INVESTIGACIÓN

GEOMETRIA

ANA XASILL MORALES HERNANDEZ
GRADO: 3ERO | GRUPO: BRH

DETERMINACIÓN de la ECUACIÓN de la CIRCUNFERENCIA a PARTIR de TRES COORDENADAS DADAS

Demostración de la ecuación de la circunferencia

Ecuación de la circunferencia con centro (0, 0)

Para hallar la circunferencia con centro en el origen será necesario conocer el radio de esta o un punto por donde pasa la circunferencia, cuando se conoce el radio será más sencillo puesto que la ecuación tendrá como estructura, luego al hallar el radio únicamente conoceremos la ecuación terminada, cuando conocemos un punto de la circunferencia deberemos usar la ecuación de distancia y hallaremos el radio.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

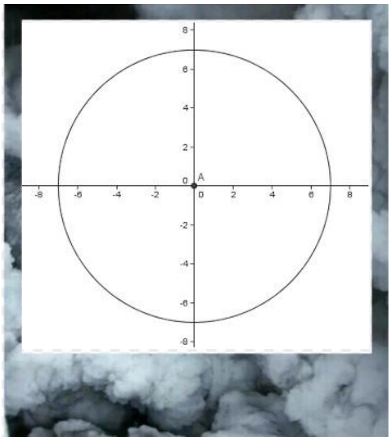
Circunferencia con centro en el origen (dado su radio)

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen cuyo radio es 7m.

$$x^2 + y^2 = 7^2$$

$$x^2 + y^2 = 49$$



Ecuación de circunferencia con C(0,0) y que pasa por P(4, 3)

Ejemplo:

Encontrar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y un punto en (0, 3).

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 = d^2 \quad \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = d$$

$$\sqrt{(0-0)^2 + (3-0)^2} = d \quad \sqrt{3^2} = d \qquad 3 = d$$

En $a = \frac{-D}{2}$ este $b = \frac{-E}{2}$ ya se c $r = \sqrt{(a^2 + b^2 - F)}$ gual a 3 ya que la distancia es igual al diametro (en el caso de este ejercicio).

$$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 4^2$$

Así que ya se podrá estructurar la ecuación que quedara como:

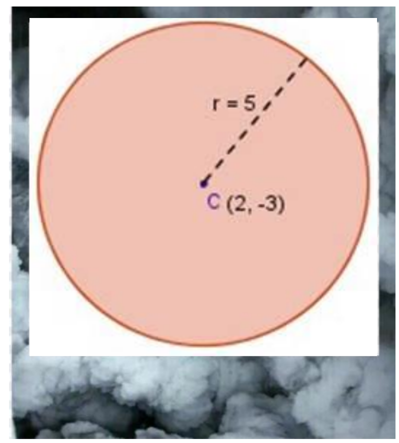
$$x^2 + y^2 = 3^2 \qquad x^2 + y^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Demostración de la ecuación de la circunferencia (no origen)

Obtener la Ecuación de la circunferencia con centro (C) fuera del origen de las coordenadas

Tomemos, por ejemplo, la circunferencia cuyo centro está dado por C (2, —3), con radio r = 5 que se muestra en la figura



Para obtener la ecuación general de la circunferencia que estamos viendo podemos usar dos métodos:

Método por desarrollo y método con las fórmulas conocidas.

Método por desarrollo

Como conocemos el centro, C (2, —3) y el radio (r = 5) entonces la fórmula ordinaria de la circunferencia será $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

donde a y b son las coordenadas del centro C (a, b), que en nuestro caso corresponde a C (2, —3) entonces, nuestra ecuación ordinaria quedará como:

$$(x - 2)^2 + (y - -3)^2 = 5^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 5^2$$

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$$

Entonces, ordenamos nuestra ecuación anterior y la acomodamos de acuerdo con la fórmula general: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ que es la ecuación general de la circunferencia con centro en las coordenadas 2, —3 y cuyo radio es 5.

Método con las fórmulas conocidas

Como conocemos el centro, C (2, —3) y el radio (r = 5) entonces aplicamos las fórmulas

Si $\overset{D}{D} = \overset{-2}{-2}(\overset{a}{2}) = -4$ Si $\overset{E}{E} = \overset{-2}{-2}(\overset{b}{-3}) = +6$ Si $\overset{F}{F} = \overset{a^2}{(2)^2} + \overset{b^2}{(-3)^2} - 2\overset{r^2}{5}$

Recordemos que C (2, —3) corresponde a C (a, b). Entonces, hacemos:

F = 4 + 9 — 25 = —12

Si recordamos que la estructura de la ecuación general de la circunferencia es

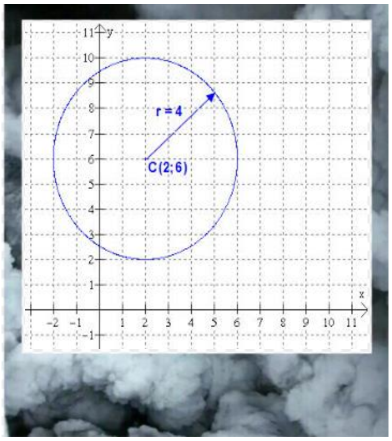
y en ella sustituimos los valores ahora conocidos de D, E y F, tendremos

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

obtenemos la misma ecuación general de la circunferencia que logramos mediante el método del desarrollo.

Ecuación ordinaria de una circunferencia dado su centro y radio

Ecuación ordinaria de la circunferencia



Dados las coordenadas del centro de la circunferencia C(h, k) y el radio "r" de la misma, podemos utilizar la siguiente ecuación para determinar el valor de "y" correspondiente a un valor de "x".

Ejemplo:

Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro es C(2, 6) y con radio r = 4.

$(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 4^2$

Centro y radio de una circunferencia (no origen) dada su ecuación

Ejemplo:

Dada la circunferencia de ecuación, $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ hallar el centro y el radio.

$-2 = -2a \qquad a = 1$

$C(1, -2)$

$4 = -2b \qquad b = -2$

$C = a^2 + b^2 - r^2 \qquad -4 = 1 + 4 - r^2 \qquad r = 3$

Ecuación general de la circunferencia dado su centro y radio

Si conocemos el centro y el radio de una circunferencia, podemos construir su ecuacion ordinaria, y si operamos los cuadrados, obtenemos la forma general de la ecuación de la circunferencia, así:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

DETERMINACIÓN de los DIFERENTES CASOS de RELACIÓN ENTRE la CIRCUNFERENCIA y la RECTA

Si una recta y una circunferencia no tienen ningún punto en común, es decir, si no se cruzan, la recta se dice recta exterior a la circunferencia. Si la recta corta a la circunferencia en un único punto, llamado punto de tangencia, hablaremos de una recta tangente a la circunferencia. Por último, si la recta corta en dos puntos a la circunferencia, la recta recibe el nombre de recta secante a la circunferencia. En este caso, la porción de recta interior a la circunferencia se llama cuerda.

Ecuación de la recta tangente a una circunferencia

Podemos trazar la recta tangente a una circunferencia de centro (Cx,Cy) por cualquier punto (xo,yo) de ésta. Conocido ese punto no tenemos más que calcular la pendiente m para calcular la ecuación de la recta tangente.

Recta tangente y radio al punto de tangencia son perpendiculares, por tanto sus pendientes son inversas y de signo contrario. Así:

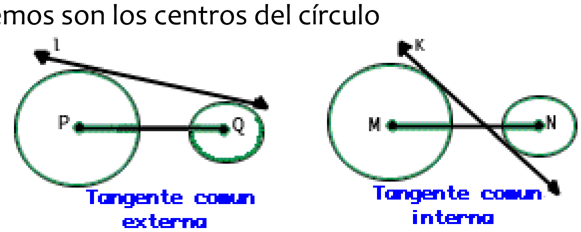
$$m = \frac{-1}{\frac{x_0 - C_x}{y_0 - C_y}} = \frac{C_y - y_0}{x_0 - C_x}$$

Tangente común

Una línea que es tangente a dos círculos que están en el mismo plano es llamada tangente común de dos círculos.

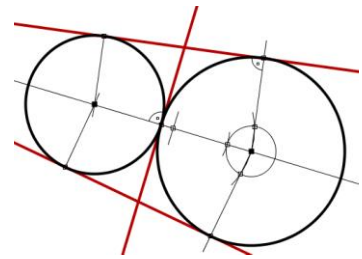
Una tangente común que no intersecta los segmentos cuyos extremos son los centros del círculo es una tangente común externa.

Una tangente común que intersecta los segmentos cuyos extremos son los centros del círculo es una tangente común interna.



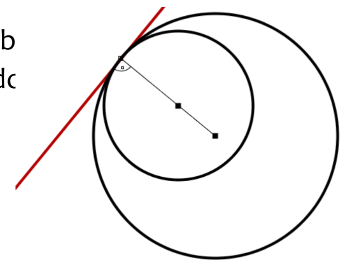
Tangente común exterior

Dos circunferencias tangentes exteriormente tendrán dos rectas tangentes exteriores comunes pero una única recta tangente interior común. La tangente interior común será perpendicular a la recta que une los centros de ambas circunferencias y pasará por el punto de tangencia de las dos circunferencias, siendo éste precisamente el punto de tangencia con una y otra circunferencia



Tangente común interior

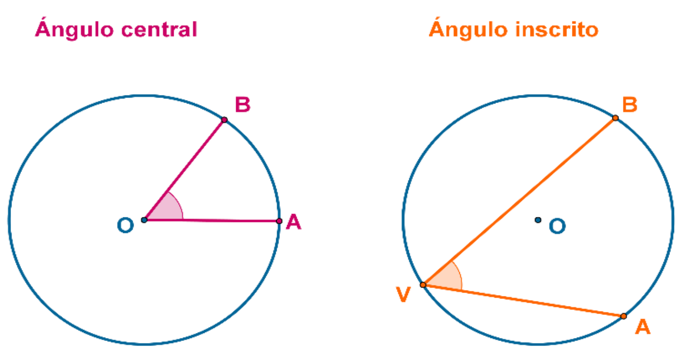
a tangente interior común será perpendicular a la recta que une los centros de amb circunferencias y pasará por el punto de tangencia de las dos circunferencias, siendc precisamente el punto de tangencia con una y otra circunferencia.



Ángulos centrales e inscritos

Ángulo central: Es la medida angular de un arco PQ de circunferencia, tomando como vértice el centro de la circunferencia.

Ángulo inscrito: Aquel cuyo vértice está sobre la circunferencia y cuyos lados pasan por dos puntos P y Q de ella.



BIBLIOGRAFIA

https://www.cecyt3.ipn.mx/ibiblioteca/mundodelasmatematicas/DemostracionDeLaEcuacionDeLaCircunferencia(origen).html

https://aga.frba.utn.edu.ar/circunferencia/

http://servicios.educarm.es/cnice/descartes/Esp/Geometria/rectas_angulos_circunferencia/UD2JLR.htm

http://www.salonhogar.com/matemat/geometria/s/s.common.tangent.html#:~:text=Tangente%20comun,tangente%20com%C3%BAn%20de%20dos%20c%C3%ADrculos.&text=Una%20tangen

http://www.wikillerato.org/Rectas_tangentes_a_dos_circunferencias.html#:~:text=Circunferencias%20tangentes,-Dos%20circunferencias%20tangentes&text=La%20tangente%2