ANALISIS DE SISTEMAS Y SEÑALES

MTRO. JUAN JOSE OJEDA

INVESTIGACION DE LOS PUNTOS 1.3 AL 1.8 Y SUBTEMAS

20/09/2020

CHRISTIAN ACERO CRISTOBAL

INGENIERIA

EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

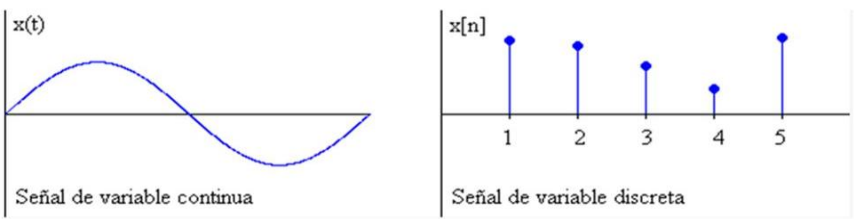
CLASIFICACIÓN DE LAS SEÑALES

Podemos dividir las señales según varios criterios. Los más usuales son:

Por el número de variables independientes:

Unidimensional	$y(t) = 3t - 5$
Multidimensional	$f(x, y) = x^2 + 3xy + 5$

Por la variable independiente: Según si los valores que toma la variable pertenecen a un conjunto continuo (Variable continua), o si pertenecen a un conjunto finito(Variable discreta); y éstas a su vez en analógicas y digitales las cuales se escribirán de la forma X(t)
y x[n]respectivamente. Un ejemplo de ambas sería:



En aquellos puntos en los que la señal de variable discreta no tenga valores, no se considera que la señal sea nula, sino que no está definida. A este tipo se señales las llamaremos secuencias.
No se debe confundir la señal de variable continua con una señal continua. Por ejemplo la siguiente señal no es continua, pero si es de variable continua:
Una definición puntual de las mencionadas anteriormente sería:
SEÑALES CONTINUAS
Por una señal continua entenderemos una función continua de una o varias dimensiones.
SEÑALES DISCRETAS
Las señales discretas se caracterizan por estar definidas solamente para un conjunto numerable de valores de la variable independiente. Se representan matemáticamente por secuencias numéricas. En la práctica suelen provenir de un muestreo periódico de una señal analógica.
SEÑALES ANALÓGICAS
Si una señal continua puede tomar cualquier valor en un intervalo continuo, entonces esa señal recibe el nombre de señal analógica.
SEÑALES DIGITALES Si una señal discreta x[n] puede tomar únicamente un número finito de valores distintos, recibe el nombre de señal digital.
Fuente: https://apuntes-de-analisis-de-sistemas.webnode.es/news/diferentes-tipos-de-señales-y-ejemplos/

Operaciones y transformaciones de las señales.
Desplazamiento en tiempo

Una señal x(t) que se retrasa por k segundos se representa como una versión desplazada hacia la derecha el eje t. Es decir: $\phi(t+k)=x(t)\phi(t+k)=x(t)$. o de otra forma:
$\phi(t)=x(t-k)\phi(t)=x(t-k)$

se podrá observar entonces que el signo determina el desplazamiento hacia:

- la derecha si se resta k
- la izquierda si se suma k

Escalamiento en tiempo

La compresión o expansión de la señal en el tiempo es conocida como escalamiento en el tiempo.

Considere la señal x(t) afectada en el tiempo por un factor de 2.
Se encuentra que:

$\phi(t2)=x(t)\phi(2t)=x(t)\phi(t)=x(2t)\phi(t)=x(2t)$
siguiendo con la señal del ejercicio anterior x(t)=sin(t)

Inversión en tiempo

Si la función resultante es x(-t), la señal x(t) se invierte rotando sobre el eje de las ordenadas (vertical).

En resumen, el efecto de transformar la variable independiente de una señal x(t) para obtener la señal modificada es de la forma:

$x(at+b)x(at+b)$
Con la transformación, la variable independiente conserva la forma de x(t). La señal puede ser:

- alargada linealmente cuando $|a| < 1$,
- comprimida si $|a| > 1$,
- invertida en el tiempo si $a < 0$, y
- desplazada en el tiempo si b es diferente de cero.
  - siendo desplazada a la derecha si se resta el valor de $|b|$
  - siendo desplazada a la izquierda si se suma el valor de $|b|$

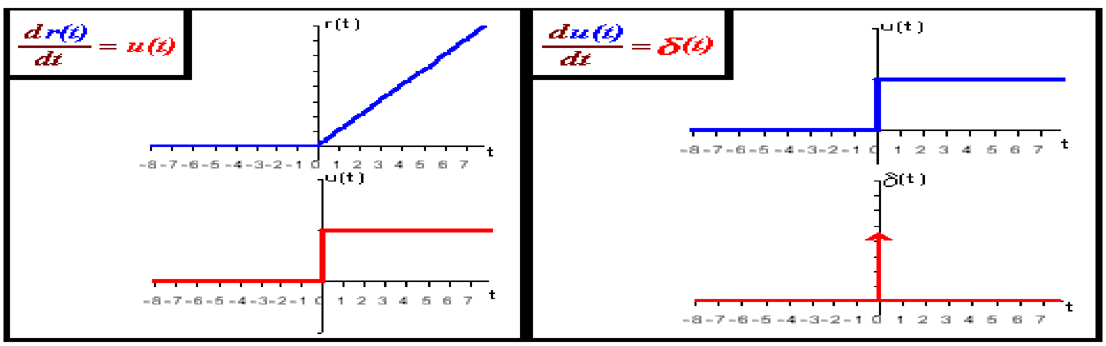
Primera Derivada de Señal Continua

En la primera derivada de una señal continua se debe considerar que dicha señal está compuesta por funciones Escalón y funciones Rampa. Cuando se derivada una función Rampa se obtiene como resultado una función Escalón; y cuando se deriva una función Escalón se obtiene una función Impulso o conocido como Delta de Dirac.

Esta operación, muy usada en el modelado de sistemas, la podemos interpretar como la velocidad de cambio de la señal. Gráficamente representa su pendiente.

Para el modelado de muchos sistemas se usan ecuaciones diferenciales,definidas

$$\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k y(t)}{dt^k} = \sum_{k=0}^{M} b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}$$



Fuente: http://www.unet.edu.ve/aula10c/Asenales/Unid01/cuarto06.htm

Escalamiento en la amplitud y en el tiempo.

Un ejemplo práctico de la operación (escalamiento en tiempo) sería:

Si x(t) es una señal de audio en una grabadora de cinta, x(2 t) sería la misma grabación pero reproducida al doble de la velocidad) y x(½ t) reproducida a la mitad de la velocidad.

Cuando se tiene la operación de escalamiento en tiempo acompañada de un desplazamiento, primero se debe escalar la señal y luego se debe desplazar. Estas operaciones tampoco son conmutativas entre sí.

Cuando se desee escalar en tiempo y desplazar una señal, se debe proceder de la siguiente manera.

$$X(at - t_0) = X(a(t - t_0/a))$$

Desplazamiento

$$X(t) \xrightarrow{t = at} X(at) \xrightarrow{t = t - t_0/a} X(a(t - t_0/a))$$

as señales de tiempo discreto x[n] se pueden representar por una suma de desplazamientos de impulsos de tiempo discreto, [n-k], donde x[k]corresponde al valor de la señal en n=k.

∞ ∞

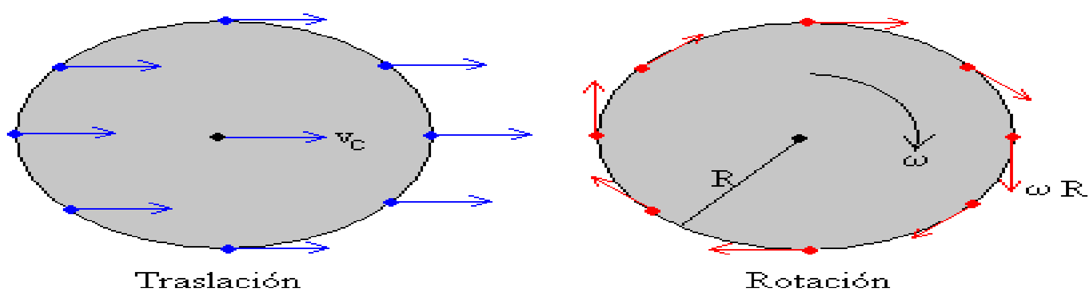
u[n]δ[n–k]= δ[n–k] ∑∑

n=–∞ n=0

Fuente: http://www.unet.edu.ve/aula10c/Asenales/Unid01/cuarto04.htm

Desplazamiento o traslación en el tiempo.

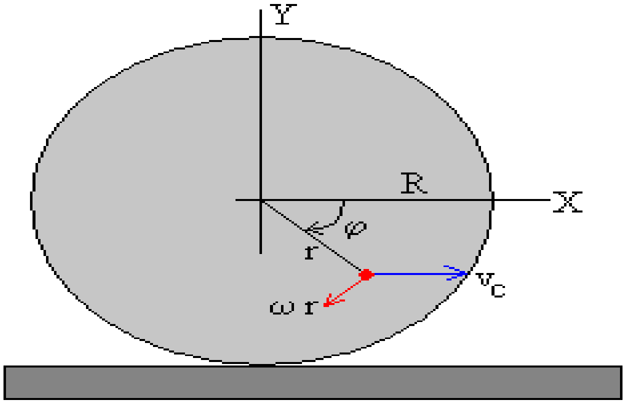
El movimiento general de un sólido rígido, es la composición de un movimiento de traslación del centro de masa y de un movimiento de rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masa. En el movimiento de rodar sin deslizar, la rueda se traslada a la vez que gira.



En el movimiento de traslación, todos los puntos del sólido se mueven en trayectorias paralelas. La velocidad de un punto del sólido es la misma que la velocidad del centro de masas.

En el movimiento de rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masas, la velocidad de un punto del sólido es proporcional la radio de la circunferencia que describe, y su dirección es tangente a dicha circunferencia.

En el movimiento de rodar sin deslizar, existe una relación entre el movimiento de rotación y traslación. El punto de la rueda que está en contacto en un instante dado con el suelo tiene velocidad nula.

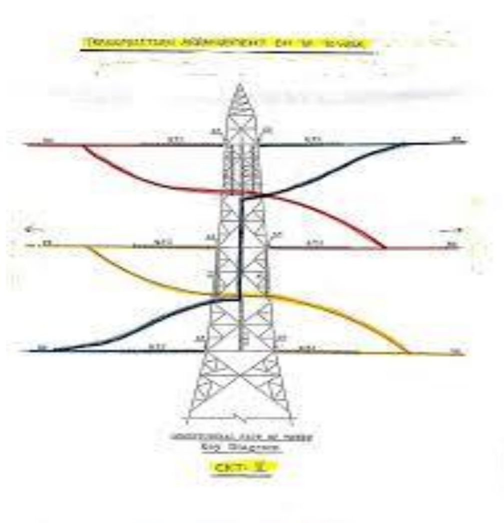


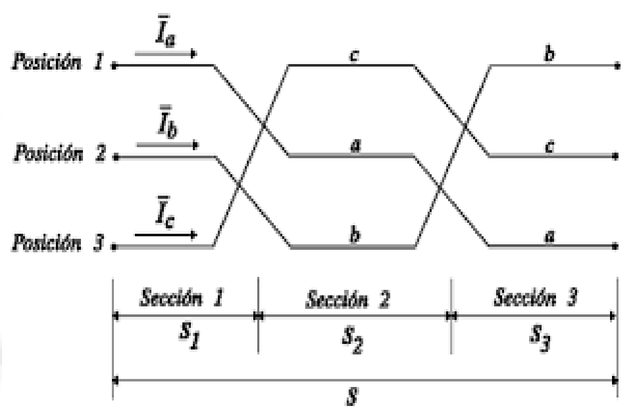
La velocidad de traslación vc es igual a la velocidad de rotación w por el radio de la rueda R.

Fuente: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/solido/rodar/mov_rodar.htm

Transposición

Sustantivo femenino. Es una palabra se refiere a la acción y resultado de transponer o transponerse, en situar a una cosa o persona en un lugar diferente al que ocupaba. (en retórica) modificación, alteración o variación del orden normal de las expresiones en un segmento de la oración.

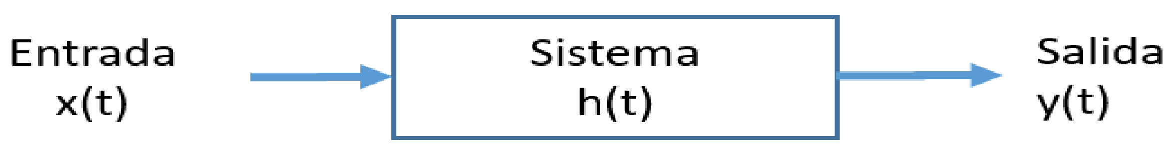




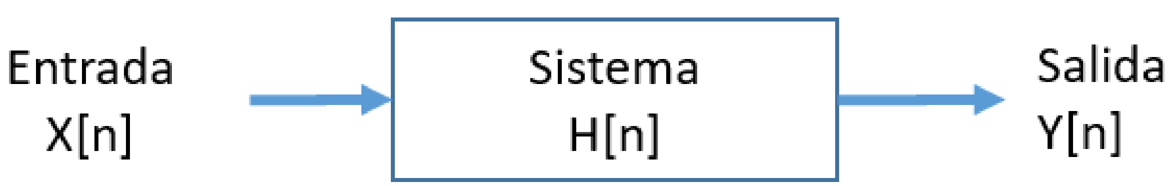
Fuente: https://definiciona.com/transposicion/

Sistemas continuos y discretos.

En un sistema contínuo las señales contínuas de entrada son transformadas en señales contínuas de salida.



Cuando las entradas de tiempo discreto se transforman en en salidas de tiempo discreto, al sistema se denomina «sistema discreto.



Fuentes: http://blog.espol.edu.ec/telg1001/sistemas-continuos-y-discretos/

Sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLI) de sistemas lineales e invariantes.

En un sistema LTI la respuesta al impulso (h[n] o h(t)) caracteriza completamente el sistema. Es decir, a partir de la respuesta al impulso podemos conocer la salida ante cualquier entrada mediante la operación de convolución.

A partir de la respuesta al impulso, en un sistema LTI, se puede determinar sus propiedades de causalidad, memoria, estabilidad y encontrar el sistema inverso si existe.

a) Causalidad:Unsistemaescausalcuandosusalidanoanticipavaloresfuturosde la entrada. Podemos asegurar que un sistema es causal si:

y [n] =

P∞ k=−∞

Pn

x [k] h [n − k] = x [k] h [n − k]

Esta igualdad solo si es causal

h[n]=0 n<0

h(t)=0 t<0

Demostración: Si el sistema es causal, al no poder depender de valores futuros de x[n] en la suma de convolución no podrá depender de valores

Las propiedades que cumple la convolución son:

a) Conmutativa b) Asociativa c) Distributiva

Importante:

$x(t) * \delta(t) = x(t)$

$x(t) * \delta(t - t0) = x(t - t0)$

Fuente: http://agamenon.tsc.uah.es/Asignaturas/ittst/sl/apuntes/Tema2Sesion2.pdf

Respuesta de entrada cero (libre) y respuesta de estado cero (forzada).

Básicamente, la respuesta de un circuito LTI, entendida como la señal medida en la terminal definida como la salida del circuito a partir de un instante de tiempo que consideraremos inicial, dependerá tanto de la señal de excitación aplicada al circuito a partir del instante inicial, como de la historia del circuito hasta dicho momento, contenida en lo que llamaremos condiciones iniciales, o estado inicial del circuito. De este modo, la respuesta completa del circuito puede descomponerse en una parte realcionada con la excitación. A esta la llamaremos respuesta al estado cero, o bien, respuesta a la entrada. Si el sistema estuviera inicialmente relajado, sólo observaríamos la respuesta a la entrada. Y por otro lado, la respuesta a entrada nula, o, respuesta al estado. Que es la respuesta que se originaría en ausencia de excitación, causada únicamente por la condiciones iniciales. Veámos cómo se obtienen la respuesta al estado cero y a la entrada nula, tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de Laplace.

$$x(t) = \int_{0^-}^{\infty} x(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

En general, para obtener la respuesta a estado cero de un circuito LTI en el dominio del tiempo nos limitaremos a resolver la ecuación diferencial que lo describen (1.3), ya que el procedimiento que seguiríamos para obtener la respuesta impulsiva, tema1-13, del circuito LTI sería parecido al que emplearíamos para hacer este estudio en le dominio de Laplace.

Para obtener la respuesta a entrada nula, o sea, la respuesta al estado, tendremos dos opciones:

1) Introducir las condiciones iniciales como constantes en el proceso de integración de la ecuación diferencial que describe el circuito.

2) Considerar las condiciones iniciales en los elementos reactivos como fuentes equivalentes y aplicar el principio de superposición.

$$y(t) = \int_{0^-}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Fuente: https://rodas5.us.es/file/66f7c92f-14dd-4c26-da0e-0c66d7ee7e2e/1/tema1_SCORM.zip/pagina_05.htm

Respuesta transitoria y respuesta permanente.

Para analizar la respuesta de un sistema, debemos definir que entrada se le aplica (escalón, rampa, parabólica...) y que tipo de sistema es. Podemos distinguir tres tipos de sistemas en cuanto a su numero de polos (polos= raíces del denominador de la función de transferencia), tenemos:

1) SISTEMAS DE 1er ORDEN. Numero de polos n=1

G(s) = k

T s +1

2) SISTEMAS DE 2o ORDEN. Numero de polos n=2

G(s) =

k w2 n

3) SISTEMAS DE ORDEN SUPERIOR.

Numero de polos n>2, y n>m

Y(s) bsm+bsm−1+...+b s+b

G(s) = R(s) =

01 m−1m a0 sn +a1sn−1 +...+an−1s+an

Consideremos el siguiente sistema realimentado. Para analizar la respuesta en régimen permanente es necesario el estudio de los errores (E(s)) que se producen cuando al sistema se le aplica una entrada.

Y (s) = G(s)E(s)

E(s) = R(s) − H (s)Y (s)

Y (s) G(s) GLC (s) = R(s) = 1+ G(s)H (s)

Función de Transferencia en lazo cerrado GLC(s)

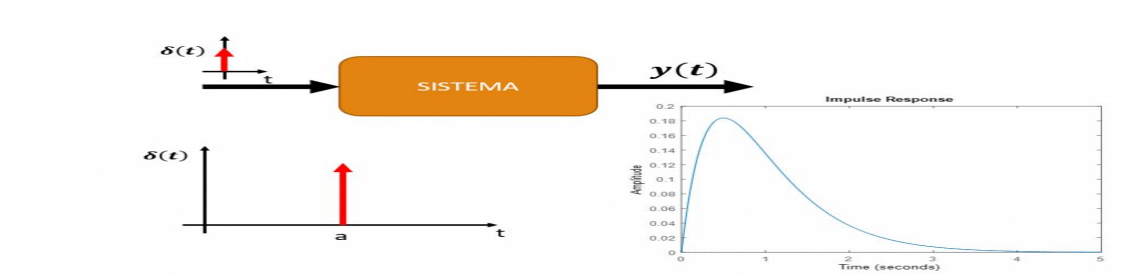
Función de Transferencia del Error E(s)

Función de Transferencia en lazo Abierto G (s)H(s)

E(s) = R(s) 1+G(s)H(s).   Fuente: https://ocw.ehu.eus/file.php/45/cvb_Temas/ANTENAS_Y_TELESCOPIOS_tema4_OCW.pdf

Suma/Integral de convolución.

La integral de convolución junto con la respuesta al impulso vista en la entrada anterior, nos permite encontrar la respuesta de un sistema dinámico ante cualquier tipo de entrada.



Básicamente la convolución calcula la salida del sistema dividiendo la señal de entrada en pequeñas contribuiciones en el tiempo, lo que no es más que pequeños pulsos separados en el tiempo multiplicados por la magnitud de la entrada

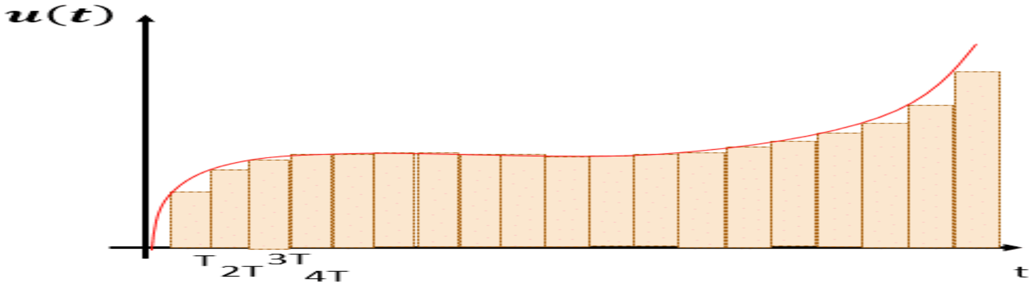
Recordando que la función pulso viene dado por:

$$P(t)\{1/T0\leq t\leq T0t>TP(t)\{1/T00\leq t\leq Tt>T$$

Normalizando el pulso unitário

$$TP(t)\{10\leq t\leq T0t>TTP(t)\{100\leq t\leq Tt>T$$

Aproximando una señal de entrada cualquiera e estos pequeños pulsos



Se puede determinar la respuesta de un sistema cualquiera al aplicar en la entrada una señal impulso \delta(t) (o pulso de corta duración). Para obtener la llamada respuesta al impulso en y(t) , figura (a). Si el impulso se aplica atrasado en el tiempo, o sea en t=\tau, lo único que ocurre es un retraso en la salida y(t-\tau) , figura (b). Si ahora, el impulso tuviese una intensidad diferentede la unidad en t=\tau por ejemplo f(\tau)\delta(t-\tau) , entonces por la linealidad la salida será f(\tau)\delta(t-\tau), figura (c)

Fuentes: https://controlautomaticoeducacion.com/analisis-de-sistemas/integral-de-convolucion/