Nombre del alumno: Erika Patricia Altuzar Gordillo

Nombre del profesor: Sergio Jiménez Ruiz

Reporte de lectura

Materia: Biomatemàticas.

Grado: 2º semestre

Comitán de Domínguez Chiapas a 2 de Septiembre del 2020

Límites unilaterales.

Se dice que el límite de una función $(f(x))$ es L cuando x tienda a P, y se escribe:

$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = L}$ si se puede encontrar un x suficientemente cerca de tal que el valor de f(x) sea próximo a L. Finalmente, P utilizando términos lógico-matemáticos.

$f(x) \to L \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$

$\delta > 0 : 0 < |x - P| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

El límite de una función f(x), cuando x tiende a P, es L.

Teorema: Sea a un punto de un intervalo abierto, sea f una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente a, entonces:

$\lim_{x \to a^+} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \to a^+} f(x) = L = \lim_{x \to a^-} f(x)$

Sea a un punto de un intervalo abierto, sea f una función definida en todo el intervalo, excepto posiblemente en a y sea L un número real. $\lim f(x) = L$ significa que $\forall \varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que:

$0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Hay casos en que las funciones no están definidas (en los reales), a la derecha o izquierda de un número determinado por lo que el límite de la función cuando x tiende a dicho número, se supone que existe un intervalo abierto que contiene al número, no tiene sentido.

Por ejemplo: $f(x) = \sqrt{x}$ no está definida por los valores menores que 0; por lo que $\lim_{x \to a} \sqrt{x}$ no tiene sentido; no obstante, se pueden tomar valores suficientemente cercanos a 0 pero mayores que 0. En este caso x se aproxima a 0 por la derecha el cual permite definir el límite unilateral por la derecha. Para el límite por la izquierda la situación es similar, en este caso la variable independiente se aproxima al número por la izquierda.

Límites unilaterales por la derecha.

Sea f una función definida en todos los números del intervalo abierto (d, a). Entonces el límite de f(x), cuando x se aproxima a a por la derecha es L y se escribe: $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$

si para cualquier $\varepsilon > 0$ sin importar cuán pequeña sea, existe una $\delta > 0$ tal que:

$0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$

Límites unilaterales por la izquierda.

Sea f una función definida en todos los números del intervalo abierto (d, a). Entonces el límite de f(x), cuando x se aproxima a a por la izquierda es L y se escribe $\lim_{x \to a^+} f(x) = L$

si para cualquier $\varepsilon > 0$ sin importar cuán pequeña sea, existe una $\delta > 0$ tal que:

$0 < |x-a| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$.

Los límites indeterminados no indican que el límite no exista, sino que no se puede anticipar el resultado. Se tendrá que hacer operaciones adicionales para eliminar la indeterminación y averiguar entonces el valor del límite (en el caso de que exista).

Referencias:

GeoGebra, I. d. (2019). Instituto de GeoGebra Cálculo 1. *Instituto de GeoGebra* , 5.