Nombre de alumnos:

Ailyn Yamili Antonio Gómez.

Nombre del profesor:

Rosario Gómez Lujano.

Nombre del trabajo:

Coordenadas polares.

Materia:

Geometría analítica.

Grado:

3° semestre.

Grupo:

“U”

Pichucalco, Chiapas a 23 de septiembre de 2020.

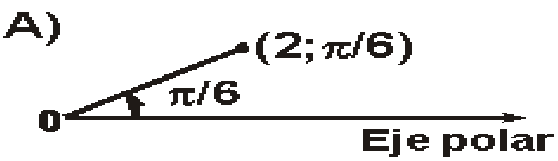
Coordenadas polares, coordenada radial y coordenada angular.

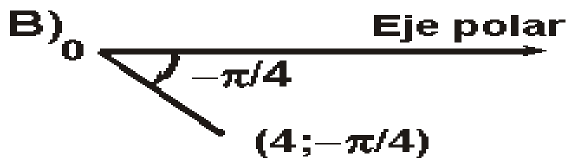
Las coordenadas polares o sistemas polares son un sistema de coordenadas bidimensional en el que cada punto del plano se determina por una distancia y un ángulo. Este sistema es ampliamente utilizado en física y trigonometría. De manera más precisa, como sistema de referencia se toma: (a) un punto O del plano, al que se llama origen o polo; y (b) una recta dirigida (o rayo, o segmento OL) que pasa por O, llamada eje polar (equivalente al eje x del sistema cartesiano). Con este sistema de referencia y una unidad de medida métrica (para poder asignar distancias entre cada par de puntos del plano), todo punto P del plano corresponde a un par ordenado (r, θ) donde r es la distancia de P al origen y θ es el ángulo formado entre el eje polar y la recta dirigida OP que va de O a P. El valor θ crece en sentido antihorario y decrece en sentido horario. La distancia r ($r \geq 0$) se conoce como la «coordenada radial» o «radio vector», mientras que el ángulo es la «coordenada angular» o «ángulo polar». En el caso del origen, O, el valor de r es cero, pero el valor de θ es indefinido. En ocasiones se adopta la convención de representar el origen por (0,0º), por medio de un sistema coordenadas en un plano, es posible localizar cualquier punto del plano, en el sistema rectangular esto se efec-90" tda refiriendo el punto a dos rectas fijas perpendiculares llamadas ejes tie coordenadas, en el sistema polar, un punto se locaiiza especificando su posicion relativa con respecto a una recta fija y a un punto fijo de esa recta, la recta fija se llama eje polar; el punto fijo se llama polo.

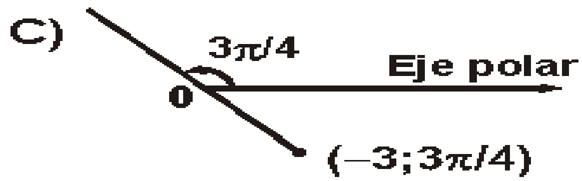
PROBLEMA 1:

Gráfique los puntos cuyas coordenadas son: **A)** $\left(2;\frac{\pi}{6}\right)$ **B)** $\left(4;-\frac{\pi}{4}\right)$ **C)** $\left(-3;\frac{3\pi}{4}\right)$

RESOLUCIÓN:







PROBLEMA 2:

Convierta **P(1;–1)** de coordenadas rectangulares a coordenadas polares.

RESOLUCIÓN:

Como **x=1**;**y=–1**,tenemos $r=\pm\sqrt{(1)^2+(-1)^2}=\pm\sqrt{2}$

Además: $\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $\operatorname{sen}\theta=-\frac{1}{\sqrt{2}}$

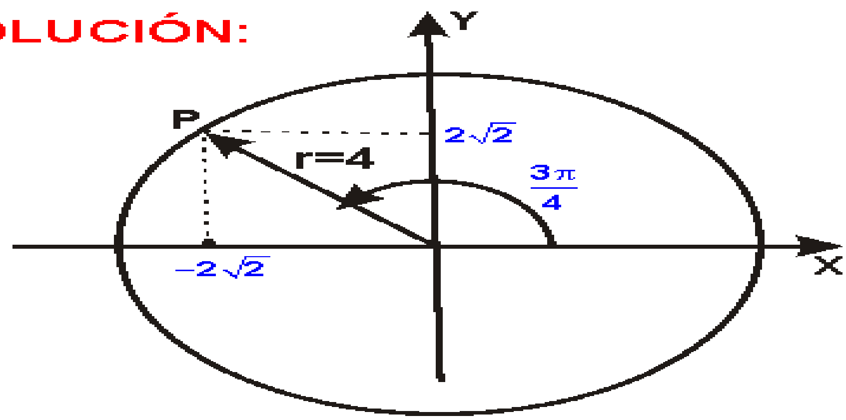
Si consideramos $r=\sqrt{2}$, puesto $P\in IVC$, entonces: $\theta=\frac{7\pi}{4}$, si $r=-\sqrt{2}$, $\theta=\frac{3\pi}{4}$

Así, vemos que las representaciones para **P** son: $\left(\sqrt{2};\frac{7\pi}{4}\right)$ y $\left(-\sqrt{2};\frac{3\pi}{4}\right)$

PROBLEMA 3 :

Determine las coordenadas rectangulares del punto **P** , cuyas coordenadas polares son $\left(4;\frac{3\pi}{}\right)$.

RESOLUCIÓN:



Coordenadas rectangulares de **P**

$P(-2\sqrt{2};2\sqrt{2})$ coordenadas polares : $P(4;\frac{3\pi}{4})$

RPTA : "B"

PROBLEMA 4 :

Determine la ecuación polar del lugar geométrico cuya ecuación rectangular es: $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

A) $r^2-4r\,\text{sen}(\theta)+2=0$

B) $r^2+4\sqrt{2}r\,\text{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)+4=0$

C) $r^2-4r\cos(\theta)+4=0$

D) $r^2-4\sqrt{2}r\,\text{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)+2=0$

E) $r^2-4\sqrt{2}r\,\text{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)+4=0$

RESOLUCIÓN:

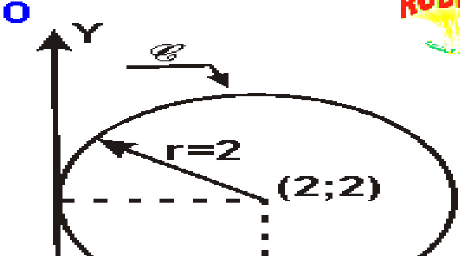
Tenemos : $C:(x-2)^2+(y-2)^2=4$ (ecuación rectangular)

Cambiamos: $x=r\cos\theta \wedge y=r\,\text{sen}\theta$

$C:(r\cos\theta-2)^2+(r\,\text{sen}\theta-2)^2=4$

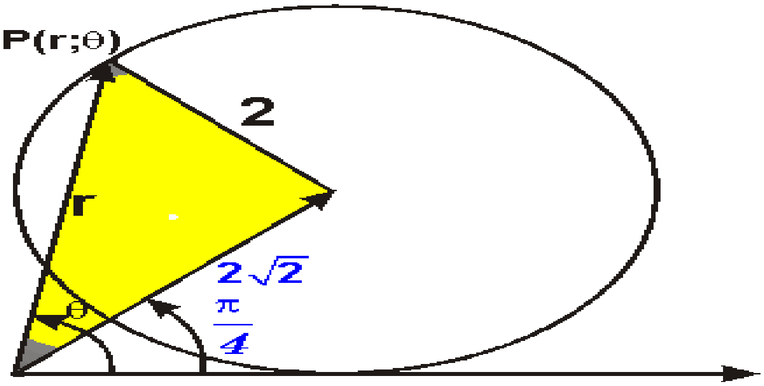
$C:\underbrace{r^2\cos^2\theta-4r\cos\theta+4+r^2\text{sen}^2\theta}_{r^2}-4r\,\text{sen}\theta+4=4$

$C:r^2-4r\underbrace{(\cos\theta+\text{sen}\theta)}_{\sqrt{2}\text{sen}(\theta+\frac{\pi}{4})}+4=0$



$$C: r^2 - 4\sqrt{2}\text{sen}(\theta+\frac{\pi}{4})+4=0 \ (\text{ecuación Polar})$$

Otro método. **P(r;θ) : punto genérico**



Aplicamos la ley de cosenos, en el triángulo sombreado.

$$2^2=r^2+(2\sqrt{2})^2-2r(2\sqrt{2})\cos(\theta-\frac{\pi}{4})$$

$$4=r^2+8-4\sqrt{2}r\underbrace{\cos(\frac{\pi}{4}-\theta)}_{\text{sen}(\frac{\pi}{4}+\theta)}$$

$$\Rightarrow C: r^2-4\sqrt{2}r\,\text{sen}(\frac{\pi}{4}+\theta)+4=0 (\text{Ecuación Polar})$$

RPTA : "E"

PROBLEMA 5 :

Determine la ecuación polar del lugar geométrico cuya ecuación rectangular es: $x^2-y^2=4$.

A) $r^2=4\tan(2\theta)$ B) $r^2=4\sec(2\theta)$ C) $r^2=4\text{sen}(2\theta)$
D) $r^2=4\csc(2\theta)$ E) $r^2=4\cos(2\theta)$

RESOLUCIÓN:

Ecuación rectangular de la hipérbola $\mathscr{H}$:

$$x^2-y^2=4$$

Cambiamos: $x=r\cos \wedge y=r\text{sen}\theta$

$$\Rightarrow \mathscr{H}: (r\cos\theta)^2-(r\text{sen}\theta)^2=4$$

$$\mathscr{H}: r^2=\frac{4}{\cos^2\theta-\text{sen}^2\theta}=\frac{4}{\cos 2\theta}$$

$\Longrightarrow$ Ecuación polar de la hipérbola:

$$\mathscr{H}: r^2=4\sec 2\theta$$

RPTA : "B"

3 ejemplos de conversión de coordenadas rectangulares a polares

Rectangulares: $x = -1 \quad y = 1$

Coordenadas Polares

$$r = \sqrt{2} \qquad \theta = \frac{3\pi}{4} = 2.3562$$

o bien

$$r = -\sqrt{2} \qquad \theta = \frac{7\pi}{4} = 5.4978$$

Rectangulares: $x = -1 \quad y = -2$

Coordenadas Polares

$$r = \sqrt{5} \qquad \theta = -\pi + \mathrm{ArcTan}[2] = -2.0344$$

o bien

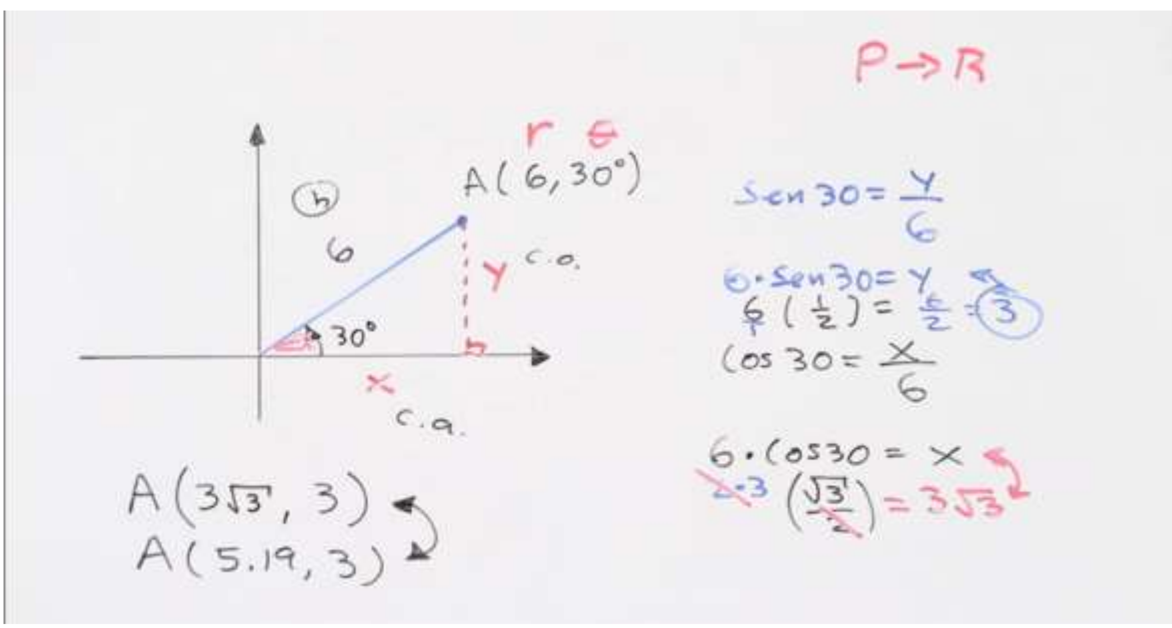
$$r = -\sqrt{5} \qquad \theta = \mathrm{ArcTan}[2] = 1.1071$$

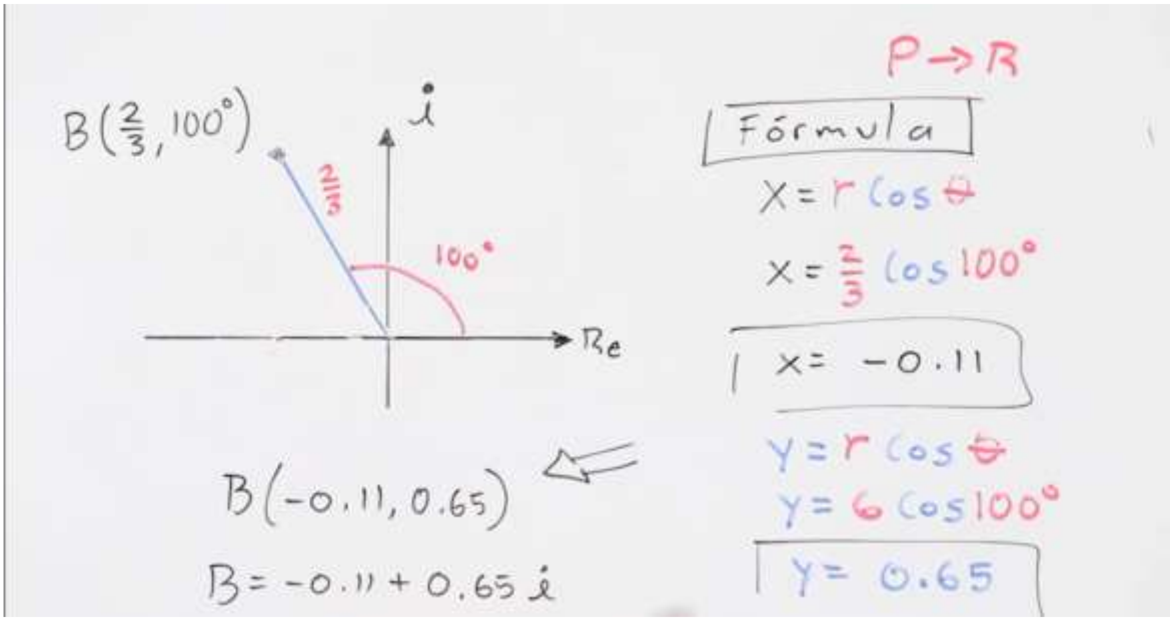
$r = 4 \qquad \theta = \frac{7\pi}{6}$

$x = -2\sqrt{3} \quad y = -2$

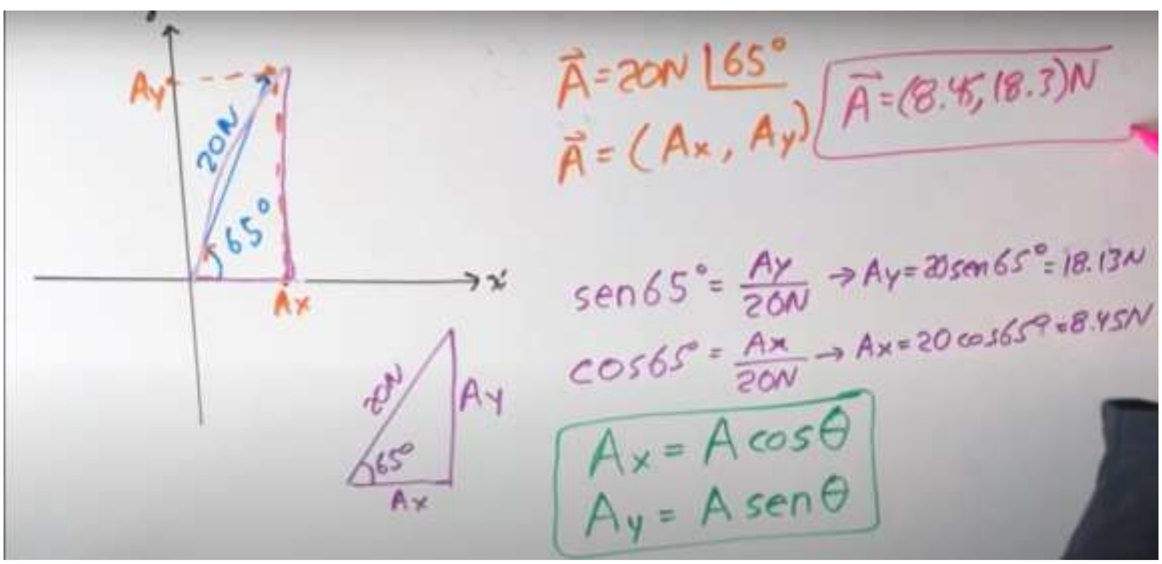
$r^2 = x^2 + y^2$, *Tan A=y/x*

3 ejemplos de conversión de coordenadas polares a rectangulares.





P → R
Fórmula
X = r Cos θ
X = 2/3 Cos 100°
X = -0.11
Y = r Cos θ
Y = 6 Cos 100°
Y = 0.65
B(2/3, 100°)
i
2/3
100°
Re
B(-0.11, 0.65)
B = -0.11 + 0.65 i



A = 20N ∠65°
A = (Ax, Ay)
A = (8.45, 18.3)N
sen65° = Ay/20N → Ay = 20sen65° = 18.13N
cos65° = Ax/20N → Ax = 20cos65° = 8.45N
Ax = A cos θ
Ay = A sen θ
Ay
20N
65°
Ax
x
20N
Ay
65°
Ax