

**Nombre del alumno:**

**Audelí Joaquín Velázquez**

**Nombre del profesor:**

**Herrera Ordoñez Magner Joel**

**Nombre del trabajo:**

**Ensayo:**

**La importancia de las ecuaciones diferenciales en la ingeniería**

**Materia:**

**Ecuaciones diferenciales**

**Licenciatura:**

**Ingeniería en sistemas computacionales**

**Grado: tercer cuatrimestre**

**Grupo: "A"**

## Índice

Introducción.....	3
Definición de la transformada de Laplace.....	4
Funciones transformable.....	4
Propiedades de la transformada de Laplace.....	4
Teorema sobre las propiedades de la transformada de la place.....	4
Transformada inversa de Laplace.....	5
Uso de tablas para la transformada inversa de Laplace.....	5
Conclusión.....	7
Bibliografía.....	8

## INTRODUCCION

Como bien sabemos las matemáticas son parte fundamental para la carrera o carrera de ingenierías y para entender mejor veremos temas que a continuación se describe, todo eso con la finalidad que conocer mas a fondo las teorías del matemático Laplace.

## Definición de la transformada de Laplace

La Transformada de Laplace es un operador lineal muy útil para la resolución de ecuaciones diferenciales también es considerado una herramienta que permite transformar los problemas en problemas algebraicos y, una vez resuelto este problema algebraico más fácil a priori de resolver, calcular a partir de la solución del problema algebraico la solución del problema de ecuaciones diferenciales. Procedimiento desarrollado por el matemático y astrónomo francés Pierre Simón Marques de Laplace, que permite cambiar funciones de la variable del tiempo  $t$  a una función de la variable complejas.

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b f(t)e^{-st} dt$$

**Definición** Sea  $f(t)$  una función definida para todo  $t \geq 0$ ; se define la **Transformada de Laplace de  $f(t)$**  así:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{f(t)\}(s) = F(s) &= \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \\ &= \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b e^{-st} f(t) dt, \end{aligned}$$

si el límite existe.

### **Teorema**

Si  $f(t)$  es una función continua a tramos para  $t \geq 0$  y además  $|f(t)| \leq Me^{ct}$  para todo  $t \geq T$ , donde  $M$  es constante,  $c > 0$  constante y  $T > 0$  constante, entonces  $\mathcal{L}\{f(t)\}(s)$  existe para  $s > c$ .

**Demostración:** veamos que la siguiente integral existe, en efecto:

$$\begin{aligned} |\mathcal{L}\{f(t)\}(s)| &= \left| \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \right| \leq \int_0^{\infty} |e^{-st}| |f(t)| dt \\ &= \int_0^{\infty} e^{-st} |f(t)| dt, \quad \text{sabiendo que } e^{-st} > 0 \end{aligned}$$

## Funciones transformable

Es la transformada de una derivada y se expresa de la siguiente forma:

Supongamos que  $y(t)$  es continua para  $t \geq 0$  y que para todas  $s > s_0$  (para algún  $s_0$ ) se verifica que  $e^{-st} y(t) \rightarrow 0$  si  $t \rightarrow \infty$ . Entonces se tiene que:

$$\mathcal{L}\{y'\}(s) = -y(0) + s \mathcal{L}\{y\}(s)$$

## Propiedades de la transformada de Laplace

Como la transformada de Laplace se define en términos de una integral impropia que puede ser divergente, existen funciones para las cuales no existe dicha transformada, incluso hay funciones discontinuas, que pueden tener transformadas

### Teorema sobre las propiedades de la transformada de la place

Estos se clasifican de la siguiente forma:

Propiedad lineal de la transformada de la place

Propiedad de cambio de escala

Propiedad de desplazamiento de frecuencia

Propiedad de desplazamiento en el tiempo

Transformada de la place de la derivada primera de una función.

Transformada de Laplace de la derivada n-esima de una función.

Transformada de Laplace de la primitiva de una función.

La transformada de Laplace de una función periódica.

Transformada de Laplace del producto de una función por el monomio t

Transformada de la place del producto de una función por el monomio t<sup>n</sup>

Consolación de dos funciones.

Función escalón unitario, función impulso y teorema de traslación

Esto se divide y los cuales son:

Función escalón unitario.

Representación de funciones mediante la función escalon unitario.

Traslacion en el eje t segundo teorema de traslacion

### **Transformada inversa de Laplace.**

La transformada de laplace junto con la transformada inversa tien un numero de propiedades que las hacen útiles para el análisis de sistema dinámicos lineales

Se denota de la siguiente manera siempre y cuando

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

La inversa de laplace no necesariamente es única

### **Uso de tablas para la transformada inversa de Laplace**

El uso de tablas nos va a servir para facilitarnos la existencia a la hora de realizar operaciones de estos tipos los cuales son fórmulas que se ajusten a nuestros ejercicios.

Por ejemplo:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{7s-1}{(s-3)(s+2)(s-1)} \right\} &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s-1} \right\} \\
&= A\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s-3} \right\} + B\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s+2} \right\} + C\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s-1} \right\} \\
&= Ae^{3t} + Be^{-2t} + Ce^t
\end{aligned}$$

Pero por fracciones parciales

$$\frac{7s-1}{(s-3)(s+2)(s-1)} = \frac{A}{s-3} + \frac{B}{s+2} + \frac{C}{s-1}$$

Para hallar el coeficiente  $A$ , eliminamos de la fracción el factor correspondiente a  $A$  y en la parte restante sustituimos a  $s$  por la raíz asociada a este factor; lo mismo hacemos para los coeficientes  $B$  y  $C$ .

## Conclusión

Al emprender el viaje digámoslo así conocimos la operaciones necesarias para la resolución de problemas que ahí se describen por ejemplo sus teoremas propiedades funciones entre otros y el uso de las tablas para la facilitación de la misma y el interés de resolver problema a un nivel más existente porque eso exige.

Bibliografía

Ecuaciones diferenciales

Libro escolar