



UNIVERSIDAD DEL SURESTE

TEMA:

Pre-Cálculo y funciones

MATERIA:

Cálculo I

FECHA DE ENTREGA:

Sábado, 12 de sep de 2020 a

Sábado, 26 de sep de 2020

MAESTRO:

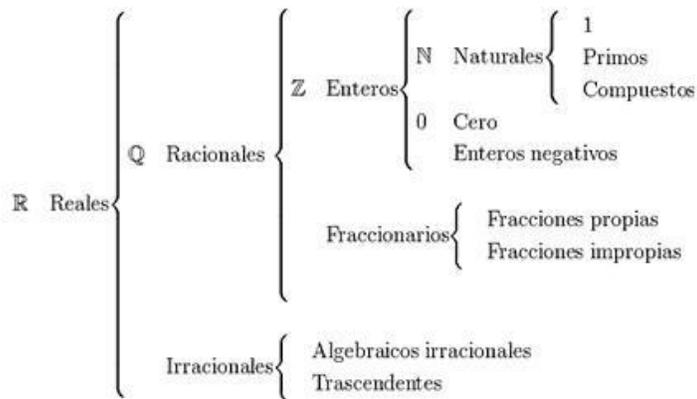
rosario gomez lujano

ALUMNO:

Lavith fernando stivalet angulo

clasificación de los números reales

La principal clasificación de los números reales se divide en los números naturales, los números enteros, los números racionales y los números irracionales. Los números reales son representados con la letra R.



Hay muchas maneras en las que los distintos números reales pueden ser contruidos o descritos, variando desde unas formas más sencillas hasta unas más complejas, dependiendo del trabajo matemático que se quiere realizar.

Intervalo

Un intervalo es un conjunto de números reales que se encuentra comprendido entre dos extremos, a y b. También puede llamarse subconjunto de la recta real. Por ejemplo, los números que satisfagan una condición $1 \leq x \leq 5$ ó $[1;5]$ implican un intervalo que va desde el 1 hasta el 5, incluyendo a ambos.

Si se toma en cuenta la aplicación del intervalo para observar el comportamiento de una variable, se toma una serie de tiempo y se escoge un intervalo.

Clasificación de los intervalos

Existen 4 tipos de intervalos matemáticos, estos son: abierto, cerrado, semiabierto e infinito.

1. Intervalo abierto

Un intervalo abierto es aquel que no incluye los extremos entre los cuales está comprendido, pero sí todos los valores ubicados entre estos

2. Intervalo cerrado

Un intervalo cerrado es aquel que incluye los extremos del intervalo y todos los valores comprendidos entre estos.

3. Intervalo semiabierto

Un intervalo semiabierto es aquel que incluye tan solo uno de los extremos de los valores que están entre ellos, de modo que el otro extremo queda excluido.

4. Intervalo infinito

Un intervalo infinito es aquel que tiene un valor infinito en uno o ambos extremos. El extremo que posea el infinito será un extremo abierto.

Desigualdades

En matemáticas, una **desigualdad** es una relación de orden que se da entre dos valores cuando estos son distintos (en caso de ser iguales, lo que se tiene es una igualdad).

Si los valores en cuestión son elementos de un conjunto ordenado, como los enteros o los reales, entonces pueden ser comparados.

- La notación $a < b$ significa a es **menor que** b ;
- La notación $a > b$ significa a es **mayor que** b

Estas relaciones se conocen como **desigualdades estrictas**, puesto que a no puede ser igual a b ; también puede leerse como "estrictamente menor que" o "estrictamente mayor que".

- La notación $a \leq b$ significa a es **menor o igual que** b ;
- La notación $a \geq b$ significa a es **mayor o igual que** b ;

estos tipos de desigualdades reciben el nombre de **desigualdades amplias** (o *no estrictas*).

- La notación $a \ll b$ significa a es **mucho menor que** b ;
- La notación $a \gg b$ significa a es **mucho mayor que** b ; esta relación indica por lo general una diferencia de varios órdenes de magnitud.
- La notación $a \neq b$ significa que a **no es igual** a b . Tal expresión no indica si uno es mayor que el otro, o siquiera si son comparables.

Generalmente se tienden a confundir los operadores según la posición de los elementos que se están comparando; didácticamente se enseña que la abertura está del lado del elemento **mayor**. Otra forma de recordar el significado, es recordando que el signo señala/apunta al elemento **menor**.

dominio y contradominio de una función y clasificación de funciones

DOMINIO

En matemáticas, el dominio (conjunto de definición o conjunto de partida) de una función es el conjunto de existencia de ella misma, es decir, los valores para los cuales la función está definida. Es el conjunto de todos los objetos que puede transformar, se denota o bien. En se denomina dominio a un conjunto conexo, abierto y cuyo interior no sea vacío.

Por otra parte, el conjunto de todos los resultados posibles de una función dada se denomina imagen de esa función.

CONTRADOMINIO

- Contradominio de una función: Son el conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente "y". También es conocido como codominio, recorrido o rango.

Ejemplo:

Dada la función $f = (4, 12), (6, -7), (-1, 4), (2, 3), (-3, 6)$:

- Dominio: $D_f = 4, 6, -1, 2, -3$ (son los primeros elementos de los pares ordenados).
- Contradominio: $C_f = 12, -7, 4, 3, 6$ (son los segundos elementos de los pares ordenados).

antecedentes y pioneros del cálculo.

Los orígenes del cálculo integral se remontan, al mundo griego; concretamente a los cálculos de áreas y volúmenes que Arquímedes realizó en el siglo III, el realizo como muchos otros el aproximado a pi, además de usar su inteligencia para la guerra y así defender su pueblo de los romanos.

Sin embargo, hubo que esperar hasta el siglo XVII ¡2000 años! para que se descubriera y desarrollara. Las causas de semejante retraso son la inexistencia de un sistema de numeración adecuado. No se habían desarrollado aún el álgebra simbólica y la geometría analítica, que permitieron el tratamiento algebraico -y no geométrico- de las curvas, posibilitando enormemente los cálculos de tangentes, cuadraturas, máximos y mínimos, entre otros.

En sus comienzos el cálculo fue desarrollado para estudiar varios problemas científicos y matemáticos tales como:

- Encontrar la tangente a una curva en un punto.
- Encontrar el valor máximo o mínimo de una cantidad.
- Encontrar el valor máximo o mínimo de una cantidad.

Antigua Grecia

El cálculo se deriva de la antigua geometría griega. Eudoxo y Arquímedes quisieron encontrar el área del círculo. Fue Eudoxo, discípulo de Platón y contemporáneo de Aristóteles quien hizo el primer uso "racional" del infinito en las matemáticas. **Eudoxo** postuló que «toda magnitud finita puede ser agotada mediante la substracción de una cantidad determinada». Éste es el famoso principio de **Arquímedes** quien lo toma prestado a Eudoxo y que sirvió a aquel para superar la primera crisis de las Matemáticas -debida al descubrimiento de los irracionales.

Fue la necesidad de entender obras griegas difíciles como las de Arquímedes— que ya en el siglo XVII se habían recuperado -. Donde éste da su famosa estimación de Pi usando polígonos regulares inscritos y circunscritos a la circunferencia- que desembocó en el nacimiento del cálculo.

La primera parte del siglo XVII vio el nacimiento de la geometría analítica de Fermat y Descartes. La importancia de este descubrimiento consiste en que la geometría analítica permite el tratamiento algebraico de problemas geométricos.

René Descartes

René Descartes fue conocido como filósofo y fue quien presentó su obra "geometría" junto con otros dos tratados científicos: la dióptrica y los meteoros y les preparó un prólogo que se convertiría después en uno de los libros de filosofía más conocidos de la historia: El discurso del método.

Pierre de Fermat

Fue jurista y aficionado a las matemáticas: probablemente el mejor aficionado que ha visto la historia, sin duda superior a muchos profesionales. Fermat no publicó, sin embargo, casi nada: sus obras aparecieron años después de su muerte editadas por su hijo.

En el siglo XVII Descartes y Fermat utilizaron el álgebra para encontrar el área y las tangentes. Fue desarrollado por Newton alrededor de 1669, Leibniz trabajó en el mismo tema a partir del año 1684.

John Wallis, miembro fundador de la Royal Society de Londres y editor de obras de Arquímedes. Wallis aritmetizó los indivisibles de Cavalieri asignándoles valores numéricos convirtiendo de esta forma el cálculo de áreas -hasta el momento algo meramente geométrico- en cálculos aritméticos más un primitivo proceso al límite haciendo además un uso descarado del infinito. El trabajo de Wallis influyó enormemente en Newton quien aseguró que el desarrollo del binomio y otras ideas iniciales sobre el cálculo tuvieron los orígenes en el estudio que realizó del libro de Wallis en su época de estudiante en Cambridge.

El mismo Wallis propone una genealogía del cálculo

- Método de Exhaustión (Arquímedes)
- Método de los indivisibles (Cavalieri)
- Aritmética de los infinitos (Wallis)
- Métodos de las series infinitas (Newton)

Las cantidades infinitesimales, fueron cada vez más usadas para resolver problemas de cálculo de tangentes, áreas, volúmenes, etc.; los primeros darían origen al cálculo diferencial, los otros al integral.

Saint Vincent, Pascal, Wallis, ... siguieron los pasos de Kepler y Cavalieri; además de los infinitésimos cada vez usaban más fórmulas y menos dibujos: la geometría analítica cumplía su función de puente entre la geometría y el análisis. Si Isaac Barrow, el maestro de Newton en Cambridge la hubiera estudiado bien, podría haber arrebatado a su discípulo el descubrimiento del cálculo.

Logaritmos.

La geometría analítica amplió considerablemente el horizonte de las curvas geométricas. Un ejemplo claro fueron los logaritmos. Surgidos de la necesidad de ahorrar tiempo y evitar errores en los engorrosos cálculos usados por los astrónomos que tenían que realizar una ingente cantidad de multiplicaciones, divisiones y extracciones de raíces.

Fueron descubiertos independientemente por Napier y Bürgi. La segunda edición de la obra de Napier *Logarithmorum canonis descriptio ...* de 1619 que incluía una explicación detallada de como se ha de elaborar una tabla de logaritmos no incluida en la primera edición de 1614. Este incremento de nuevas curvas hizo imprescindible el desarrollo de nuevos métodos para calcular tangentes. Uno de ellos fue el método de adigualdades de Pierre Fermat (**conocido también como el Método de las Raíces Iguales**), que servía además para **calcular máximos y mínimos**.

Tangentes.

Relacionado con los problemas de tangentes surgió a mediados del XVII el llamado problema inverso de tangentes, es decir, deducir una curva a partir de las propiedades de sus tangentes. El primero en plantear un problema de este

tipo fue Florimond de Beaune, discípulo de Descartes, quien planteó, entre otros, el problema de encontrar la curva con subtangente constante. El propio Descartes lo intentó resolver sin éxito, siendo Leibniz el primero en resolverlo en la primera publicación de la historia sobre el cálculo infinitesimal.

Cálculo Diferencial e Integral

Un elemento esencial para el descubrimiento del cálculo era el reconocimiento de que el problema de las tangentes y las cuadraturas eran problemas inversos, de hecho, es por eso que la relación inversa entre la derivación y la integración es lo que hoy, con toda justicia y razón, llamamos **Teorema Fundamental del Cálculo**.

Newton

En el último cuarto del siglo XVII, Newton y Leibniz, de manera independiente, sintetizaron de la maraña de métodos infinitesimales usados por sus predecesores dos conceptos, los que hoy llamamos La Derivada y La Integral, desarrollaron reglas para manipular la derivada -reglas de derivación-y mostraron que ambos conceptos eran inversos- Teorema Fundamental del Cálculo-

El primero en descubrir el cálculo fue Newton, pero su fobia a publicar le hizo guardar casi en secreto su descubrimiento. Newton gestó el cálculo en sus anni mirabilis (1665-1666) cuando se refugiaba en su casa materna de la epidemia de peste que asolaba Inglaterra.

¿Por qué Newton tardó tanto en publicar sus resultados?

A parte de su peculiar personalidad y las distintas disputas que tuvo con muchos de sus contemporáneos, Newton era consciente de la débil fundamentación lógica de su método de cálculo de fluxiones no obstante siempre hubo copias de sus trabajos circulando entre sus amigos.

Leibniz

Leibniz, más conocido como filósofo, fue el otro inventor del cálculo. Su descubrimiento fue posterior al de Newton, aunque Leibniz fue el primero en publicar el invento. Lo hizo además usando una vía ciertamente novedosa en aquella época: para facilitar la difusión de sus resultados los publicó en una de las recién creadas revistas científico filosóficas el Acta Eroditorum que el mismo había ayudado a fundar.

En 1673, luego de estudiar los tratados de Pascal, Leibniz se convence que los problemas inversos de tangentes y los de cuadraturas eran equivalentes.

Leibniz comienza a desarrollar toda una teoría de sumas y diferencias infinitesimales que acabarían en la gestación de su cálculo por el año 1680 También resuelve el ya mencionado problema de De Beaune, encontrando que la solución era el logaritmo

Bernoulli, Euler y Lagrange lo desarrollaron ampliamente en el siglo XVII.

El siguiente artículo de Leibniz se llamó:

"Sobre una geometría altamente oculta y el análisis de los indivisibles e infinitos"

3 ejemplos de funciones algebraicas

Funciones Explícitas: son aquellas que las imágenes de x se obtienen por sustitución simple. Por ejemplo: $f(x) = 2x + 1$

Funciones Implícitas: son aquellas en las que las imágenes de x no se pueden obtener por sustitución simple. Por ejemplo con respecto al anterior: $2x - y + 1 = 0$

Funciones Polinómicas: son aquellas funciones que están formadas por un polinomio. Por ejemplo: $f(x) = x^2 - 2x + 1$

3 ejemplo de funciones trascendentes

$$f_1(x) = x^x$$

$$f_2(x) = c^x, c \neq 0, 1$$

$$f_3(x) = x^c$$