



**Francisco Javier Pérez López**

**SERGIO JIMENEZ RUIZ**

**“Límites”**

**Materia: Biomatemáticas**

**PASIÓN POR EDUCAR**

**Grado: 2<sup>a</sup> semestre**

Comitán de Domínguez Chiapas a 2 de septiembre de 2020

Concepto de límite de una función.

Se dice que el límite de una función  $f(x)$  es  $L$  cuando  $x$  tiende a  $p$ , y se escribe:

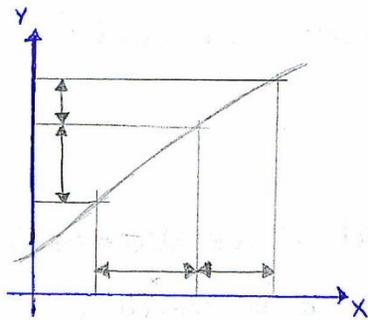
$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Si se puede encontrar un  $x$  suficiente cerca de tal que el valor de  $f(x)$  sea próximo a  $L$ . Finalmente,  $p$  utilizando términos lógico-matemáticos:

$$f(x) \rightarrow L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$$

$$\delta > 0 : 0 < |x - p| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

El límite de una función  $f(x)$ , cuando  $x$  tiende a  $p$ , es  $L$



Teorema:

Sea  $a$  un punto de intervalo abierto, sea  $f$  una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente en  $a$ , entonces:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

Sea  $a$  un punto de un intervalo abierto sea  $f$  una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente en  $a$ , y sea  $L$  un número real.

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  significa que  $\forall \varepsilon > 0$  existe  $\delta > 0$  tal que:

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

## Límites unilaterales.

Hay casos en que las funciones no están definidas (en los Reales), a la derecha o izquierda de un número determinado por lo que el límite de la función cuando  $x$  tiende a dicho número, se supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.

Por ejemplo;  $f(x) = \sqrt{x}$  no está definida para los valores menores que 0; por lo que  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$  no tiene sentido; no obstante, se puede tomar valores suficientemente cercanos a 0 pero mayores que 0. En este caso  $x$  se aproxima a 0 por la derecha el cual permite definir el límite unilateral por la derecha. Para el límite por la izquierda la situación es similar, en este caso la variable independiente se aproxima al número por la izquierda.

### Límites unilaterales por la derecha.

Sea  $f$  una función definida en todos los números del intervalo abierto (d.a).

Entonces el límite de  $f(x)$ , cuando  $x$  se aproxima a  $a$  por la derecha es  $L$

y se escribe:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Si para cualquier  $\epsilon > 0$  sin importar cuán pequeña sea, existe una  $\delta > 0$  tal que;

$$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

### Límites unilaterales por la izquierda.

Sea  $f$  una función definida en todos los números del intervalo abierto (d.a).

Entonces el límite de  $f(x)$ , cuando  $x$  se aproxima a  $a$  por la izquierda es

$L$  y se escribe:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$

Si para cualquier  $\epsilon > 0$  sin importar cuán pequeña sea, existe una

$$\delta > 0 \text{ tal que; } 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \epsilon$$

## Bibliografía

GeoGebra. (s.f.). *Instituto de Geogebra Cálculo 1*. Obtenido de Concepto de límite de una función:  
<https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-1-concepto-de-limite-de-una-funcion>

GeoGebra. (s.f.). *Instituto de GeoGebra Cálculo 1*. Obtenido de Límites unilaterales :  
<https://sites.google.com/site/calculofesacatlan/unidad-3/3-3-limites-unilaterales>