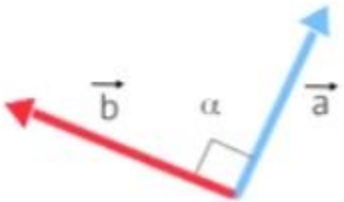
Luis Miguel

PRODUCTO ESCALAR

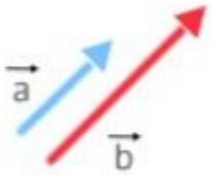
Operación algebraica que toma dos secuencias de números de igual longitud y reforma un numero único.

Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son **perpendiculares**
($\alpha = 90°$)



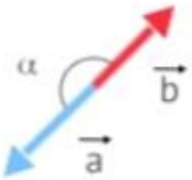
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \overset{0}{\cancel{\cos(90)}} = 0$$

Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son **paralelos** y
con el **mismo sentido**
($\alpha = 0°$)



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \overset{1}{\cancel{\cos(0)}} = a \cdot b$$

Si $\vec{a}$ y $\vec{b}$ son **paralelos** y
con el **distinto sentido**
($\alpha = 180°$)



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \overset{-1}{\cancel{\cos(180)}} = - a \cdot b$$

Dados los vectores:

$$\overrightarrow{a} = -\overrightarrow{i} + 3 \cdot \overrightarrow{j}$$
$$\overrightarrow{b} = 2 \cdot \overrightarrow{i} - 2 \cdot \overrightarrow{j}$$
$$\overrightarrow{c} = -4 \cdot \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j}$$

Calcular:

a) $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}$

b) $\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c}$

Aplicando la expresión analítica del producto escalar de vectores:

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \left(a_x \cdot b_x\right) + \left(a_y \cdot b_y\right)$$

Cuestión a)

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = \left(-1 \cdot 2\right) + \left(3 \cdot \left(-2\right)\right) \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -2-6 \Rightarrow$$

$$\boxed{\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b} = -8}$$

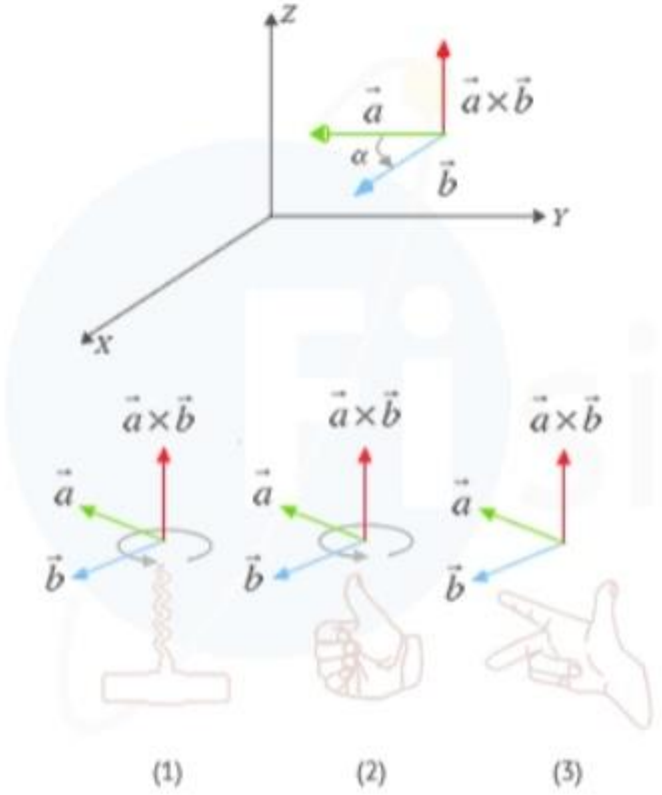
Cuestión b)

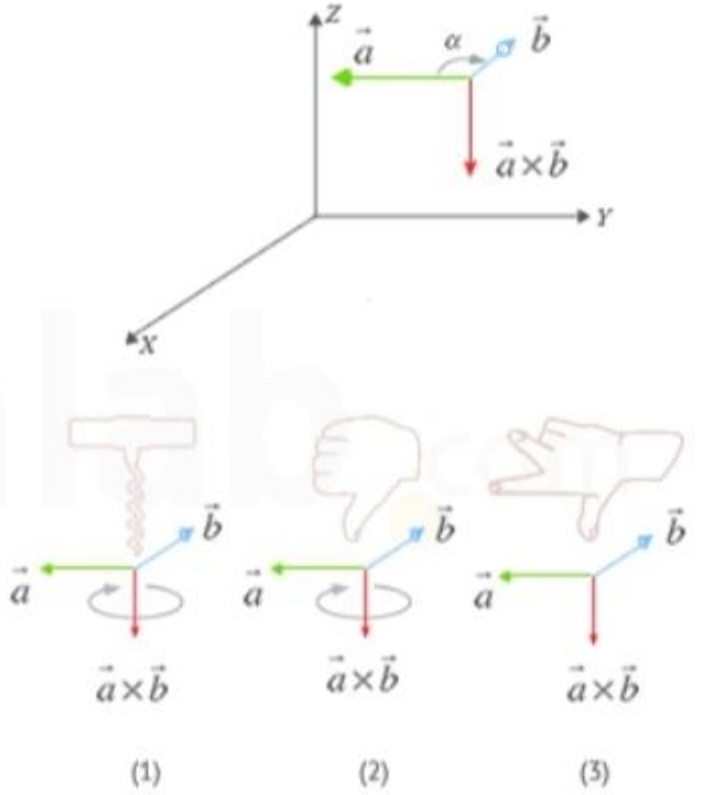
$$\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = \left(2 \cdot \left(-4\right)\right) + \left(\left(-2\right) \cdot \left(-1\right)\right) \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = -8+2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\overrightarrow{b} \cdot \overrightarrow{c} = -6}$$

PRODUCTO VECTORIAL


Z
Y
X
$\vec{a}$
$\vec{b}$
α
$\vec{a}\times\vec{b}$
(1)
(2)
(3)


Z
Y
X
$\vec{a}$
$\vec{b}$
α
$\vec{a}\times\vec{b}$
(1)
(2)
(3)

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y \cdot b_z - b_y$$

Donde:

- $\vec{a}$, $\vec{b}$: Son los vectores a los cuales se aplica el producto vectorial cuyas componentes son a_x , a_y , a_z y b_x , b_y , b_z respectivamente
- $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$: Son los vectores unitarios (su módulo es 1) en los sentidos de los ejes x , y , z respectivamente

- el módulo del producto vectorial de un vector *a* por sí mismo es $r = a \cdot a \cdot \sin(0) = 0$, quedando:

$$\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = \vec{0}$$

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k} \; ; \; \vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$$

$$\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \; ; \; \vec{k} \times \vec{j} = -\vec{i}$$

$$\vec{k} \times \vec{i} = \vec{j} \; ; \; \vec{i} \times \vec{j} = -\vec{j}$$

$$\overrightarrow{r} = \overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \left(a_x \cdot \overrightarrow{i} + a_y \cdot \overrightarrow{j} + a_z \cdot \overrightarrow{k}\right) \times \left(b_x \cdot \overrightarrow{i} + b_y \cdot \overrightarrow{j} + b_z \cdot \overrightarrow{k}\right) =$$

$$= a_x \cdot b_x \cdot \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{i} + a_x \cdot b_y \cdot \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{j} + a_x \cdot b_z \cdot \overrightarrow{i} \times \overrightarrow{k} +$$

$$+ a_y \cdot b_x \cdot \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{i} + a_y \cdot b_y \cdot \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{j} + a_y \cdot b_z \cdot \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{k} +$$

$$+ a_z \cdot b_x \cdot \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{i} + a_z \cdot b_y \cdot \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{j} + a_z \cdot b_z \cdot \overrightarrow{k} \times \overrightarrow{k} =$$

$$= (a_y \cdot b_z - b_y \cdot a_z) \cdot \overrightarrow{i} + (a_z \cdot b_x - b_z \cdot a_x) \cdot \overrightarrow{j} + (a_x \cdot b_y - b_x \cdot a_y) \cdot \overrightarrow{k}$$

Dados los vectores $\overrightarrow{a} = 3 \cdot \overrightarrow{i} + 2 \cdot \overrightarrow{j}$ y $\overrightarrow{b}$ (2,-1), determina su producto vectorial.

Datos

- Vector $\overrightarrow{a} = 3 \cdot \overrightarrow{i} + 2 \cdot \overrightarrow{j} = (3, 2)$
- Vector $\overrightarrow{b} = 2 \cdot \overrightarrow{i} - \overrightarrow{j} = (2, -1)$

Consideraciones previas

- Observa que los vectores se encuentran en el mismo plano ($z = 0$). Es decir $a_z = b_z = 0$

$$\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{i} & \overrightarrow{j} & \overrightarrow{k} \\ 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = -3 \cdot \overrightarrow{k} - 4 \cdot \overrightarrow{k} = -7 \cdot \overrightarrow{k}$$