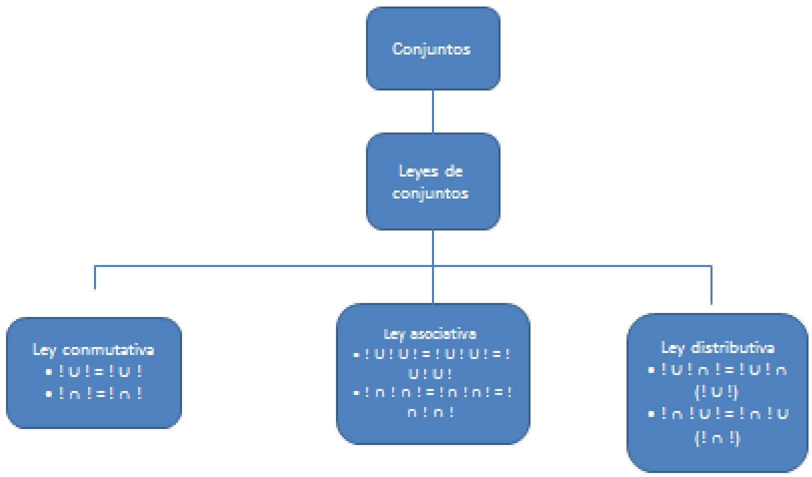
PICHUCALCO CHIAPAS 17 DE OCTUBRE DEL 2020.


conjunto
Tipos de conjunto
finito
Infinitos
Son los que tienen un número conocido de elementos.
Ejemplos:
▪ El conjunto de números que aparecen al lanzar un dado.
▪ El conjunto de días de la semana.
▪ El conjunto de las vocales.
▪ El conjunto de los enteros positivos menores que 10.
Son lo que tienen un número ilimitado de elementos.
▪ El conjunto de los números reales
▪ El conjunto de los números reales entre 2 y 3


conjunto
Conjunto universal
Conjunto vacío
Es el conjunto de todos los elementos considerados en un problema o situación dada
Ejemplos:
1. Si solo se desea trabajar con los números reales positivos, el conjunto universal será U = R+ = (0, +—)
6
2. Si se quiere trabajar con los números que aparecen en un dado, el conjunto universal será U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Un conjunto que no tiene elementos y se denota por ∅ ó { }
Ejemplos:
1. El conjunto A = {x ∈ ! / !!+ 1 = 0} es un conjunto vacío porque no hay ningún número real que satisfaga !!+ 1 = 0.
2. El conjunto de los meses del año con 27 días.

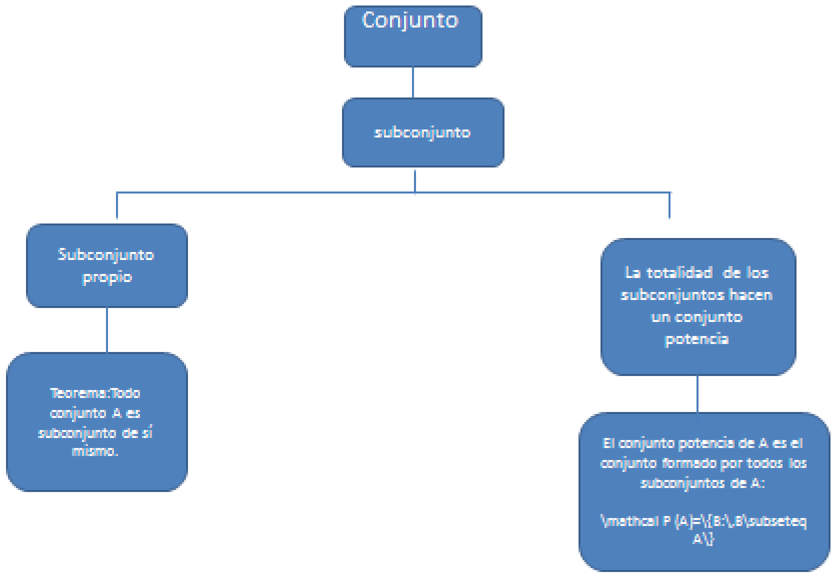

conjunto
Operaciones de conjunto
unión
intersección
El conjunto de todos los elementos que pertenecen a A o a B, o tanto a A como a B, se llama la unión de A y B y se escribe A U B.
Área sombreada
U
A
B
El conjunto de todos los elementos que pertenecen simultáneamente a A y B se llama la intersección de A y B y se escribe A ∩
Área sombreada
U
A
B


conjuntos
Operaciones de conjuntos
diferencia
complementación
El conjunto que consiste en todos los elementos de A que no pertenecen a B se llama la diferencia de A y B y se escribe A – B.
Área sombreada
U
A
B
Son todos los conjuntos no en A y se escribe A'.
Área sombreada
U
A
U
B
A



Son juntos universales están formados por todos los objetos de estudio en un contexto dado

En las matemáticas, un conjunto B es subconjunto de un conjunto A si B «está contenido» dentro de A. Recíprocamente, se dice que el conjunto A es un súper conjunto de B cuando B es un subconjunto de A



CONCEPTOS BASICOS DE LA PROBABILIDAD

El cálculo matemático que evalúa las posibilidades que existen de que una cosa suceda cuando interviene a la azar se puede calcular la probabilidad con una fracción que se llama regla de la place ponemos en el numerador el núm. De las cosas favorables y en el denominador el núm. De casos probables

Los conceptos básicos de probabilidad:

- Experimentos aleatorios. X
- El espacio maestral, sucesos elementales y compuestos. X
- Interpretaciones de la probabilidad: clásica, frecuentista y subjetiva.
- Propiedades de la probabilidad.
- La regla de multiplicación.
- Independencia.
- La ley de la probabilidad total.
- El teorema de Bayes.

Conceptos aleatorios: Un experimento aleatorio es el proceso de observar un

Fenómeno cuyos posibles resultados son inciertos.

Lanzar una moneda y observar si sale cara o cruz.

Ejemplo 2. Los resultados de los partidos de

Football de la próxima jornada.

Ejemplo 3. Los resultados de las próximas

Elecciones municipales.

Ejemplo 4. Los valores, al final del año, de

La inflación, la tasa de paro, etc.

Espacio muestral

Que denotamos por Ω, es el conjunto de

Todos los posibles resultados del experimento.

Si el experimento es lanzar la moneda una vez, el espacio muestral

Es Ω = {C, X} donde C denota cara y X denota cruz.

Si el experimento es lanzar la moneda dos veces, el espacio muestral es

Ω = {(C, C),(C, X),(X, C),(X, X)} donde, por ejemplo, (C, X) es el suceso

De que la primera tirada sea cara y la segunda cruz.

Sucesos elementales

Posibles resultados del experimento o componentes del

Espacio maestral, que denotaremos por ei,

En el caso de lanzar la moneda dos veces, los sucesos elementales

Son e1 = (C, C), e2 = (C, X), e3 = (X, C) y e4 = (X, X).

Suceso es un conjunto de sucesos elementales.

En el caso de lanzar la moneda dos veces, el suceso A =“sale

Exactamente una cara” es A = {(C, X),(X, C)}.

El suceso B = “la primera tirada es cara” es B = {(C, C),(C, X)}.

Dos sucesos importantes son:

El suceso seguro = Ω, es decir, todo el espacio maestral.

El suceso imposible = ∅, es decir, el conjunto vacío.

Suceso complementario

Contrario a A como A¯ = Ω \ A = {ei

: ei ∈/ A}.

I Ω = A ∪ A¯ y A ∩ A¯ = ∅.

En el caso de lanzar la moneda dos veces:

A = {(C, X),(X, C)}

B = {(C, C),(C, X)}

A¯ = {(C, C),(X, X)}

B¯ = {(X, C),(X, X)}

Interpretación clásica de la probabilidad:

La definición del experimento asegura que todos los sucesos elementales tienen la misma

Probabilidad de ocurrir. En este caso, se dice que el espacio maestral es

Equiprobable.

Si el espacio muestral es equiprobable y contiene k sucesos elementales,

$\Omega = \{e1, . . . , ek\}$

Luego se tiene

$Pr(ei) = 1/k$

Para $i = 1, 2, . . . , k$.

Para cualquier suceso A entonces, la probabilidad de A es

$Pr(A) = 1/k$

× Número de sucesos elementales en A.

Ejemplo:

Supongamos que se lanza una moneda equilibrada dos veces.

Luego hay cuatro sucesos elementales,

(C, C),(C, X),(X, C),(X, X)

y cada uno tiene probabilidad igual a 1/4.

La probabilidad de observar exactamente una cara (suceso A) es

$Pr(A) = Pr(\{(C, X),(X, C)\})$

$= 2 \times$

$1/4=1/2$

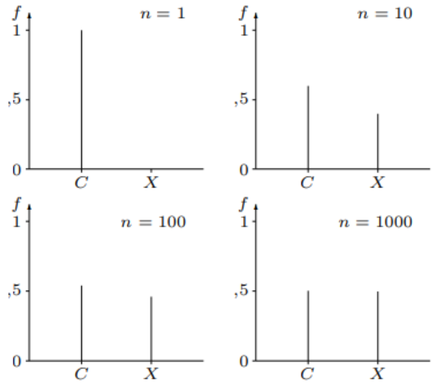
La probabilidad de que la primera tirada sea cara (suceso B) es

$Pr(B) = 2/4=1/2$

Interpretaciones frecuantistas de la probabilidad

Repetimos el experimento un número n de veces y calculamos las frecuencias relativas

de cada suceso elemental.



- En el ejemplo, se ve que las frecuencias relativas se acercan a un límite

Cuando se repite el experimento muchas de veces. El valor límite de la frecuencia

Es la probabilidad del suceso.

- Para un suceso A se escribe Pr(A) para representar su probabilidad.

- Utilizando las propiedades de frecuencias se puede deducir las siguientes

Propiedades básicas de las probabilidades:

Para cualquier suceso A, 0 ≤ Pr(A) ≤ 1.

Pr(A) = P

i:ei∈A Pr(ei)

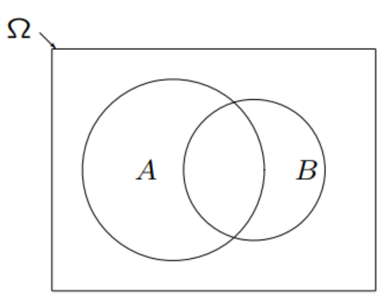
Pr(Ω) = 1

Si A y B son sucesos incompatibles (es decir que A y B = ϕ) entonces

Pr(A o B) = Pr(A) + Pr(B).

Propiedades de la probabilidad

En el caso más general, tenemos el siguiente diagrama Venn:

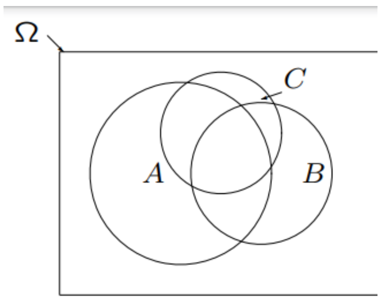


El ´área de A o B es igual a el ´área de A más el ´área de B menos el ´área de

A y B. Entonces, tenemos la ley de adición:

Pr(A o B) = Pr(A) + P r(B) − Pr(A y B)

Extensión de la ley.



Pr(A o B o C) = Pr(A) + Pr(B) + Pr(C)

− Pr(A y B) − Pr(B y C) − Pr(A y C)

+ Pr(A y B y C)

Formula de la probabilidad:

$$P_{(\text{suceso})} = \frac{\text{casos favorables (f)}}{\text{casos posibles (n)}}$$

Probabilidad clásica o teórica:

se aplica cuando cada evento simple del espacio maestral tiene la misma probabilidad de ocurrir.

Ejemplo:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3, en el lanzamiento de un dado? Si E: 4, 5, 6, entonces el número de resultados favorables es n (E) = 3.

Si S: 1, 2, 3, 4, 5, 6, entonces el número total de resultados posibles es (S) = 6.

Por lo tanto:

$$P\,(E) = \frac{n\,(E)}{n\,(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0\text{-}5$$

Técnicas de conteo

Permiten determinar el número total de resultados que pueden haber a partir de hacer combinaciones dentro de un conjunto o conjuntos de objetos.

Este tipo de técnicas se pueden dividir en dos grupos, en función de su complejidad, siendo uno conformado por el principio multiplicativo y el principio aditivo, y el otro, estando conformado por las combinaciones y las permutaciones.

Principio multiplicativo: Si un evento, llamémoslo N1, puede ocurrir de varias formas, y otro evento, N2, puede ocurrir de otras tantas, entonces, los eventos conjuntamente pueden ocurrir de N1 x N2 formas.

Este principio se utiliza cuando la acción es secuencial, es decir, está conformada por eventos que ocurren de forma ordenada, como son la construcción de una casa, el elegir los pasos de baile en una discoteca o el orden que se seguirá para preparar un pastel. Por ejemplo: En un restaurante, el menú consiste en un plato principal, un segundo y postre. De platos principales tenemos 4, de segundos hay 5 y de postres hay 3.

Entonces, N1 = 4; N2 = 5 y N3 = 3.

Así pues, las combinaciones que ofrece este menú serían 4 x 5 x 3 = 60

2.- principio aditivo: en vez de multiplicarse las alternativas para cada evento, lo que sucede es que se suman las varias formas en las que pueden ocurrir.

Esto quiere decir que si la primera actividad puede ocurrir de M formas, la segunda de N y la tercera L, entonces, de acuerdo a este principio, sería M + N + L.

Por ejemplo:

Queremos comprar chocolate, habiendo tres marcas en el supermercado: A, B y C.

El chocolate A se vende de tres sabores: negro, con leche y blanco, además de haber la opción sin o con azúcar para cada uno de ellos.

El chocolate B se vende de tres sabores, negro, con leche o blanco, con la opción de tener o no avellanas y con o sin azúcar.

El chocolate C se vende de tres sabores, negro, con leche y blanco, con opción de tener o no avellanas, cacahuete, caramelo o almendras, pero todos con azúcar.

En base a esto, la pregunta que se pretende responder es: ¿cuantas variedades distintas de chocolate se pueden comprar?

W = número de formas de seleccionar el chocolate A.

Y = número de formas de seleccionar el chocolate B.

Z = número de formas de seleccionar el chocolate C.

El siguiente paso consiste en una simple multiplicación.

W = 3 x 2 = 6.

Y = 3 x 2 x 2 = 12.

Z = 3 x 5 = 15.

W + Y + Z = 6 + 12 + 15 = 33 variedades de chocolate diferentes.

3- permutaciones: En las permutaciones, hay n cantidad de elementos distintos y se selecciona una cantidad de ellos, que sería r.

La fórmula que se utilizaría sería la siguiente: nPr = n!/(n-r)!

Por ejemplo:

Hay un grupo de 10 personas y hay un asiento en el que solo pueden caber cinco, ¿de cuántas formas se pueden sentar? Se haría lo siguiente:

10P5=10!/(10-5)!=10 x 9 x 8 x 7 x 6 = 30.240 formas diferentes de ocupar el banco.

4.- permutaciones con repeticiones: Teniéndose en cuenta que n son los elementos disponibles, algunos de ellos repetidos.

Se seleccionan todos los elementos n.

Se aplica la siguiente fórmula: = n!/n1!n2!...nP(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02

P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02

P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03

P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03

P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02

P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03

P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05k

!

Por ejemplo:

En un barco se pueden izar 3 banderas rojas, 2 amarillas y 5 verdes. ¿Cuántas señales diferentes se podrían hacer izando las 10 banderas que se tienen?

10!/3!2!5! = 2.520 combinaciones de banderas diferentes.

5.-combinaciones: a diferencia de lo que sucedía con las permutaciones, el orden de los elementos no es importante.

La fórmula a aplicar es la siguiente: nCr=n!/(n-r)!r!

Por ejemplo:

Un grupo de 10 personas quieren hacer limpieza en el barrio y se preparan para formar grupos de 2 miembros cada uno, ¿cuántos grupos son posibles?

En este caso, n = 10 y r = 2, así pues, aplicando la fórmula:

10C2=10!/(10-2)!2!=180 parejas distintas.

TEOREMA DE BAYES.

Es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso.

Formula:

$$P[A_n/B] = \frac{P[B/A_n] \cdot P[A_n]}{\sum P[B/A_i] \cdot P[A_i]}$$

Una empresa tiene una fábrica en Estados Unidos que dispone de tres máquinas A, B y C, que producen envases para botellas de agua. Se sabe que la máquina A produce un 40% de la cantidad total, la máquina B un 30% , y la máquina C un 30%. También se sabe que cada máquina produce envases defectuosos. De tal manera que la máquina A produce un 2% de envases defectuosos sobre el total de su producción, la máquina B un 3%, y la máquina C un 5%. Dicho esto, se plantean dos cuestiones:+

P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02

P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03

P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05

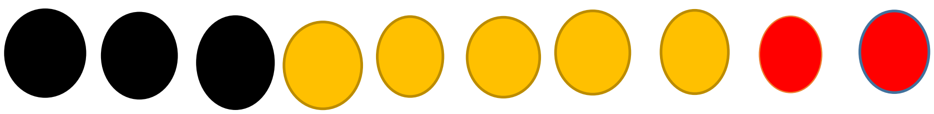
¿Cuál es la probabilidad de obtener un número mayor que 3 en el lanzamiento de un dado?

R: 3

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

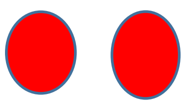
Cual es la probabilidad de sacar al azar una canica roja de una bolsa que contiene 3 canicas 5 amarillas y 2 rojas.

CASOS POSIBLES:



= 10

CASOS FAVORABLES



=2

La probabilidad de elegir una canica roja:

R= 2/10= .20x100= 20%

DISTRIBUCION PARA VARIABLES DISCRETAS.

(P) Las distribuciones de probabilidad son necesarias para realizar inferencia (extender) conclusiones respecto a una población a partir de la muestra.	**(N)** Podríamos mencionar que solo utiliza números enteros.	**(I)** Si la variable, es una variable discreta, (valores enteros), corresponderá a una distribución discreta, de los cuales existen. • Distribución binomial(eventos independientes) • Distribución de poisson(eventos independientes) • Distribución hipergeometrica(eventos dependientes)

DISTRIBUCION PARA VARIABLES CONTINUAS.

(P)	(N)	(I)
• Una **variable continua** es aquella que puede adoptar cualquier valor en el marco de un intervalo que ya está predeterminado. Entre dos de los valores, siempre puede existir otro valor intermedio, susceptible de ser tomado como valor por la **variable continua**.		• Para una *variable* continua hay infinitos valores posibles de la variable y entre cada dos de ellos se pueden definir infinitos valores más. En estas condiciones no es posible deducir la probabilidad de un valor puntual de la variable; como se puede hacer en el caso de *variables* discretas, pero es posible calcular la probabilidad acumulada hasta un cierto valor (función de distribución de probabilidad), y se puede analizar cómo cambia la probabilidad acumulada en cada punto (estos cambios no son probabilidades sino otro concepto: la función de densidad.

MUESTREO Y ESTIMACION APLICADA AL CONTROL ESTADISTICO DE PROCESOS.

(P)	(N)	(I)
• El objetivo del control estadístico de procesos (SPC, por sus siglas en inglés) es hacer predecible un proceso en el tiempo. Es una herramienta que ayuda en la toma de decisiones y facilita el proceso de mejora constante de una empresa • Algunos beneficios que se obtienen al aplicar Control Estadístico de Proceso: – Mejora de la Productividad al hacer predecible el comportamiento de los procesos. – Mejora de la Calidad de los Productos al poder reaccionar en tiempo real evitando defectos.	• Si no se utilizan o interpretan adecuadamente los gráficos de control o se toman datos erróneos se puede tener una gran ineficiencia en el control estadístico de proceso. Si se toma un muestreo del proceso existe un cierto porcentaje de error y de confiabilidad en todos esos elementos de muestra.	• La aplicación del SPC no solo se aplica en la industria de transformación. tualmente se usa como herramienta en procesos de investigación en áreas médicas, alimentos, nanotecnología • El muestreo estadístico es la herramienta que la Matemática utiliza para el estudio de las características de una población a través de una determinada parte de la misma. Muestra: parte de la población en la que miden las características estudiadas. • Existen cuatro factores que deben ser considerados al aplicar el proceso de control. Cantidad, Tiempo, Costo y Calidad.

FUNDAMENTOS TEORICOS DEL MUESTREO Y ESTIMACION DEL LIMITE CENTRAL.

(P)	(N)	(I)
• La teoría de muestreo se refiere al estudio de las relaciones que existen entre un colectivo o población y las muestras que se extraen de las mismas • El estudio de las muestras permite hacer estimaciones de características desconocidas de la población (tales como media, desviación típica, proporciones, etc).	• Necesidad del Muestreo. 1. Población Infinita 2. Población uniforme 3. Proceso de investigación destructiva 4. Economía de costos 5. Calidad	• Ventajas de la utilización de las muestras 1) El costo es menor y se puede obtener un mejor rendimiento del dinero invertido. 2) Se obtiene una disminución notable del tiempo necesario para alcanzar la información • Cuando una muestra posee 30 o más datos se denomina grandes muestras y si la muestra tiene menos de 30 observaciones se denomina pequeñas muestras. Al procedimiento utilizado para elegir una muestra se denomina Muestreo.