



UNIVERSIDAD DEL SURESTE

TEMA:

Mapa conceptual de teorema de los limites

MATERIA:

calculo

FECHA DE ENTRGA:

Sábado, 26 de sep de 2020 a

Sábado, 17 de oct de 2020

MAESTRO:

ROSARIO GOMEZ LUJANO

ALUMNO:

Lavith fernando stivalet angulo

Teorema de los límites

El teorema indica que, en condiciones muy generales, si S_n es la suma de n variables aleatorias independientes y de varianza no nula pero finita, entonces la función de distribución de S_n «se aproxima bien» a una distribución normal (también llamada *distribución gaussiana*, *curva de Gauss* o *campana de Gauss*). Así pues, el teorema asegura que esto ocurre cuando la suma de estas variables aleatorias e independientes es lo suficientemente grande.

límites de una función constante

El límite de una constante es igual a la misma constante siempre y cuando la constante esté definida para el punto analizado.

Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} k = k$$

donde k es una constante perteneciente a los números reales.

límite de una función identidad

La identidad es una función lineal de pendiente $m = 1$ que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto $(0,0)$. Divide el primer y el tercer cuadrante en partes iguales, o sea, es su bisectriz.

La pendiente es la inclinación con respecto al eje X (eje de abscisas). Al ser ésta positiva ($m > 0$), la función es creciente.

límite de una suma de funciones

El límite de la suma de dos funciones es igual a la suma de los límites de las funciones por separado para un determinado punto en el cual esté definida dichas funciones.

límite de una diferencia de funciones

El límite de la suma de ambas funciones es igual a la suma de los límites. El límite de la diferencia se calcula como la diferencia de los límites. El límite del cociente entre ambas funciones es igual al cociente entre los límites, siempre y cuando el límite del denominador sea distinto de cero.

límite de una función multiplicada por una constante

El límite de una constante por una función es igual a la misma constante multiplicada por el límite de la función para un determinado punto en el cual esté definida dicha función.

límite del producto de dos funciones

El límite del producto o multiplicación de dos funciones es igual al producto de los límites de las dos funciones por separado para un determinado punto en el cual esté definida dichas funciones.

Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

donde f y g son dos funciones que están definidas en el punto x_0 .

1._ Aplicaciones de la derivada

El deseo de medir y de cuantificar el cambio, la variación, condujo en el siglo XVII hasta la noción de derivada.

El estudio de las operaciones con derivadas, junto con las integrales, constituyen el cálculo infinitesimal. Los introductores fueron Newton y Leibnitz, de forma independiente. Los conceptos son difíciles y hasta bien entrado el siglo XIX no se simplificaron. A ello contribuyó la aparición de una buena notación, que es la que usaremos. Las aplicaciones prácticas de esta teoría no dejan de aparecer.

1. Tasa de variación media

Incremento de una función

Sea $y = f(x)$ y a un punto del dominio de f . Suponemos que a aumenta en h , pasando al valor $a + h$, entonces f pasa a valer

$f(a + h)$, al valor h se le llama *incremento de la variable*, y a la diferencia entre $f(a + h)$ y $f(a)$ el incremento de la función.

Tasa de variación media

Llamamos tasa de variación media (o tasa media de cambio) T.V.M., de la función $y = f(x)$ en el intervalo

$[a, b]$ al cociente entre los incrementos de la función y de la variable, es decir:

$$\text{T.V.M. } [a, b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Ejemplo 1. Halla la tasa de variación media de la función

$f(x) = 3 - x^2$ en el intervalo $[0, 2]$

Solución

$$\text{T.V.M. } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{-1 - 3}{2} = -2$$

Ejercicio 1. Calcular b para que la tasa de variación media de la función $f(x) = \ln(x+b)$ en el intervalo $[0, 2]$ valga $\ln 2$.

2. Tasa de variación instantánea. La derivada

Consideremos un valor h (que puede ser positivo o negativo).

La tasa de variación media en el intervalo $[a, a + h]$ sería $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$.

Nos interesa medir la tasa instantánea, es decir el cambio cuando la h tiende a cero, es decir :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

A este valor se le llama la **derivada** de la función f en el punto a y se designa por $f'(a)$, por lo tanto, la derivada de una función en un punto es el límite de la tasa de variación media cuando el incremento de la variable tiende a 0.

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

Si f tiene derivada en el punto a se dice que f es *derivable* en a .

2._ razón de cambio promedio e instantáneo

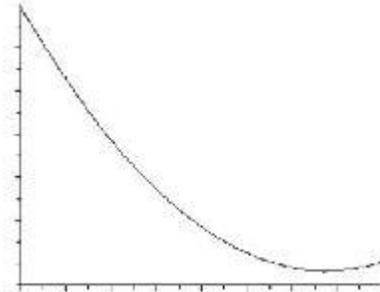
El concepto de razón de cambio se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio. En caso de que las variables no estén relacionadas, tendrán una razón de cambio igual a cero.

La razón de cambio más frecuente es la velocidad, que se calcula dividiendo un trayecto recorrido por una unidad de tiempo. Esto quiere decir que la velocidad se entiende a partir del vínculo que se establece entre la distancia y el tiempo. De acuerdo a cómo se modifica la distancia recorrida en el tiempo por el movimiento de un cuerpo, podemos conocer cuál es su velocidad.

Supongamos que un automóvil recorre 100 kilómetros en dos horas. La razón de cambio existente entre ambas variables es 50 kilómetros por hora.

Ese valor representa su velocidad, ya que $v = d / t$ (velocidad = distancia / tiempo).

A partir del conocimiento de una razón de cambio, es posible desarrollar diferentes cálculos y previsiones. Si conocemos el nivel de contaminación que está llegando a un arroyo a partir del vertido de sustancias químicas por parte de una industria, es posible utilizar la razón de cambio para señalar qué tan rápido se incrementa el nivel de contaminación.



Razón de cambio promedio

Nuestro día a día nos enfrenta a diversas razones de cambio de situaciones sociales, económicas y naturales, entre otras, en las cuales deseamos saber cuál es el valor más grande o el más pequeño (el máximo y el mínimo, respectivamente), su crecimiento o su disminución en un período de tiempo determinado. Se trata de problemas en los cuales estudiamos fenómenos relacionados con la variación de una magnitud que depende de otra, por lo cual es necesaria una descripción y una cuantificación de dichos cambios por medio de gráficas, tablas y modelos matemáticos.

Así como en el ejemplo del coche que recorre 100 kilómetros en dos horas, los problemas que nos llevan a calcular la razón de cambio promedio arrojan resultados en los cuales se determina una variación que no necesariamente existe en la realidad a cada momento; en otras palabras, no sabemos si el coche ha mantenido esta velocidad a lo largo de las dos horas, sino que estimamos el promedio de unidades de distancia al cual debió avanzar para completar dicho recorrido.

Razón de cambio instantánea

La razón de cambio instantánea también se denomina *segunda derivada* y hace referencia a la velocidad con la cual cambia la pendiente de una curva en un momento determinado. No olvidemos que la razón de cambio muestra la proporción en la que cambia una variable con respecto a otra o, desde un punto de vista gráfico, la pendiente de una curva.

Si retomamos el ejemplo del coche, la razón de cambio instantánea podría resultar útil para conocer el trayecto recorrido en un punto específico de las dos horas, que es el plazo de tiempo total analizado en el problema. A diferencia de la razón promedio, la instantánea tiene una visión muy puntual, ya que busca conocer o corregir valores antes de que finalice el periodo.

reglas de derivación.

Las **reglas de derivación** son los métodos que se emplean para el cálculo de la derivada de una función. Dependiendo del tipo de función, se utiliza el más adecuado.

Derivada de funciones polinómicas

Derivada de función de grado n

En una función polinómica de grado n , donde n es un entero positivo, su derivada

es .

Cabe hablar de la derivada de una función potencial de exponente real sin mencionar

grado. Por ejemplo que es más fácil considerando

Algunos tipos de este tipo de funciones son: Función cuadrática, función cúbica, entre otras.

Pasos para cada tipo de derivación

1. Constantes- En este caso todas las derivadas de una constante son iguales a cero.

2. Función identidad- $f(x)=x$ entonces $f'(x)=1$

3. Regla de las potencias- Si se tiene un término que esta elevado a una potencia en una

función , fórmula:

4. Regla del factor constante- 1.Se deriva la x con la regla de las potencias. 2.Se

multiplica el resultado por la constante (Coeficiente), fórmula:

5. Regla de la suma- Se deriva con las reglas anteriores a cada término de la función.

Si entonces

6. Regla de la diferencia- Se realizan los mismos pasos que en la regla de la suma igual pero restando.

7. Regla del producto- 1.Identificar las dos funciones, 2.Multiplicar la primera (u) por la derivada de la segunda (v), y se suma el producto de la segunda por la derivada de la primera. Formula: $f'(x)=uv'+vu'$

8. Regla de la derivada del cociente- 1.Identificar las dos funciones u y v, 2.Multiplicar la derivada de la primera (u) por la segunda (v), y se resta el producto de la primera por la derivada de la segunda, 3. Dividir todo entre la segunda al cuadrado. Formula: $f'(x)=(vu'-v'u)/v^2$

Téngase presente que la derivada, teniendo en cuenta que es una **aplicación lineal** en el conjunto de las funciones reales derivables.²

Derivada de un producto[editar]

Artículo principal: Regla del producto (cálculo)

La derivada se expresa *literalmente* de la siguiente forma:

"La derivada de un producto de dos funciones es equivalente a la suma entre el producto de la primera función sin derivar y la derivada de la segunda función y el producto de la derivada de la primera función por la segunda función sin derivar."

5 ejemplos de limites

$$1, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+3}{2} = 2$$

$$2, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + x} \right)$$

$$3, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{x^2+1}{x-2} \right)$$

$$4, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x-1}{\sqrt[3]{5x^3+4x-2}}$$

$$5, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^4+x^2+1}}{x^2+1}$$

5 ejemplos de derivada

$$1, y = \sqrt{x^3}$$

$$2, y = 12x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 1000$$

$$3, y = (1 + 4x^3)(1 + 2x^2)$$

$$4, y = \frac{1 + 4x^3}{1 + 2x^2}$$

$$5, y = (6x^5 + 4x^3 + 2x + 1)^7$$

5 ejemplos de derivada sucesiva.

$$1, f(x) = 2x^2 - 3x^5 \text{ en } [5, 10]$$

$$2, f(x) = 3x + 2x - 1 \text{ en } [2, 2+h]$$

3, $f(x)=x+3-\sqrt{\quad}$ en $[x,a]$

4, $f(x)=x^3+x$ en $[-3,0]$

5, $f(x)=ax^2+b$ en $[-1, 1]$