Nombre: Anzueto Reyes Ingrid Yosabet.

Profesor: Ojeda Trujillo Juan José.

Trabajo: Ensayo

Grupo: BRH

Grado: 4to cuatrimestre

Comitán de Domínguez Chiapas a 14 de 0ctubre de 2020

Introducción.

Este ensayo trata sobre Límites y continuidad de funciones; el concepto de límite en Matemáticas tiene el sentido de “lugar” hacia el que se dirige una función en un determinado punto o en el infinito.

Así mismo una función es continua si su gráfica puede dibujarse de un solo trazo. Diríamos que es continua si puede dibujarse sin separar el lápiz de la hoja de papel. Se dice que la función es discontinua si no es continua, es decir, presenta algún punto en el que existe un salto y la gráfica se rompe.

LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

El vocablo que nos ocupa en primer lugar, límite, podemos decir que se trata de una palabra que procede, etimológicamente hablando, del latín. En concreto, emana del sustantivo “limes”, que puede traducirse como “frontera o borde”

La noción de límite tiene múltiples acepciones. Puede tratarse de una línea que separa dos territorios, de un extremo a que llega un determinado tiempo o de una restricción o limitación.

Para la matemática, un límite es una magnitud fija a la que se aproximan cada vez más los términos de una secuencia infinita de magnitudes.

Función, por su parte, también coincide con el término anterior en lo que respecta a su origen. Y es que, de igual modo, viene del latín, más exactamente de “función”, que es sinónimo de “función o ejecución”.

Función, por otra parte, es un concepto que refiere a diversas cuestiones. En este caso, nos interesa la definición de función matemática (la relación f de los elementos de un conjunto A con los elementos de un conjunto B).

La expresión límite de una función se utiliza en el cálculo diferencial matemático y refiere a la cercanía entre un valor y un punto. Por ejemplo: si una función **f** tiene un límite **X** en un punto **t**, quiere decir que el valor de **f** puede ser todo lo cercano a **X** que se desee, con puntos suficientemente cercanos a **t**, pero distintos.

Dentro de lo que sería el límite de la función, tendríamos que destacar la existencia de una teoría muy importante. Nos estamos refiriendo a la teoría del sándwich, también conocida como teorema del emparedado, que tiene su origen en tiempos del físico griego Arquímedes, que la usó al igual que hiciera el matemático Eudoxo de Cnido, que era discípulo del filósofo Platón.

No obstante, se considera que el verdadero formulador de aquella no es otro que el matemático y astrónomo alemán Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), que ha pasado a la Historia por el calificativo de “príncipe de las Matemáticas”.

Ese teorema tenemos que decir que lo que viene a establecer es que si dos funciones se decantan por el mismo límite en lo que se refiere a un punto concreto, cualquier otra función que se establezca entre ambas también compartirá con ellas el mismo límite.

Dentro del ámbito del análisis matemático y del cálculo, y más exactamente en el área de las demostraciones, es donde se suele recurrir al uso de la teoría del sándwich, que también es llamada teorema del ladrón y los dos policías.

Los límites de las funciones ya se analizaban en el siglo XVII, aunque la notación moderna surgió en el siglo XVIII a partir del trabajo de diversos especialistas. Se dice que **Karl Weierstrass** fue el primer matemático en proponer una técnica precisa, entre 1850 y 1860.

En definitiva, una función **f** con límite **X** en **t** quiere decir que dicha función tiende hacia su límite **X** cerca de **t**, con **f(x)** tan cerca de **X** como sea posible pero haciendo que **x** sea distinto de **t**. De todas maneras, la idea de cercanía es poco precisa, por lo que una definición formal requiere de más elementos.

Ejemplos Resueltos:

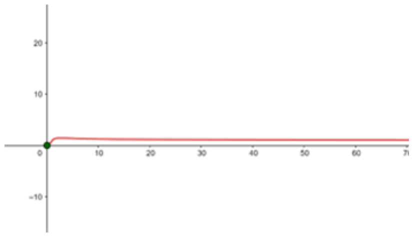
1-Estudia la continuidad de f(x) en x = 0.

$$f(x) = \begin{cases} x^{\frac{1}{x}} & si \quad x > 0 \\ 0^0 & si \quad x = 0 \end{cases}$$
$$f(0) = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} x^{\frac{1}{x}} = 0^{\frac{1}{0^+}} = 0^{\infty} = 0$$

$$\nexists \lim_{x \to 0^-} x^{\frac{1}{x}}$$

En $x = 0$ hay una discontinuidad esencial.



2-Estudiar la continuidad en x = 0 de la función:

$$f(x) = \begin{cases} x \cdot sen\frac{1}{x} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$$

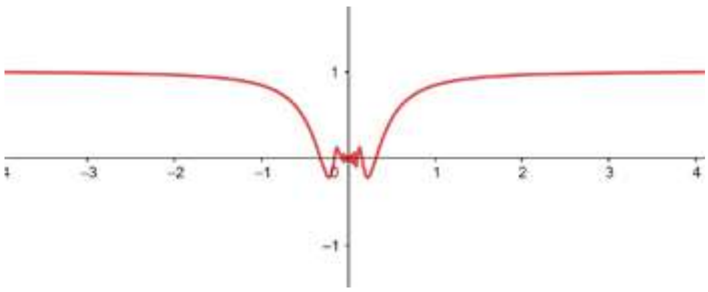
$$f(0) = 0$$

La función $sen\dfrac{1}{x}$ está acotada $\left|sen\frac{1}{x}\right| \leq 1, x \neq 0$. Por tanto se verifica:

$$\lim_{x \to 0} \left(x \cdot sen\frac{1}{x} \right) = 0$$

El límite es 0, ya que cualquier número multiplicado por cero da cero.

La función es continua en toda $\mathcal{R}$.



Conclusión.

En este trabajo podemos concluir finalmente la importancia de los límites, la derivación implícita y la complejidad y sencillez de la derivación. Realizando este trabajo pudimos aclarar nuestros conocimientos y mejorar en las partes que ya éramos fuertes, además empezamos a tener más en cuenta conceptos claves de la derivación como pueden ser:

- derivación: La derivación, matemáticamente, es un concepto esencial para determinar los espacios tangentes sobre variedades diferenciables, sus cualidades, sus propiedades y sus consecuencias

Bibliografía.

Recuperado de. https://www.ugr.es/~barbaran/Descargas/continuidad.pdf