



# Universidad del Sureste

## Escuela de Medicina

investigación

**“Limites”**

**Materia:** Biomatemáticas

**Grado:** 2° **Grupo:** “A”

**Docente:** Sergio Jimenez Ruiz

**Alumno:** Kevin Alonso Pérez Gordillo

Comitán, Chiapas, 3-septiembre-2020

# Concepto de Límites

Decimos que el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende al punto  $a$  es  $L$  si la función toma valores cada vez más cercanos al punto  $a$ .

Se expresa mediante:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Ejemplo:

Consideramos la función  $f(x) = x^2$ . Para calcular su límite en el punto  $x = 2$ , damos a  $x$  valores cercanos a 2 por su izquierda y su derecha.

Por la izquierda:

$$\begin{aligned} f(1.9) &= 3.61 \\ f(1.95) &= 3.8025 \\ f(1.99) &= 3.9601 \\ f(1.999) &= 3.996001 \end{aligned}$$

Por la derecha:

$$\begin{aligned} f(2.2) &= 4.84 \\ f(2.1) &= 4.41 \\ f(2.05) &= 4.2025 \\ f(2.01) &= 4.0401 \\ f(2.001) &= 4.004001 \end{aligned}$$

Se observa que la función tiende a 4 por ambos lados de 2. Por tanto, su límite es 4.

$$\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$$

- Si la función tiende a puntos distintos por uno y otro lado del punto  $a$ , entonces no existe el límite de la función en dicho punto.

Observad que, normalmente, el límite de  $f(x)$  en el punto  $a$  coincide con su imagen, es decir con  $f(a)$ . Para ser más exactos, esto ocurre en las funciones que son continuas en el punto  $a$ .

Un ejemplo de función discontinua es  $f(x) = 1/x^2$ , cuyo límite cuando  $x$  tiende a  $0$  no coincide con  $f(0)$  por que la función ni siquiera está definida en dicho punto (no podemos dividir entre  $0$ ).

Límite en un punto infinito

Decimos que el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a más  $(+\infty)$  es  $L$  si la función toma valores cada vez más cercanos a  $L$  cuando  $x$  crece indefinidamente.

Se expresa mediante:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$$

Analogicamente, el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a menos infinito  $(-\infty)$  es  $L$  si la función toma valores cada vez más cercanos a  $L$  cuando  $x$  decrece indefinidamente.

Lo expresamos mediante

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$$

## Límites Unilaterales

Hay caso en que las funciones no están definidas (en los reales) a la izquierda o a la derecha de un número determinado, por lo que el límite de la función cuando  $x$  tiende a dicho número, que se supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.

Ejemplo:

$f(x) = \sqrt{x}$ :  $f$  no está definida para valores menores que 0; por lo que  $\lim \sqrt{x}$  no tiene sentido; no obstante, se puede tomar valores suficientemente lo cual permite definir el límite unilateral por la derecha.

Para el límite por la izquierda la situación es similar, en ese caso la variable independiente se aproxima al número por la izquierda.

Límite unilateral por la derecha:

Sea  $f$  una función definida en todos los números del intervalo abierto  $(a, c)$ . Entonces, el límite de  $f(x)$ , cuando  $x$  se aproxima a  $a$  por la derecha es  $L$ , y se escribe.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Si para cualquier  $\varepsilon > 0$ , sin importar cuán pequeña sea, existe una  $\delta > 0$  tal que

$$\Rightarrow 0 < x - a < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

## Bibliografía

- 1) BARROS, Patricio. BRAVO, Antonio “Conjunto de libros que marcaron la historia”. [www.librosmaravillosos.com](http://www.librosmaravillosos.com). Acceso: 15/05/13
- 2) GRANVILLE, William. ANTHONY Smith. PERCEY, Flongley. WILLIAM Raymond. “Cálculo diferencial e integral”. México, Limusa, S.A., 1982.
- 3) PURCELL, Edwin J. VARBERG, Dale. “Cálculo con Geometría Analítica cuarta edición”. Quito-Ecuador, Prentice Hall Hispanoamericana S.A., 1998.
- 4) SWOKOWSKI, Earl W. “Cálculo con Geometría Analítica tercera edición”. Buenos Aires, Grupo Iberoamericano, 2000.
- 5) S, N. “Ecuación de la recta, punto y pendiente”. [www.montereyinstitute.org](http://www.montereyinstitute.org). Acceso: 03/12/12.