

2020

Investigación

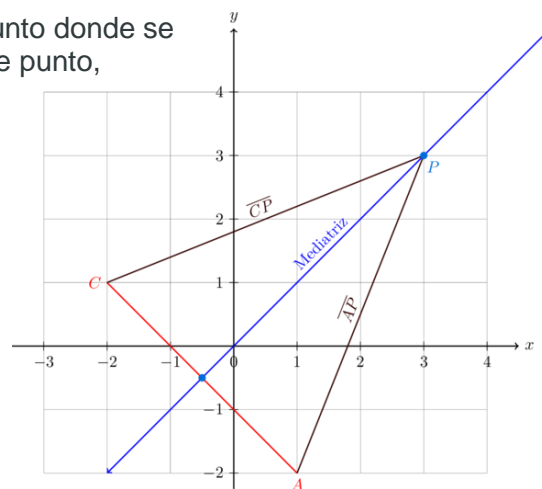


José Fernando Galindo Aragón
Grado y Grupo: 3ero BRH
24-7-2020

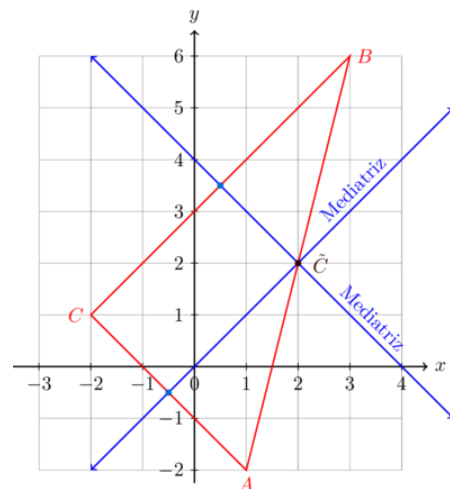
Determinación de la ecuación de la circunferencia a partir de tres coordenadas dadas

Calculamos el punto donde se intersectan las tres mediatrices de los lados de un triángulo. Este punto, llamado circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.

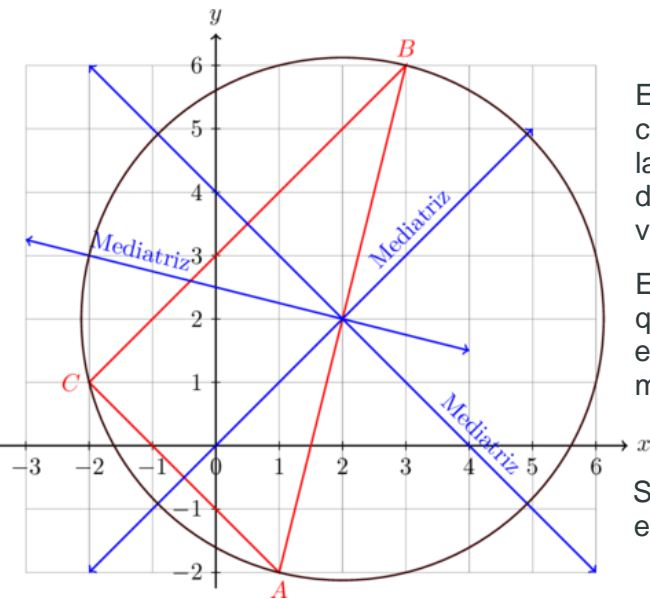
Observa que cualquier punto P que pertenece a la mediatriz de un segmento está a la misma distancia de los extremos del segmento sobre la cual se le construyó:



Si dibujamos un triángulo y trazamos las mediatrices de dos de sus lados, el punto donde se intersectan está a la misma distancia de los tres vértices.



- El punto \tilde{C} es el punto donde se intersectan las dos mediatrices trazadas.
- Por pertenecer a la mediatriz del lado \overline{AC} está a la misma distancia del vértice A como del vértice C . Es decir $|\overline{A\tilde{C}}| = |\overline{C\tilde{C}}|$.
- De manera semejante, por pertenecer a la mediatriz del lado \overline{BC} , está a la misma distancia del vértice B como del vértice C . Matemáticamente esto se denota por: $|\overline{B\tilde{C}}| = |\overline{C\tilde{C}}|$.
- Pero ya se había dicho que $|\overline{A\tilde{C}}| = |\overline{C\tilde{C}}|$. Entonces,
- $|\overline{A\tilde{C}}| = |\overline{B\tilde{C}}| = |\overline{C\tilde{C}}|$
- Esto obliga a la mediatriz del lado \overline{AB} a pasar por el punto \tilde{C} , porque está a la misma distancia de los vértices A y B .
- En conclusión, el punto donde se intersectan las tres mediatrices está a la misma distancia de los tres vértices.



Esto nos ayuda porque si dibujamos una circunferencia con centro en el circuncentro del triángulo, y radio igual a la distancia del circuncentro a cualquiera de los vértices del triángulo, la circunferencia pasará por los tres vértices.

El triángulo queda inscrito a la circunferencia y decimos que la circunferencia está circunscrita al triángulo. Por esta razón el punto donde se intersecan las tres mediatrices de un triángulo se llama circuncentro.

Sin embargo hay otro método más sencillo. Como la ecuación de la circunferencia en su forma general es:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

donde: $D = -2h$, $E = -2k$, y $F = h^2 + k^2 - r^2$. Como sabemos que la circunferencia debe pasar por los tres vértices, podemos sustituir sus coordenadas en la ecuación y así obtendremos tres ecuaciones, una por cada vértice y al resolver ese sistema de ecuaciones lineales encontraremos las incógnitas, que son D , E y F . Una vez que conozcamos los valores de estas incógnitas podremos calcular los valores que nos interesan: h , k y r .

Determinación de los diferentes casos de relación entre la circunferencia y la recta

Si una recta y una circunferencia no tienen ningún punto en común, es decir, si no se cruzan, la recta se dice recta exterior a la circunferencia. Si la recta corta a la circunferencia en un único punto, llamado punto de tangencia, hablaremos de una recta tangente a la circunferencia. Por último, si la recta corta en dos puntos a la circunferencia, la recta recibe el nombre de recta secante a la circunferencia. En este caso, la porción de recta interior a la circunferencia se llama cuerda.

Ecuación de la recta tangente a una circunferencia

Podemos trazar la recta tangente a una circunferencia de centro (C_x, C_y) por cualquier punto (x_0, y_0) de ésta. Conocido ese punto no tenemos más que calcular la pendiente m para calcular la ecuación de la recta tangente.

Recta tangente y radio al punto de tangencia son perpendiculares, por tanto sus pendientes son inversas y de signo contrario. Así:

Tangente común

Una línea que es tangente a dos círculos que están en el mismo plano es llamada tangente común de dos círculos.

Una tangente común que no intersecta los segmentos cuyos extremos son los centros del círculo es una tangente común externa.

Una tangente común que intersecta los segmentos cuyos extremos son los centros del círculo es una tangente común interna.

Tangente común exterior

Dos circunferencias tangentes exteriormente tendrán dos rectas tangentes exteriores comunes pero una única recta tangente interior común. La tangente interior común será perpendicular a la recta que une los centros de ambas circunferencias y pasará por el punto de tangencia de las dos circunferencias, siendo éste precisamente el punto de tangencia con una y otra circunferencia

Tangente común interior

a tangente interior común será perpendicular a la recta que une los centros de ambas circunferencias y pasará por el punto de tangencia de las dos circunferencias, siendo éste precisamente el punto de tangencia con una y otra circunferencia.

Ángulos centrales e inscritos

Ángulo central: Es la medida angular de un arco PQ de circunferencia, tomando como vértice el centro de la circunferencia.

Ángulo inscrito: Aquel cuyo vértice está sobre la circunferencia y cuyos lados pasan por dos puntos P y Q de ella.

Bibliografía: <https://www.aprendematematicas.org.mx/unit/circunferencia-pasa-tres-puntos/>

http://www.wikillerato.org/Rectas_tangentes_a_dos_circunferencias.html#:~:text=Circunferencias%20tangentes,-Dos%20circunferencias%20tangentes&text=La%20tangente%2