Nombre del alumno: Karen Jazziel Bautista Peralta

Nombre del profesor: Rosario Gómez

Nombre del trabajo: Introducción a la probabilidad

Materia: Bioestadística

Grado: 4to. Cuatrimestre

Grupo: Ú

Pichucalco, Chiapas a 16 de Octubre de 2020

Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN

Durante este ensayo hablaremos sobre el concepto de probabilidad, espacio muestral, probabilidad clásica de un evento aleatorio, probabilidad condicional, teorema de Bayes, variable aleatoria, función de distribución, característica de una variable, variables aleatorias discretas y continuas, distribución binomial y poisson, distribución de Bernoulli, distribución hipergeométrica, distribución exponencial y distribución normal, todos estos temas son parte del cálculo de posibilidades que se ocupa del estudio de una clase de fenómenos denominados aleatorios, que son aquellos que modelizan situaciones en las que está presente la incertidumbre, es decir, estos fenómenos se caracterizan porque sus resultados están sujetos al azar; el objetivo del Cálculo de Probabilidades es la modelización matemática de tales fenómeno.

Probabilidad

La probabilidad es simplemente qué tan posible es que ocurra un evento determinado. Cuando no estamos seguros del resultado de un evento, podemos hablar de la probabilidad de ciertos resultados: qué tan común es que ocurran.

Espacio muestral

El espacio muestral es una parte del espacio probabilístico. Como su propio nombre indica, está formado por los elementos de la muestra. Está formado por todos los posibles resultados de un experimento aleatorio. Es decir, se compone de todos y cada uno de los sucesos elementales.

Probabilidad clásica de un evento aleatorio

La probabilidad clásica o teórica se aplica cuando cada evento simple del espacio muestral tiene la misma probabilidad de ocurrir.

Probabilidad condicional

Probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento A, sabiendo que también sucede otro evento B. En otras palabras, estamos calculando probabilidades condicionales al conocer información adicional parcialmente a través del experimento.

No es necesario que exista una relación temporal o causal entre A y B. Esto quiere decir que A puede producirse antes que B, después o al mismo tiempo, y que A puede ser el origen o la consecuencia de B o no tener un vínculo de causalidad.

Teorema de Bayes

El teorema de Bayes, en la teoría de la probabilidad, es una proposición planteada por el matemático inglés Thomas Bayes (1702-1761)1 y publicada póstumamente en 1763,2 que expresa la probabilidad condicional de un evento aleatorio A dado B en términos de la distribución de probabilidad condicional del evento B dado A y la distribución de probabilidad marginal de solo A.

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso.

Variable aleatoria

Una variable aleatoria es una función que asigna un valor, usualmente numérico, al resultado de un experimento aleatorio. Estos valores posibles representan los resultados de experimentos que todavía no se llevaron a cabo o cantidades inciertas. Los valores posibles de una variable aleatoria pueden representar los posibles resultados de un experimento aún no realizado, o los posibles valores de una cantidad cuyo valor actualmente existente es incierto. Intuitivamente, una variable aleatoria puede tomarse como una cantidad cuyo valor no es fijo, pero puede tomar diferentes valores; una distribución de probabilidad se usa para describir la probabilidad de que se den los diferentes valores. En términos formales una variable aleatoria es una función definida sobre un espacio de probabilidad.

Función de distribución

En la teoría de la probabilidad y en estadística, la Función de Distribución Acumulada (FDA, designada también a veces simplemente como FD) o función de probabilidad acumulada asociada a una variable aleatoria real: X (mayúscula) sujeta a cierta ley de distribución de probabilidad, es una función matemática de la variable real: x (minúscula); que describe la probabilidad de que X tenga un valor menor o igual que x.

Características de una variable

Las variables como entidades empíricas del problema de investigación presentan un conjunto de características significativas tales como:

- Están contenidas esencialmente en el título, el problema, el objetivo y las respectivas hipótesis de la investigación. En virtud de ello es que no se puede agregar nuevas variables de las que ya existen en los ítems mencionados.
- Son aspectos que cambian o adoptan distintos valores. Esto significa que las variables al ser medidas y observadas expresan diferencias entre los rasgos, cualidades y atributos de las unidades de análisis.
- Son enunciados que expresan rasgos característicos de los problemas medibles empíricamente. Estas variables en la práctica social pueden ser medidas y observadas con instrumentos convencionales, en mérito de que contienen rasgos, propiedades y cualidades.
- Son susceptibles de descomposición empírica. Dicho de otro término, que las variables pueden desagregarse en indicadores, índices, subíndices e ítems.

Variables aleatorias discretas y continuas

- Discretas: el conjunto de posibles valores es numerable. Suelen estar asociadas a experimentos en que se mide el número de veces que sucede algo.
- Continuas: el conjunto de posibles valores es no numerable. Puede tomar todos los valores de un intervalo. Son el resultado de medir.

Distribución binomial y poisson

Binomial: Una distribución binomial es una distribución de probabilidad discreta que describe el número de éxitos al realizar n experimentos independientes entre sí, acerca de una variable aleatoria. Por lo tanto, la distribución binomial se entiende como una serie de pruebas o ensayos en la que solo podemos tener 2 resultados (éxito o fracaso), siendo el éxito nuestra variable aleatoria.

Ejemplo. Un jugador de tenis tiene una probabilidad de ganar una partida de 0,25. Si juega 4 partidas, calcula la probabilidad de que gane más de la mitad.

Solución:

Es una binomial con n=4 y p=0,25, lo que piden es que calculemos P(X=3)+P(X=4) donde:

P(X=3)= $\binom{4}{3}0,25^3 0,75$, P(X=4)= $\binom{4}{4}0,25^4$ (terminarle)

Ejemplo. Poisson: Esta distribución es una de las más importantes distribuciones de variable discreta. Sus principales aplicaciones hacen referencia a la modelización de situaciones en las que nos interesa determinar el número de hechos de cierto tipo que se pueden producir en un intervalo de tiempo o de espacio, bajo presupuestos de aleatoriedad y ciertas circunstancias restrictivas. Otro de sus usos frecuentes es la consideración límite de procesos dicotómicos reiterados un gran número de veces si la probabilidad de obtener un éxito es muy pequeña.

Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día, ¿cuáles son las probabilidades de que reciba, a) cuatro cheques sin fondo en un día dado, b) 10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos?

Solución:

a) x = variable que nos define el número de cheques sin fondo que llegan al banco en un día cualquiera = 0, 1, 2, 3, ..., etc, etc.

l = 6 cheques sin fondo por día

e = 2.718

Distribución de Bernoulli

La distribución de Bernoulli es un modelo teórico utilizado para representar una variable aleatoria discreta la cual solo puede resultar en dos sucesos mutuamente excluyentes.

En otras palabras, la distribución de Bernoulli es una distribución aplicada a una variable aleatoria discreta, la cual solo puede resultar en dos sucesos posibles: “éxito” y “no éxito”.

Ejemplo. Calcular la función de distribución del corredor en una competición de 10 corredores.

$$f_Z(\mathbf{z}) = \begin{cases} p^z(1-p)^{1-z}, & z \in \{0,1\} \\ 0, & altramente \end{cases}$$

Función de distribución de Bernoulli.

Planteamiento.

Definimos los dos valores que puede tomar una variable aleatoria que sigue una distribución de Bernoulli.

Z = 1 si el corredor gana la competición = 1r puesto = ÉXITO.

Z = 0 si el corredor pierde la competición = no 1r puesto = NO ÉXITO.

Distribución de hipergeométrica

Es especialmente útil en todos aquellos casos en los que se extraigan muestras o se realicen experiencias repetidas sin devolución del elemento extraído o sin retornar a la situación experimental inicial.

Es una distribución fundamental en el estudio de muestras pequeñas de poblaciones pequeñas y en el cálculo de probabilidades de juegos de azar. Tiene grandes aplicaciones en el control de calidad para procesos experimentales en los que no es posible retornar a la situación de partida.

Ejemplo. Supongamos la extracción aleatoria de 8 elementos de un conjunto formado por 40 elementos totales (cartas baraja española) de los cuales 10 son del tipo A (salir oro) y 30 son del tipo complementario (no salir oro). Si realizamos las extracciones sin devolver los elementos extraídos y llamamos X al número de elementos del tipo A (oros obtenidos) que extraemos en las 8 cartas; X seguirá una distribución hipergeométrica de parámetros 40 , 8 , 10/40.H(40,8,0,25). Para calcular la probabilidad de obtener 4 oros:

$$p(X=4)=\frac{\binom{10}{4}\cdot\binom{30}{4}}{\binom{40}{8}}=0{,}07$$

Distribución exponencial y distribución normal

-Exponencial: Distribución del tiempo que transcurre hasta que se produce un fallo, si se cumple la condición que la probabilidad de producirse un fallo en un instante no depende del tiempo transcurrido.

Ejemplo. El tiempo de revisión del motor de un avión sigue una distribución exponencial con media 22 minutos. Encontrar la probabilidad de que el tiempo de revisión sea menor a 10 minutos.

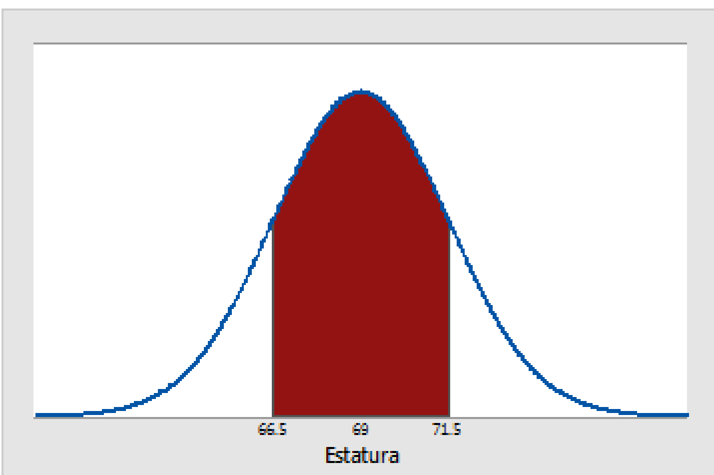
Queremos averiguar la probabilidad de que el tiempo de revisión sea menor a 10 minutos. Y conocemos la función de distribución de la variable. Así que basta con reemplazar por x=10x=10 en la función de distribución.

P(x<10)=F(10)=1–e–1022=0,3652

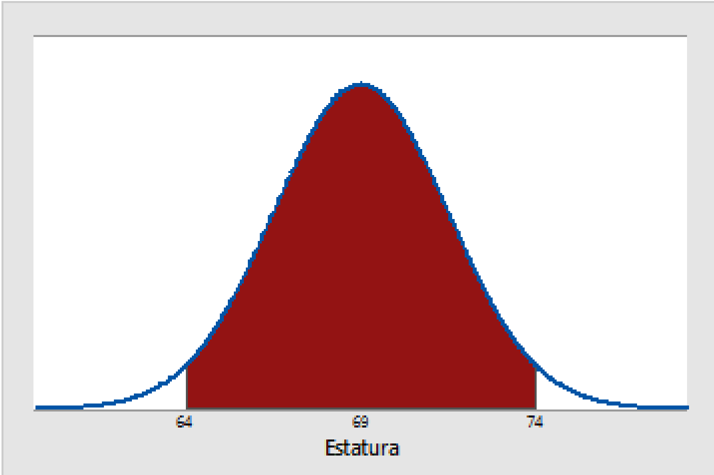
También se podría calcular (mediante integrales) el área comprendida entre x=0x=0 y x=10x=10.

-Normal: La distribución normal es una distribución con forma de campana donde las desviaciones estándar sucesivas con respecto a la media establecen valores de referencia para estimar el porcentaje de observaciones de los datos.

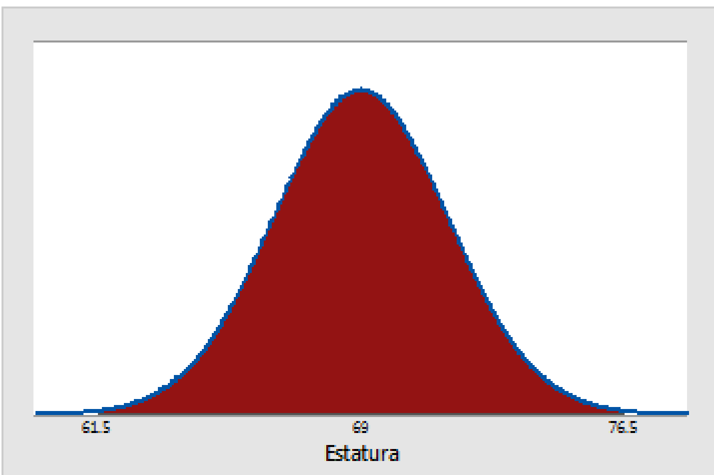
La estatura de todos los adultos masculinos que residen en el estado de Pennsylvania siguen aproximadamente una distribución normal. Por lo tanto, la estatura de la mayoría de los hombres estará cerca de la estatura media de 69 pulgadas. Un número similar de hombres serán un poco más altos y un poco más bajos que 69 pulgadas. Solo unos pocos serán mucho más altos o mucho más bajos. La desviación estándar es de 2.5 pulgadas.



Aproximadamente, el 68% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura de entre 66.5 (μ - 1σ) y 71.5 (μ + 1σ) pulgadas.



Aproximadamente, el 95% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura de entre 64 (μ - 2σ) y 74 (μ + 2σ) pulgadas.



Aproximadamente, el 99.7% de los hombres de Pennsylvania tiene una estatura entre 61.5 (μ - 3σ) y 76.5 (μ + 3σ) pulgadas.

Conclusión

El cálculo de probabilidades constituye una herramienta que permitirá hacer inferencia sobre distintos parámetros poblacionales a partir de los resultados obtenidos en una muestra, y después tomar decisiones con el mínimo riesgo de equivocación en situaciones de incertidumbre.