UNIVERSIDAD DEL SURESTE

NOMBRE DEL ALUMNO: CRISTHEL GÓMEZ GONZÁLEZ

NOMBRE DEL PROFESOR: ROSARIO GÓMEZ

MATERIA: PRE-CALCULO Y FUNCIONES

Teoremas de los limites

La identidad es una función lineal de pendiente m = 1 que pasa por el origen de coordenadas, es decir, por el punto (0,0). Divide el primer y el tercer cuadrante en partes iguales, o sea, es su bisectriz.
La pendiente es la inclinación con respecto al eje X (eje de abscisas). Al ser ésta positiva (m > 0), la función es creciente.
Que la pendiente de la función identidad sea m = 1 significa que si aumentamos la x en una unidad, la y también aumenta en una unidad.
Formará un ángulo de 45° con cualquiera de los ejes.
La identidad id es el elemento neutro en la composición de funciones. Es decir, cualquier función f compuesta con la identidad es ella misma.

Límite de la Suma de Funciones:
El límite de la suma de dos funciones es igual a la suma de los límites de las funciones por separado para un determinado punto en el cual esté definida dichas funciones.
Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:
límx→x0 [f(x) + g(x)] = límx→x0 f(x) + límx→x0 g(x)
donde f y g son dos funciones que están definidas en el punto x0.

Límite del Producto de Funciones:

El límite del producto o multiplicación de dos funciones es igual al producto de los límites de las dos funciones por separado para un determinado punto en el cual esté definida dichas funciones.
Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:
límx→x0 f(x) · g(x) = límx→x0 f(x) · límx→x0 g(x)
donde f y g son dos funciones que están definidas en el punto x0.

Limite de una función constante: se dice que una función f (x) tiene limite L en el punto x = a, si es posible aproximar f (x) a L tanto como se quiera cuando x se acerca indefinidamente a a, siendo distinto de a. En términos matemáticos se expresa como: dado el punto a, y según la anterior definición existe dos formas de aproximar x a a: desde valores x >a (por la derecha) y desde valores x < a (por la izquierda). En cada caso se obtienen valores denominados límites por la derecha (xra+) y lìmite por la izquierda (xra-). Por definición, para que exista el lìmite de una función ha de cumplirse que existan los dos límites laterales (por la derecha y por la izquierda) y que ambos sean iguales.

El límite de la suma de ambas funciones es igual a la suma de los límites.

El límite de una constante por una función es igual a la misma constante multiplicada por el límite de la función para un determinado punto en el cual esté definida dicha función.
Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:
límx→x0 k · f(x) = k · límx→x0 f(x)
donde k es una constante perteneciente a los números reales y f(x) está definida en el punto x0

Aplicación de las derivadas y sus tipos

La determinación de las derivadas no está limitada solamente a un punto de vista teórico para que de esta forma los estudiantes puedan entender distintos temas de las matemáticas, sino que hay una serie de aplicaciones vitales de las derivadas en ejemplos de la vida real. Las derivadas encuentran un lugar vital en la ingeniería, física e incluso en los negocios y la economía, etc. Algunas de las aplicaciones más notables de las derivadas se explican a continuación:

1.Tasa de variación:Esta es la aplicación más utilizada de las derivadas. Encuentra su aplicación en muchos problemas de la física. La tasa de variación en la localización de un punto te dará la velocidad de ese punto. De manera similar la tasa de cambio de la velocidad de un punto se conoce como la aceleración del mismo. La velocidad de un punto se despeja como,aquí x es el punto cuya velocidad será calculada y t representa el intervalo de tiempo.

2.Punto Crítico:El punto crítico tiene una cantidad vasta de aplicaciones que incluyen la termodinámica, la física de la materia condensada, etc. Un punto crítico es aquel donde la derivada de la función es cero, no existe en absoluto.

3.Determinación de valores mínimos y máximos:A este proceso se le denomina optimización. Existen una serie de problemas que requieren la determinación de los valores mínimos y máximos de alguna función tal como la determinación del menor costo, aproximación del menor tiempo, cálculo de mayor ganancia, etc. Puede existir un mínimo local / punto máximo que se denomina mínimo relativo / máximo punto o mínimo global / máximo punto que se le llama como mínimo absoluto / punto máximo. El máximo absoluto es uno, , para todos los puntos del dominio de la función. Mientras que un punto máximo relativo es uno, , para todos los puntos en un período abierto en las proximidades de x igual a c.

4.Método de Newton: Una aplicación digna de notar de las derivadas es el método de Newton, este es utilizado para rastrear las raíces de una ecuación en una cascada de etapas para que en cada paso de la solución encontremos una solución mejor y más adecuada como raíz de la ecuación. Este envuelve también el uso de algunos términos de las Series Taylor. En términos llanos, el método de Newton puede establecerse como,

5.Aplicaciones en el ámbito del comercio: Existe una gran cantidad de lugares en el comercio donde las derivadas son requeridas. Dado que el objetivo final del comercio es el de maximizar las ganancias y minimizar las pérdidas, la teoría de máximos y mínimos puede utilizarse aquí para evaluar la respuesta correcta y así aumentar la productividad total del comercio. También resulta conveniente analizar el costo promedio de un artículo lo que puede ayudar al aumento de la ganancia.

6.Aproximación lineal: En una serie de ramas de la física, como es el caso de la óptica, la Aproximación lineal juega un papel vital. En este utilizamos una función lineal con el fin de encontrar la aproximación de cualquier función general. Esta es más comúnmente conocida como una aplicación de la recta tangencial al gráfico de cualquier función lineal.

La razón de cambio es la proporción en la que una variable cambia con respecto a otra, de manera más explícita hablamos de la pendiente de una curva en una gráfica, es decir el cambio en el eje "y" entre el cambio del eje "x". A esto se le conoce también como la primera derivada.

La razón de cambio instantánea también conocida como la segunda derivada se refiere a la rapidez con que la pendiente de una curva cambia en determinado momento. Por lo tanto hablamos de la razón de cambio de la pendiente en un momento especifico.

Reglas De Derivación (I)
El cálculo de la derivada de una función puede realizarse a partir de un conjunto de reglas fijas de aplicación sistemática. A la hora de derivar una función, se utilizan primero las propiedades generales de la derivación, para reducirla a una serie de funciones simples conocidas, cuyas derivadas se obtienen directamente a partir de una tabla.

Regla de los cuatro pasos
El proceso más general utilizado para la obtención de **derivadas** de funciones se denomina **regla de los cuatro pasos**. Dada una función f (x) **continua** y **derivable**, esta regla aplica las siguientes etapas:

- Se determina: f (x + h).
- Se calcula: f (x + h) - f (x).
- Se obtiene el cociente incremental entre ambos términos:
  $$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$
- Se calcula el límite de este cociente incremental cuando h tiende a cero:
  $$\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x)$$

EJEMPLOS DE LIMITES

Límite de una Constante:

El límite de una constante es la misma constante.

límx→x0k=k

Ejemplo:límx→15=5

Límite de una Constante por una Función:

El límite de una constante por una función es igual a la constante por el límite de la función.

límx→x0 k · f(x)=k ·límx→x0f(x)

Ejemplo:límx→010·(x - 1)/(x + 1)=10 ·límx→0(x - 1)/(x + 1) = 10 · (-1/1) = -10

Límite de la suma de funciones:

El límite de la suma de funciones es igual a la suma de los límites de las funciones por separado.

límx→x0[f(x)+g(x)]=límx→x0f(x)+límx→x0g(x)

Ejemplo:límx→-2(x+2)+1 / x=límx→-2(x+2)+límx→-21/x=0-1/2= -1/2

Límite de la resta de funciones:

El límite de la resta de funciones es igual a la resta de los límites de las funciones por separado.

límx→x0[f(x)-g(x)]=límx→x0f(x)- límx→x0g(x)

Ejemplo:límx→-2(x+2) - 1 / x = límx→-2(x+2) -límx→-21/x =0+1/2= ½

Límite de la multiplicación o producto de funciones:

El límite de la multiplicación de funciones es igual a la multiplicación de los límites de las funciones por separado.

límx→x0f(x)·g(x)=límx→x0f(x)·límx→x0g(x)

Ejemplo:límx→15x · (1+x)=límx→15x · límx→1(1+x)=5+ 2 =7

Ejemplo de derivadas

Ejemplo 1:

$$f(x) = \sin(x^2)$$

Se trata de la composición de la función seno y la función cuadrado. Su derivada es la derivada del seno por la derivada del cuadrado:

$$f'(x) = \cos(x^2) \cdot (2x) =$$
$$= 2x \cdot \cos(x^2)$$

Ejemplo 2:

$$f(x) = \sin^2(x)$$

Tenemos las mismas funciones, pero con el orden de composición intercambiado. Su derivada es la derivada del cuadrado por la del seno:

$$f'(x) = 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Ejemplo 3:

$$f(x) = (\sin(x) + x)^2$$

Para derivar esta función tenemos que aplicar la regla de la cadena y la regla de derivación de la suma de funciones:

$$f'(x) = 2(\sin(x) + x)(\cos(x) + 1)$$