



Nombre: Sinaí Elizabeth López Nájera.

Escuela: Bachillerato Tecnológico Universidad del Sureste

Grado: 3 Cuatrimestre

Técnico en Recursos Humanos

Tema: Reporte de la cuarta unidad

Docente: Juan José Ojeda Trujillo

Comitán de Domínguez, Chiapas 2 de Agosto de 2020

REPORTE DE LA CUARTA UNIDAD

Determinación de la ecuación de la circunferencia a partir de tres coordenadas dadas:

La ecuación general de una circunferencia, tiene 3 parámetros a determinar que son A, B y C.

Por lo tanto, se sabe que si se tiene un sistema de 3 ecuaciones se podrán determinar los 3 parámetros.

Así pues, los 3 puntos dados que sabemos que son de la circunferencia los debemos sustituir en la ecuación general y de eso resultarán tres ecuaciones con incógnitas ,A,B y C.

Supongamos que la circunferencia a describir pasa por los puntos (0,0), (3,1) y (5,7) .

Sustituimos para cada uno X e Y en la ecuación general de la circunferencia:

$$(0,0) \Rightarrow 0^2 + 0^2 + A \cdot 0 + B \cdot 0 + C = 0 \quad (3,1) \Rightarrow 3^2 + 1^2 + A \cdot 3 + B \cdot 1$$

Debemos resolver el siguiente sistema de ecuaciones para incógnitas A ,B y C :

$$\left\{ \begin{array}{l} C=0 \\ 9+1+A \cdot 3 + B \cdot 1 + C = 0 \\ 25+49+A \cdot 5 + B \cdot 7 + C = 0 \end{array} \right.$$

Primero sustituimos la C en las demás ecuaciones puesto que ya es conocida, (es cero) y realizamos las operaciones entre los términos independientes.

$$\left\{ \begin{array}{l} 10 + 3A + B = 0 \\ 74 + 5A + 7B = 0 \end{array} \right.$$

Aislamos por ejemplo B de la primera ecuación:

$$B - 10 - 3A$$

y la ponemos en la segunda ecuación de donde podremos aislar y obtener A :

$$74 + 5A + 7(-10 - 3A) = 0$$

$$74 + 5A - 70 - 21A = 0$$

$$16A = 4$$

$$A = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

Entonces sustituimos el valor de A obtenido en la expresión

$$B = -10 - 3A$$

y obtendremos que

$$B = -\frac{43}{4}$$

Así pues ya conocemos cada uno de los parámetros que nos determinan la circunferencia, por lo tanto podemos escribir la ecuación:

$$x^2 + Y^2 + \frac{1}{4}x - \frac{4}{43} = 0$$

Determinación de los diferentes casos de relación entre la circunferencia y la recta:

Si una recta y una circunferencia no tienen ningún punto en común, es decir, si no se cruzan, la recta se dice recta exterior a la circunferencia. Si la recta corta a la circunferencia en un único punto, llamado punto de tangencia, hablaremos de una recta tangente a la circunferencia. Por último, si la recta corta en dos puntos a la circunferencia, la recta recibe el nombre de recta secante a la circunferencia. En este caso, la porción de recta interior a la circunferencia se llama cuerda.

Podemos trazar la recta tangente a una circunferencia de centro (C_x, C_y) por cualquier punto (x_0, y_0) de ésta. Conocido ese punto no tenemos más que calcular la pendiente m para calcular la ecuación de la recta tangente(*).

Recta tangente y radio al punto de tangencia son perpendiculares, por tanto sus pendientes son inversas y de signo contrario. Así:

$$m = \frac{-1}{\frac{x_0 - C_x}{y_0 - C_y}} = \frac{C_y - y_0}{x_0 - C_x}$$

Escribir la ecuación de la circunferencia de centro $(3,4)$ y radio $r = 2$

Sustituimos los datos en la ecuación ordinaria de la circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

donde: $C(h, k)$ son las coordenadas del centro y r es el radio.

$$(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$$

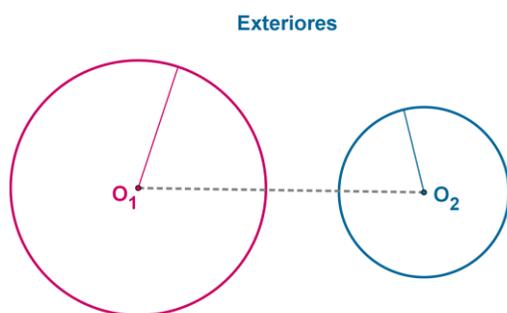
$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$$

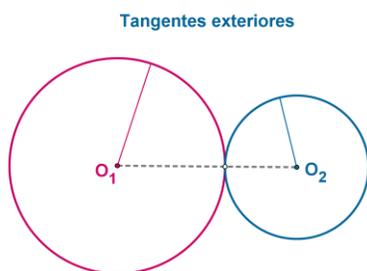
Posición relativa de dos circunferencias:

La posición relativa de dos circunferencias puede ser:

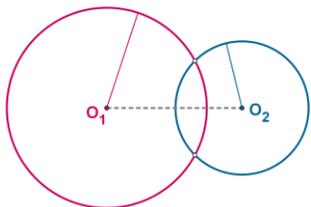
Exteriores: Si no tienen ningún punto en común y la distancia entre sus centros es mayor que la suma de sus radios.



Tangentes exteriores: Tienen un punto en común y la distancia entre sus centros es igual que la suma de sus radios.

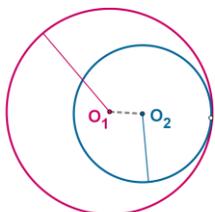


Secantes: Tienen dos puntos en común. La distancia entre sus centros es menor que la suma de sus radios y mayor que su diferencia.



Tangentes interiores: Tienen un punto en común y la distancia entre sus centros es igual que la diferencia de sus radios.

Tangentes interiores



calcular los puntos de intersección de las siguientes circunferencias

$$c_1: x^2 + y^2 = 4, c_2: (x + 3)^2 + y^2 = 4$$

$$C^1 \rightarrow O_1(0,0), r_1 = 2$$

$$C_2 \rightarrow O_2(-3,0), r_2 = 2$$

$$D=d(O_1, O_2)=\sqrt{3^2 + 0^2} = 3$$

$$O_1O_2 = (-3,0)$$

$$r_1+r_2=4; |r_1-r_2|=0$$

$4>3>0 \rightarrow$ se cortan

$$c_1: x^2 + y^2 = 4 \quad C^2: (x + 3)^2 = 4$$

$$C^2: (X + 3)^2 + y^2 = 4$$

$$y^2=4 - x^2 \rightarrow (x + 3)^2 + 4 - x^2 = 4 \rightarrow x^2 + 6x + 9 + 4 - x^2 - 4 = 0 \rightarrow 6x = -9 \rightarrow x = -3/2$$

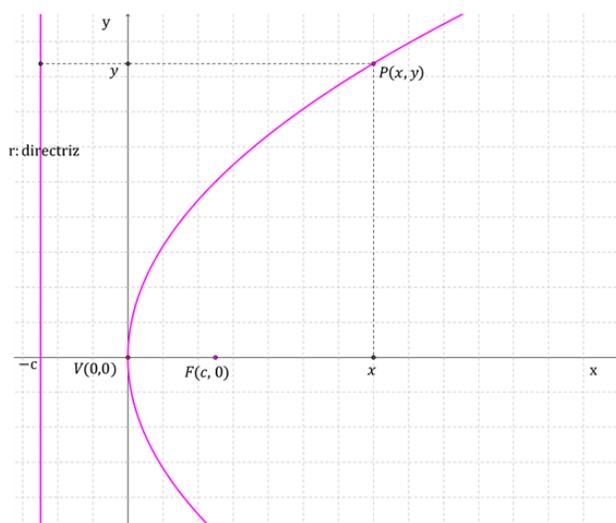
$$y^2 = 4 \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) \rightarrow y^2 = -9 \rightarrow y = 3 \pm \sqrt{9} \rightarrow y = 3 \pm 3 \rightarrow P' \left(-\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}\right); P' \left(-\frac{3}{2}, -\sqrt{\frac{7}{2}}\right)$$

Determinación de la ecuación de la parábola y su gráfica:

La parábola como un conjunto de puntos que verifican cierta propiedad geométrica, no como la gráfica de una función cuadrática

El eje focal es el eje perpendicular a la directriz que pasa por el foco. Es el eje de simetría de la parábola.

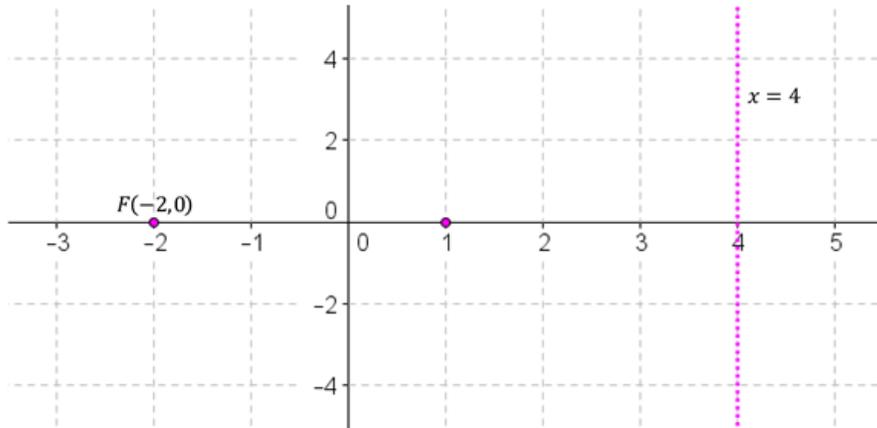
El punto de la parábola que pertenece al eje focal se llama vértice.



Las coordenadas del vértice son $V(0,0)$, las del foco $F(c,0)$ y la recta directriz está dada por $x = -c$. Las coordenadas de un punto genérico Q que pertenece a la directriz son

$(-c, y)$

Hallar la ecuación de la parábola de directriz $x = 4$, y foco $F(-2,0)$.



El valor absoluto de c es la distancia del vértice al foco.

$$|c|=d(V,F) \quad |c|=d(V,F)$$

El vértice está sobre el eje focal y a la misma distancia del foco que de la directriz:

$$V=(-2+4,0)=(1,0) \quad V=(-2+4,0)=(1,0)$$

Eje focal: eje xx

Como el eje es horizontal la ecuación tiene la forma:

$$(y-\beta)^2=4c(x-\alpha) \quad (y-\beta)^2=4c(x-\alpha)$$

$$(y-0)^2=4c(x-1) \quad (y-0)^2=4c(x-1)$$

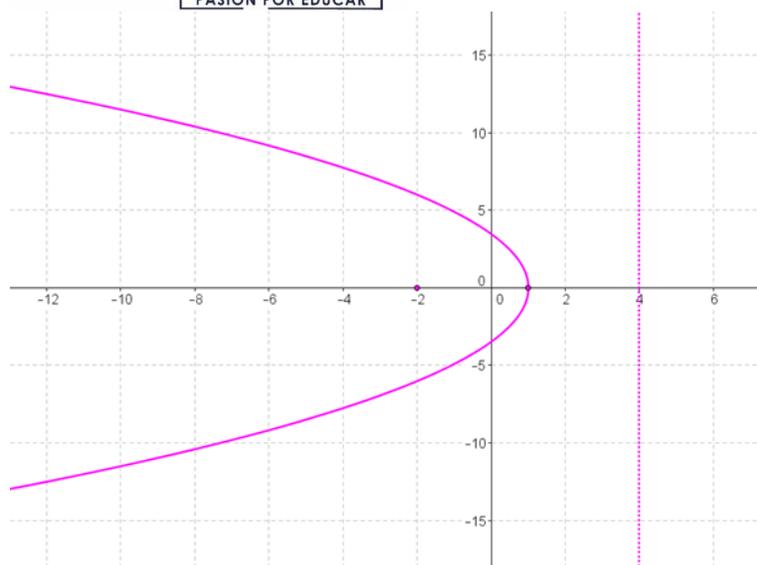
Falta calcular el valor absoluto de c

$$|c|=d(F,V)=3 \quad |c|=d(F,V)=3$$

Como el foco está a la izquierda del vértice entonces $c=-3$ $c=-3$.

Entonces queda:

$$y^2=-12(x-1)$$



La ecuación de la circunferencia de centro el punto $C(a, b)$ y radio es: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Si en esta ecuación eliminamos los paréntesis y pasamos todos los términos al primer miembro, tendremos: $x^2 - 2ax + a^2 + y^2 - 2by + b^2 - r^2 = 0$ que ordenada sería $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$

Llamando: $-2a = D$, $-2b = E$, $a^2 + b^2 - r^2 = F$ la ecuación quedaría expresada de la forma: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ conocida como Ecuación General de la Circunferencia en la que observamos:

No existe término en x, y

Los coeficientes de x^2 e y^2 son iguales.

Si $D = -2a$ entonces $a = -D/2$



Si $E = -2b$ entonces $b = -F/2$

Si $F = a^2 + b^2 - r^2$ entonces $r = \text{Raíz cuadrada } (a^2 + b^2 - F)$

La condición necesaria, por tanto, para que una ecuación dada represente una circunferencia es que:

$$a^2 + b^2 - F > 0$$