

ENSAYO

LIMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

Introducción

El concepto de límite tiene el sentido de “lugar” hacia el que se dirige una función en un determinado punto o en el infinito. Los límites describen el comportamiento de una función conforme nos acercamos a cierto valor de entrada, sin importar el valor de salida de la función. La continuidad requiere que el comportamiento de una función alrededor de un punto sea igual al valor de la función en ese punto.

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que a cada valor de la primera le asigna un único valor de la segunda.

Ejemplo:

Si A y B son dos conjuntos, que llamaremos conjunto inicial y conjunto final, respectivamente, una función, f , de A en B , $f: A \rightarrow B$, relaciona cada elemento de A con un único elemento de B . Si $a \in A$ está relacionado con $b \in B$ se escribe $f(a) = b$ y se dice que b es la imagen de a y que a es la antiimagen de b .

Desarrollo

Es importante comprender que para que el límite de una función en $x = a$ sea b , no hace falta saber lo que ocurre exactamente en el punto $x = a$ y sí lo que ocurre a su alrededor. De hecho, una función puede no estar definida en el punto $x = a$ y sí tener límite en ese punto.

En general, para calcular el límite de una función en un punto, se estudia hacia que valor tienden los valores de la función en las cercanías del punto. Si al sustituir el valor de x por el valor al que tiende se obtienen resultados con sentido, estaremos en un caso de un

límite determinado y el proceso concluirá; si al realizar la sustitución se obtiene algún tipo de indeterminación, estaremos ante un caso indeterminado y deberá manipularse la expresión para conseguir otra expresión equivalente en la que las operaciones que aparezcan tengan sentido.

Una función es continua en el intervalo (a, b) cuando lo es en cada uno de sus puntos y es continua en el intervalo $[a, b]$ cuando lo es en (a, b) y además es continua por la derecha en $x = a$ y continua por la izquierda en $x = b$

Cuando una función no es continua en un punto diremos que es discontinua en ese punto. La continuidad de una función en un punto solo depende del comportamiento de dicha función “cerca” del punto. Este hecho lo aplicamos sin darnos cuenta cada vez que aplicamos la continuidad de una función definida a trozos

Conclusión

Tal y como hemos podido comprobar en una función el conjunto inicial y conjunto final están formados por números reales, los tipos de funciones son: Funciones polinómicas, función lineal, función cuadrática, funciones racionales, funciones irracionales, función exponencial, etc. una función continua es aquella para la cual, intuitivamente, para puntos

cercanos del dominio se producen pequeñas variaciones en los valores de la función; en conclusión los límites describen el comportamiento de una función y en una función continua se producen variaciones en los valores de la función para los puntos cercanos del dominio. El dominio es el conjunto de partida de una función, o sea aquellos valores para los cuales la función se define. Entonces la palabra continuidad quiere decir que se produce un pequeño cambio en la variable x o un cambio en el valor $f(x)$

Ejemplos resueltos

$$F(x) = x^2 - 9/x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 - 9/x + 3 = 4 - 9/5 + 3 = -5/5 = -1$$

$$x \rightarrow 2$$