NOMBRE DEL ALUMNO: Mauricio Castillo Ozuna

NOMBRE DEL MAESTRO: Juan José Ojeda Trujillo

NOMBRE DEL TRABAJO: Investigación

MATERIA: Matemática Aplicada

GRADO: Sexto Cuatrimestre

REGLA DE LA L´HOPITAL

En matemática, más específicamente en el cálculo diferencial, la regla de l'Hôpital o regla de l'Hôpital-Bernoulli es una regla que usa derivadas para ayudar a evaluar límites de funciones que estén en forma indeterminada.

EJEMPLO

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\ \ x}{x} =$$

Empezamos como cualquier límite, sustituyendo la x por el 0 y llegamos a la indeterminación cero entre cero:

$$= \frac{sen\ \ 0}{0} = \frac{0}{0} = \ \ Indeterminación$$

Aplicamos L'Hôpital, derivando en el numerador por un lado y derivando en el denominador por otro y nos queda:

$$= \lim_{x \to 0} \frac{cos\ \ x}{1} =$$

Volvemos a sustituir la x por el cero y obtenemos la solución final:

$$= \frac{cos\ \ 0}{1} = \frac{1}{1} = 1$$

EJEMPLO 2

$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 - 5x}{2x^2 + 1} =$$

Sustituimos la x por infinito y llegamos a la indeterminación infinito entre infinito:

$$=\frac{3.\infty^2-5.\infty}{2.\infty^2+1}=\frac{\infty}{\infty}=Indeterminación$$

Lo podríamos resolver por el método para resolver límites con la indeterminación infinito entre infinito, pero lo vamos a resolver aplicando L'Hôpital. Para ello, derivamos las funciones que tenemos en el numerador y en el denominador:

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{6x-5}{4x}=$$

Volvemos a sustituir la x por infinito y nos vuelve a queda la indeterminación infinito entre infinito:

$$=\frac{6.\infty-5}{4.\infty}=\frac{\infty}{\infty}=Indeterminación$$

Volvemos a aplicar la regla de L'Hôpital y derivamos el numerador y el denominador:

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{6}{4}=$$

Ahora las x han desaparecido, por lo que directamente el resultado es la función del límite, que pasamos a simplificar:

$$=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

Como ves, no siempre tenemos el resultado del límite aplicando una vez la regla de L'Hôpital. Hay aplicarla y sustituir la x por el número al que tiende hasta que desaparezca la indeterminación.

FORMA INDEFINIDA

TABLA

Forma indeterminada	Condiciones	Transformación a 0/0	Transformación a ∞/∞
$\frac{0}{0}$	$\lim_{x\to c} f(x)=0,\ \lim_{x\to c} g(x)=0$	—	$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to c}\frac{1/g(x)}{1/f(x)}$
$\frac{\infty}{\infty}$	$\lim_{x\to c} f(x)=\infty,\ \lim_{x\to c} g(x)=\infty$	$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to c}\frac{1/g(x)}{1/f(x)}$	—
$0\cdot\infty$	$\lim_{x\to c} f(x)=0,\ \lim_{x\to c} g(x)=\infty$	$\lim_{x\to c} f(x)g(x)=\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{1/g(x)}$	$\lim_{x\to c} f(x)g(x)=\lim_{x\to c}\frac{g(x)}{1/f(x)}$
1^{∞}	$\lim_{x\to c} f(x)=1,\ \lim_{x\to c} g(x)=\infty$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{\ln f(x)}{1/g(x)}$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{g(x)}{1/\ln f(x)}$
0^{0}	$\lim_{x\to c} f(x)=0^{+}, \lim_{x\to c} g(x)=0$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{g(x)}{1/\ln f(x)}$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{\ln f(x)}{1/g(x)}$
∞^{0}	$\lim_{x\to c} f(x)=\infty,\ \lim_{x\to c} g(x)=0$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{g(x)}{1/\ln f(x)}$	$\lim_{x\to c} f(x)^{g(x)}=\exp\lim_{x\to c}\frac{\ln f(x)}{1/g(x)}$
$+\infty-\infty$	$\lim_{x\to c} f(x)=\infty,\ \lim_{x\to c} g(x)=\infty$	$\lim_{x\to c}(f(x)-g(x))=\lim_{x\to c}\frac{1/g(x)-1/f(x)}{1/(f(x)g(x))}$	$\lim_{x\to c}(f(x)-g(x))=\ln\lim_{x\to c}\frac{e^{f(x)}}{e^{g(x)}}$