Nombre de alumno:

Teresa Méndez Pérez

Nombre del profesor:

Juan José Ojeda Trujillo

Nombre del trabajo:

Investigación de los puntos 1.3 al 1.8

Materia:

Análisis de circuitos electrónicos

Grado: 4 cuatrimestre

Comitán de Domínguez Chiapas a 25 de septiembre de 2020.

1.3 señales fundamentales de tiempo continuo y discreto

Una señal continua en el tiempo es una variable cantidad (una señal), cuyo dominio, que es a menudo el tiempo, es un proceso continuo (por ejemplo, un conectado intervalo de dos números reales). Es decir, el dominio de la función es un conjunto no numerable. La función en si no tiene que ser continua. Para lo contrario, un tiempo discreto.

En muchas disciplinas, la convención es que una señal continua debe tener siempre un valor finito, lo que hace más sentido en el caso de señales físicas.

Cualquier analógica es continua por la naturaleza. Señales de tiempo discreto, que se utilizan en el procesamiento de señal digital, pueden ser obtenidas por muestreo y cuantificación de señales continuas.

Señal continua también puede definirse más de una variable independiente que no sea el tiempo. Otra variable independiente muy común es el espacio y es particularmente útil en el procesamiento de imágenes, donde se utilizan dos dimensiones espaciales.

Señales discretas

El otro tipo básico de señales, para el cual la variable independiente (tiempo) es discreta, es decir que están definidas para un conjunto de valores discretos de su variable independiente.

Ejemplo:

- Los valores semanales del índice bursátil "Dow Jones".
- Los valores de ingresos promedios de la población según su nivel de instrucción.

Notación:

Para nombrar ese tipo de señales se usan letras minúsculas y el símbolo "n" para denotar la variable de tiempo discreto.

La variable independiente, además, se encerrara entre corchetes"[.]"

Señales continuas

Uno de los dos tipos de señales, para las cuales la variable independiente es continua, es decir son señales que están definidas para un intervalo continuo de valores de su variable independiente.

Ejemplo:

- Una señal de voz como una función de tiempo.
- Presión atmosférica como una función de la altura.

Notación:

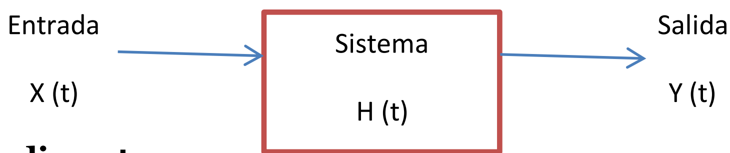
Para nombrar este tipo de señales se usan letras minúsculas y el símbolo “t” para denotar variable de tiempo continuo.

La variable independiente, además, se encierra entre paréntesis “(.)”

1.4 sistemas continuos y discretos

Sistemas continuos

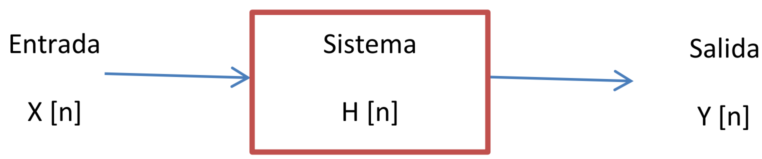
En un sistema continuo las señales de entrada son transformadas en señales continuas de salidas. X (t) -----y (t)



Sistema discreto

Cuando la entrada de tiempo discreto se transforman en salidas de tiempo discreto, al sistema se denomina <<sistema discreto>>.

Simbólicamente se representa como: x[n] → y [n]



1.5 sistemas lineales e invariantes en el tiempo (SLI) de sistemas lineales e invariantes

En procesamiento de señales, un sistema LTI (lienal time-invinariant) o sistema lineal e invariante en el tiempo, es aquel que, como su propio nombre indica, permanece invariante en el tiempo.

Linealidad

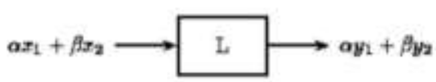
Un sistema es lineal (L) si satisface el principio de superposición, que engloba las propiedades de proporcionalidad o escalado y aditivita. Que sea proporcional significa que cuando la entrada de un sistema es multiplicada por un factor, la salida del sistema también será multiplicada por el mismo factor. Por otro lado, que un sistema sea aditivo significa que, si la entrada es el resultado de la suma de dos entradas, la salida será la resultante de la suma de las salidas que produciría cada una de esas entradas individualmente.

Propiedad de proporcionalidad

Si

Propiedad de proporcionalidad

Principio de linealidad o de superposición proporcional



Matemáticamente, si Y1 (t), Y2(t), ….Yn(t) son las salidas del sistema para las entradas X1(t), X2(t),…Xn(t) y a1, a2,.. an son constantes complejas, el sistema es lineal si:

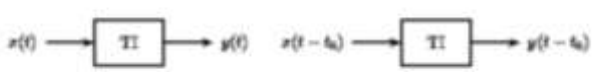
$$\sum_k a_k x_k(t) \to \sum_k a_k y_k(t)$$

En un sistema lineal, si la entrada es nula, la salida también ha de serlo. Un sistema incrementalmente lineal es aquel que, sin verificar la última condición, responde linealmente a los cambios en la entrada.

Por ejemplo, Y (t)=2x (t) + 2 no es lineal puesto que Y (t)≠0, pero si es incrementalmente lineal.

Invariabilidad

Un sistema es invariante con el tiempo si y solo si su comportamiento y sus características son fijas. Esto significa que los parámetros del sistema no van cambiando a través del tiempo y que por lo tanto, una misma entrada nos dará el mismo resultado en cualquier momento (ya sea ahora o después).



Matemáticamente, un sistema es invariante con el tiempo si un desplazamiento temporal en la entrada x (t-t0) ocasiona un desplazamiento temporal en la salida y (t-to).

$$\text{Si } x(t) \rightarrow y(t), \text{ entonces } x(t-t_0) \rightarrow y(t-t_0)$$

LTI (sistema e invariante en el tiempo)

La combinación mediante el principio de superposición de ambas propiedades confiare a los sistemas la característica LTI.

$$x(t) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow y(t) \qquad \alpha x(t-t_0) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow \alpha y(t-t_0)$$

Principio de superposición con LTI

$$\alpha x_1(t-t_1) + \beta x_2(t-t_2) \longrightarrow \boxed{\text{LTI}} \longrightarrow \alpha y_1(t-t_1) + \beta y_2(t-t_2)$$

Una característica muy importante y útil de este tipo de sistema reside en que se puede calcular la salida del mismo ante cualquier señal mediante la convolución, es decir, descomponiendo la entrada en un tren de impulsos que serán multiplicados por la respuesta al impulso del sistema y sumados.

1.6 respuesta de entrada cero (libre) y respuesta de estado cero (forzada)

Si la respuesta libre (respuesta natural u homogéneos) tiende a cero (circuito estrictamente estable), en régimen permanente sólo queda la componente forzada. La respuesta forzada a una excitación sinusoidal (o salida en régimen permanente sinusoidal en circuitos estrictamente estables) es la sinusoide de la entrada amplificada y desfasada, como se puede ver en la Figura 1:

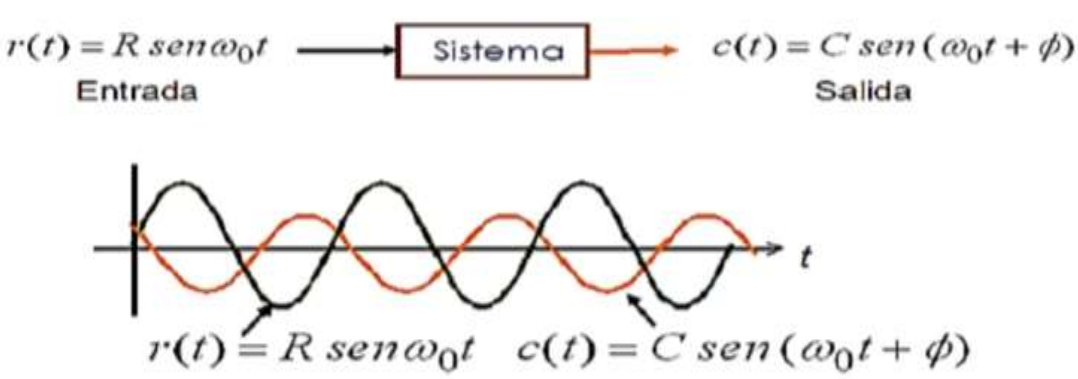


Figura 1

Suponga un sistema con función de transferencia H(s), entrada X(s) y salida Y(s), representado mediante el diagrama de bloques de la Figura 2:

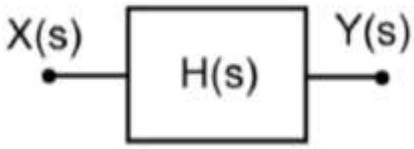


Figura 2

De la Figura 2 sabemos que:

$$\frac{Y_{(s)}}{X_{(s)}} = H_{(s)} \quad (1)$$

Entonces, ¿Cuál será entonces la respuesta forzada a una excitación exponencial? Razonamos de la siguiente manera analítica:

$$x_{(t)} \text{ debe ser de la forma } \rightarrow x_{(t)} = ke^{s_o t}u_{(t)}$$

$$X_{(s)} = \frac{k}{s - s_o}$$

Por tanto:

Utilizando la ecuación (1) entonces:

$$Y_{(s)} = H_{(s)}X_{(s)} = H_{(s)}\left(\frac{k}{s - s_o}\right)$$

Utilizando la técnica de expansión en fracciones simples vemos que:

$$Y(s) = H(s)\cdot\frac{k}{s-s_0} = \underbrace{\frac{A_1}{s-p_1}+\ldots+\frac{A_n}{s-p_n}}_{\text{Respuesta Libre}} + \overbrace{\frac{A_0}{s-s_0}}^{\text{Respuesta forzada}}$$

Vemos en la ecuación anterior que la respuesta forzada Yf(s) es:

$$Y_{f(s)} = \frac{A_o}{s-s_o} \rightarrow A_o = H_{(s_o)}\left(\frac{k}{s-s_o}\right)(s-s_o) = kH_{(s_o)}$$

Al hacer la anti transformada de la respuesta forzada Yf(s), obtenemos que yf(t) es:

$$y_{f(t)} = kH_{(s_o)}e^{s_o t}u_{(t)} \quad (2)$$

La ecuación (2) confirma que la respuesta forzada a una excitación sinusoidal es la sinusoide de la entrada amplificada en H(so) (la función de transferencia evaluada en so).

1.7 respuesta transitoria y respuesta permanente

La respuesta en el tiempo de un sistema de control se divide normalmente en dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable. Para el estudio de la respuesta transitoria de un sistema de control, lo más conveniente es contar con la representación prototipo. Es decir, si tenemos el modelo matemático de un sistema, debemos representar dicho sistema mediante un diagrama de bloques donde esté claramente expresada la función de transferencia directa G(s) y una realimentación negativa unitaria como se ilustra en la Figura 1:

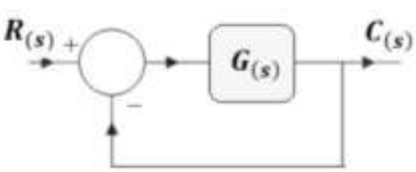


Figura 1. Sistema de control con realimentación unitaria

Ya sabemos que la función de transferencia a lazo cerrado C(s)/R(s) del sistema de control de la Figura 1 se determina mediante la siguiente fórmula:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{G_{(s)}}{1+G_{(s)}}$$

Denominamos a C(s)/R(s) —modelo prototipo‖ (o configuración prototipo), cuando tiene la siguiente forma:

$$\frac{C_{(s)}}{R_{(s)}} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1)$$

Dónde:

ω_n: *frecuencia natural*

ς: *factor de amortiguamiento relativo*

Entonces, debemos representar el sistema de interés (el que estamos estudiando) con una función de transferencia similar a la forma de la ecuación (1) y de allí obtener los valores para la frecuencia natural ωn y el factor de amortiguamiento relativo ζ. Con estos dos valores podremos calcular lo que realmente interesa en el análisis de la respuesta transitoria ante una entrada escalón unitario:

1. Sobrepaso máximo (Mp)

2. Tiempo de asentamiento (Ts)

3. Tiempo de levantamiento (Tr)

La fórmula para cada uno de estos parámetros se presenta más adelante. Pero antes, es necesario ofrecer una definición más formal sobre respuesta transitoria.

Definición de respuesta transitoria

Sea y(t) la respuesta de un sistema en tiempo continuo, entonces:

$$y(t) = y_t(t) + y_{ss}(t)$$

Donde yt(t) es la respuesta transitoria, mientras yss(t) es la respuesta en estado estable.

La respuesta transitoria de un sistema de control es importante ya que tanto su amplitud como su duración deben mantenerse dentro de límites tolerables o prescritos. Está definida como la parte de la respuesta en el tiempo que tiende a cero cuando el tiempo se hace muy grande.

Por lo tanto,

$$\lim_{t\to\infty} y_t(t) = 0$$

Respuesta Permanente

La respuesta en el tiempo de un sistema de control consta de dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estable o también llamada en régimen permanente. Se entiende por respuesta transitoria a la que va del estado inicial al estado final. Por respuesta permanente se entiende la forma en la cual la salida del sistema se comporta cuando t tiende a infinito.

Es el sistema cuando ya se ha estabilizado.

Por ejemplo, un calefactor posee un régimen transitorio desde el momento en que se conecta, hasta que toma la temperatura de operación (en principio máxima). El comportamiento se 'mide' a partir del régimen, es decir de la temperatura de operación. Esto se aplica a cualquier tipo de dispositivos, motores que deben operar a una velocidad de régimen, (ejemplo el rotor de un helicóptero), o cualquier otro dispositivo que requiera un determinado período, desde que se lo conecta hasta que adquiere la, velocidad, temperatura, o cualquier otra magnitud, de régimen, (a la cual operará normalmente).

1.8 suma/integral de convolución

Para sistemas lineales e invariantes en el tiempo, sabemos que podemos representarlos a través de una función de transferencia

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)}$$

Donde U(S) es la transformada de Laplace de la entrada del sistema y Y(S) es la transformada de Laplace de la salida del sistema asumiendo claro condiciones iniciales nulas. Con esto, hemos visto en nuestro curso de análisis de sistemas, que podríamos resolver el sistema expandiendo por fracciones parciales la siguiente ecuación:

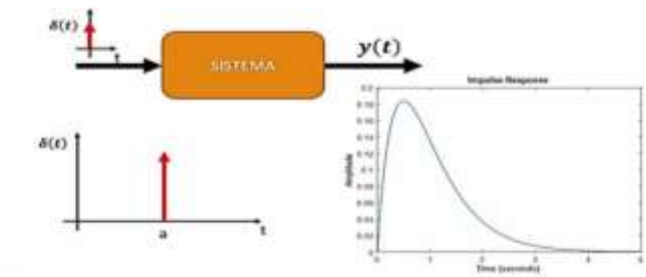
Y(S) = G(S) U(S)

Note que la multiplicación en el dominio complejo s es equivalente a la convolución en el dominio temporal, por lo tanto, la transformada inversa de la ecuación anterior viene dado por la siguiente integral de convolución (que viene dado de la convolución de Laplace):

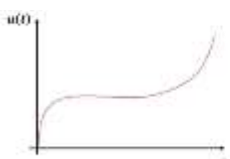
$$y(t) = g(t) * u(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_0^t g(\tau)u(t-\tau)d\tau = G(s)U(s)$$

Interpretación de la Integral de Convolución

La integral de convolución junto con la respuesta al impulso vista en la entrada anterior, nos permite encontrar la respuesta de un sistema dinámico ante cualquier tipo de entrada.



Básicamente la convolución calcula la salida del sistema dividiendo la señal de entrada en pequeñas contribuciones en el tiempo, lo que no es más que pequeños pulsos separados en el tiempo multiplicados por la magnitud de la entrada u(t).



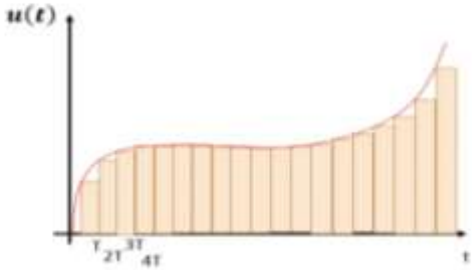
Recordando que la función pulso viene dado por:

$$P(t) \begin{cases} 1/T & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$$

Normalizando el pulso unitario

$$TP(t) \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t > T \end{cases}$$

Aproximando una señal de entrada cualquiera de estos pequeños pulsos, se tiene que:



$$TP(t)u(0)$$
$$TP(t-T)u(1)$$
$$TP(t-2T)u(2)$$
$$TP(t-3T)u(3)$$

Y así sucesivamente…

Donde la función global de entrada

$$u^*(t) = \sum_{k=1}^{\infty} TP(t-kT)u(kT)$$

Con todo esto la salida del sistema viene dando por la suma de las contribuciones individuales de cada pulso.

$$y^*(t) = \sum^{\infty} Tg(t-kT)u(kT)$$

Si aplicamos el concepto del impulso, donde tenemos el límite del impulso tendiendo para cero, podríamos expresar el sumatorio como una integral.

$$\lim_{T\to 0} y^*(t)$$

$$y(t) = \int_0^t g(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_0^t g(\tau)u(t-\tau)d\tau$$