Glenda Raquel Arguello Altuzar

Juan Jose Ojeda Trujillo

Matematicas aplicada

Examen

Recursos Humanos

6º Cuatrimestre

Ejercicios

1.- $\int x^2 \operatorname{sen} x\,dx$

$= x^2(-\cos(x)) - \int -\cos(x)\,2x\,dx$

$= x^2(-\cos(x)) - 1(-2)\int \cos(x)\,x\,dx$

$= x^2(-\cos(x)) + 2\left(\int x\cos(x)\,dx\right)$

$= x^2(-\cos(x)) + 2\left(x\operatorname{sen}(x) - \int \operatorname{sen}(x)\,dx\right)$

$= x^2(-\cos(x)) + 2\left(x\operatorname{sen}(x) - (-\cos(x))\right)$

$= x^2(\cos(x)) + 2(x\operatorname{sen}(x)) + 2\cos x$

$= -x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x + 2\cos x$

$= -x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x + 2\cos x + C$

2.- $\int x^3 e^{2x}\,dx$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}3x^2\,dx$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2}3\int e^{2x}x^2\,dx$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \int \frac{e^{2x}}{2}2x\,dx\right)$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \int e^{2x}x\,dx\right)$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \int x e^{2x}\,dx\right)$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \left(x\frac{e^{2x}}{2} - \int\frac{e^{2x}}{2}\,dx\right)\right)$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \left(x\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2}\int e^{2x}\,dx\right)\right)$

$= x^3\frac{e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(x^2\frac{e^{2x}}{2} - \left(x\frac{e^{2x}}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^{2x}\right)\right)\right)$

$= \frac{x^3e^{2x}}{2} - \frac{3x^2e^{2x} - 3xe^{2x}}{4} - \frac{3e^{2x}}{8}$

$= \frac{x^3e^{2x}}{2} - \frac{3x^2e^{2x} - 3xe^{2x}}{4} - \frac{3e^{2x}}{8} + C$

3.- $\int x^2 \sqrt{(1-x)}\,dx$

$= \int -t^2\sqrt{t} + 2t\sqrt{t} - \sqrt{t}\,dt$

$= \int -t^2 (t^{\frac{1}{2}}) + 2t(t^{\frac{1}{2}}) - t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$= \int -t^2 (t^{\frac{1}{2}}) + 2t(t^{\frac{1}{2}}) - t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$= \int -t^{\frac{5}{2}} + 2t^{\frac{3}{2}} - t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$= -\int t^{\frac{5}{2}}\,dt + \int 2t^{\frac{3}{2}}\,dt - \int t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$= \dfrac{2t^3\sqrt{t}}{7} + \dfrac{4t^2\sqrt{t}}{5} - \dfrac{2t\sqrt{t}}{3}$

$= \dfrac{2(1-x)^3 (\sqrt{1-x})}{7} + \dfrac{4(\sqrt{1-x}\,x)}{5} - \dfrac{2(1-x)(\sqrt{1+x}}{3}$

$= -\dfrac{2\sqrt{1-x}(1-3x+3x^2-x^3)}{7} + \dfrac{4\sqrt{1-x}\,(1-2x+x^2)}{5} - \dfrac{2(1-x)(\sqrt{1-x})}{3}$

$= -\dfrac{2\sqrt{1-x}\,(1-3x+3x^2-x^3)}{7} + \dfrac{4\sqrt{1-x}(1-2x+x^2)}{5} - \dfrac{2(1-x)(\sqrt{1-x})}{3} + c$

4.- $\int e^{ax} \cos bx\,dx$

$= \cos bx\,(\frac{1}{a}e^{ax}) - \int \frac{1}{a} e^{ax}(-b\,\mathrm{sen}\,bx)\,dx$

$= \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx + \frac{b}{a} \int e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx\,dx$

$= \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx + \frac{b}{a}(\frac{1}{a} e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx - \frac{b}{a}\int e^{ax}\cos bx\,dx)$

$= \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx + \frac{b}{a}(\frac{1}{a} e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx - \frac{b}{a}\int e^{ax}\cos bx\,dx$

$= \frac{1}{a} e^{ax} \cos bx + \frac{b}{a^2} e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx\ \frac{b^2}{a^2}\int e^{ax}\cos bx\,dx$

$= \int e^{ax}\cos bx\,dx + \frac{b^2}{a^2}\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}\cos bx + \frac{b}{a^2} e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx$

$= \frac{a^2+b}{a^2}\int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{1}{a}e^{ax}\cos bx + \frac{b}{a^2}\,\mathrm{Sen}\,bx$

$= \int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{a^2}{a^2+b^2}(\frac{1}{a}e^{ax}\cos bx + \frac{b}{a^2}e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx)$

$= \int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{a}{a^2+b^2}e^{ax}\cos bx + \frac{b}{a^2+b^2}e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx$

$= \int e^{ax}\cos bx\,dx = \frac{a}{a^2+b^2}e^{ax}\cos bx + \frac{b}{a^2+b^2}e^{ax}\,\mathrm{sen}\,bx + c$

5.- $\int \operatorname{sen}^3 x\,dx$

$= \int \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen} x\,dx$

$= \int (1-\cos^2 x)\operatorname{sen}(x)\,dx$

$= \int (\operatorname{sen}(x) - \cos^2 x \operatorname{sen}(x))\,dx$

$= \int \operatorname{sen}(x)\,dx - \int \cos^2 x \operatorname{sen}(x)\,dx$

$= -\cos(x) + \int \cos^2 x\,(-\operatorname{sen}(x))\,dx$

$= -\cos(x) + \frac{\cos^3 x}{3}$

$= -\cos(x) + \frac{\cos^3 x}{3} + C$

6.- $\int \operatorname{sen} 3x \cos 2x\,dx$

$= \int \frac{1}{2}(\operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} x)\,dx$

$= \frac{1}{2}\int \operatorname{sen} 5x + \operatorname{sen} x\,dx$

$= \frac{1}{2}\int \operatorname{sen} 5x\,dx + \int \operatorname{sen} x\,dx$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{\cos 5x}{5} - \cos x\right)$

$= -\frac{\cos 5x}{10} - \frac{\cos x}{2}$

$= -\frac{\cos 5x}{10} - \frac{\cos x}{2}$

$= \frac{\cos 5x}{10} - \frac{\cos x}{2} + C$

7. $\int sen(\ln x)\,dx$

$= sen(t)\,e^t - \int e^t \cos(t)\,dt$

$= sen(t)\,e^t - \int \cos(t)\,e^t\,dt$

$= sen(t)\,e^t - (\cos(t)\,e^t - \int e^t(-sen(t)\,dt)$

$= sen(t)\,e^t - (\cos(t)\,e^t + sen(t)\,dt)$

$= \int e^t\,sen(t)\,dt = sen(t)\,e^t\,(\cos(t)\,e^t + \int e^t\,sen\,(t)\,dt)$

$= \int e^t\,sen(t)\,dt = sen(t)\,e^t - \cos t\,e^t - \int e^t\,sen(t)\,dt$

$= \int e^t\,sen(t)\,dt \int e^t\,sen(t)\,dt = sen(t)\,e^t - \cos(t)\,e^t$

$= 2\int e^t\,sen(t)\,dt = sen(t)\,e^t - \cos(t)\,e^t$

$= \int e^t\,sen(t)\,dt = \frac{sen(t)\,e^t}{2} - \frac{\cos(t)\,e^t}{2}$

$= \frac{sen(\ln(x))\,e^{\ln(x)}}{2} - \frac{\cos(\ln(x))\,e^{\ln(x)}}{2}$

$= \frac{sen(\ln(x))\,x}{2} - \frac{\cos(\ln(x))\,x}{2}$

$= \frac{sen(\ln(x))\,x - \cos(\ln x))\,x}{2}$

$= \frac{sen(\ln(x))\,x - \cos(\ln(x))\,x}{2} + c$

9. $= 8$

10. $\int \ln(x^2)\cos(x)\,dx$

$= \ln(x^2)\operatorname{sen}(x) - \int \operatorname{sen}(x)\, 2 \cdot \frac{1}{x}\,dx$

$= \ln(x^2)\operatorname{sen}(x) - 2\int \operatorname{sen}(x)\,\frac{1}{x}\,dx$

$= \ln(x^2)\operatorname{sen}(x) - 2\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}\,dx$

$= \ln(x^2)\operatorname{sen}(x)$

$= \ln(x^2)\operatorname{sen}(x) + c$