## Sistema de numeración

Un **sistema de numeración** es un conjunto de símbolos y reglas de generación que permiten construir todos los números válidos. Un sistema de numeración puede obtenerse como:

donde:

- es el sistema de numeración considerado (p.ej. decimal, binario, hexadecimal, etc.).
- es el conjunto de símbolos permitidos en el sistema. En el caso del sistema decimal son {0,0...9}; en el binario son {0,1}; en el octal son {0,1,...7}; en el hexadecimal son {0,1,...9,A,B,C,D,E,F}.
- son las reglas que nos indican qué números y qué operaciones son válidos en el sistema, y cuáles no. En un sistema de numeración posicional las reglas son bastante simples, que la numeración romana requiere reglas algo más elaboradas.

Estas reglas son diferentes, para cada sistema de numeración considerado, pero una regla común a todos es que para construir números válidos en un sistema de numeración determinado sólo se pueden utilizar los símbolos permitidos en ese sistema.

Para indicar en qué sistema de numeración se representa una cantidad se añade como subíndice a la derecha el número de símbolos que se pueden representar en dicho sistema.

**Índice**



## Definición[editar]

Se conoce como un **sistema de numeración** un conjunto finito de símbolos que se emplea con algún método para asignar numerales , o símbolos numéricos, a los números. Hay diversos sistemas que han sido, o son actualmente empleados. Lo que interesa son los principios y conceptos implicados que las particularidades sistémicas. El número de símbolos es finito, varía desde dos hasta treinta o más en otros. [1]

## Clasificación[editar]

Los sistemas de numeración pueden clasificarse en dos grandes grupos: posicionales y no-posicionales:

- En los sistemas no-posicionales los dígitos tienen el valor del símbolo utilizado, que no depende de la posición (columna) que ocupan en el número.
- En los sistemas de numeración ponderados o posicionales el valor de un dígito depende tanto del símbolo utilizado, como de la posición que ese símbolo ocupa en el número.

Por ejemplo, el sistema de numeración egipcio es no posicional, en cambio el babilónico es posicional. Las lenguas naturales poseen sistemas de numeración posicionales basados en base 10 o 20, a veces con subsistemas de cinco elementos. Además, en algunas pocas lenguas los numerales básicos a partir de cuatro tienen nombres basados en numerales más pequeños.

### Sistema de enumeración[editar]

Estos son los más antiguos, se usaban por ejemplo los dedos de la mano para representar la cantidad cinco y después se hablaba de cuántas manos se tenía. También se sabe que se usaba cuerdas con nudos para representar cantidad. Tiene mucho que ver con la coordinabilidad entre conjuntos. Entre ellos están los sistemas del antiguo Egipto, el sistema de numeración romana, y los usados en Mesoamérica por mayas, aztecas y otros pueblos.

Al igual que otras civilizaciones mesoamericanas, los mayas utilizaban un sistema de numeración de raíz mixta de base 20 (vigesimal). También los mayas preclásicos desarrollaron independientemente el concepto de cero (existen inscripciones datadas hacia el año 36 a. C. que así lo atestiguan).

### Sistemas de numeración posicionales[editar]

*Artículo principal:* Sistema de numeración posicional

El número de símbolos permitidos en un sistema de numeración posicional se conoce como **base** del sistema de numeración. Si un sistema de numeración posicional tiene base *b* significa que disponemos de *b* símbolos diferentes para escribir los números, y que *b* unidades forman una unidad de orden superior.

#### Ejemplo en el sistema de numeración decimal

Si contamos desde 0, incrementando una unidad cada vez, al llegar a 9 unidades, hemos *agotado* los símbolos disponibles, y si queremos seguir contando no disponemos de un nuevo símbolo para representar la cantidad que hemos contado. Por tanto añadimos una nueva *columna* a la izquierda del número, *reutilizamos* los símbolos de que disponemos, decimos que tenemos una unidad de primer orden (decena), ponemos *a cero* las unidades, y seguimos contando.

De igual forma, cuando contamos hasta 99, hemos *agotado* los símbolos disponibles para las dos columnas; por tanto si contamos (sumamos) una unidad más, debemos poner a cero la columna de la derecha y sumar 1 a la de la izquierda (decenas). Pero la columna de la izquierda ya *ha agotado* los símbolos disponibles, así que la ponemos a cero, y sumamos 1 a la siguiente columna (centena). Como resultado nos queda que 99+1=100.

El cuenta kilómetros mecánico, al utilizar el sistema de numeración posicional decimal, nos muestra lo anterior: va sumando 1 a la columna de la derecha y cuando la rueda de esa columna ha completado una vuelta (se *agotan* los símbolos), se *pone a cero* y se añade una unidad a la siguiente columna de la izquierda.

Pero estamos tan habituados a contar usando el sistema decimal que no somos conscientes de este comportamiento, y damos por hecho que 99+1=100, sin pararnos a pensar en el significado que encierra esa expresión.

Tal es la costumbre de calcular en decimal que la mayoría de la población ni siquiera se imagina que puedan existir otros sistemas de numeración diferentes al de base 10, y tan válidos y *útiles* como este. Entre esos sistemas se encuentran el de base 2 sistema binario, de base 8 sistema octal y el de base 16 sistema hexadecimal.

También los antiguos mayas tuvieron de numeración posicional el cual ya no se usa.

## Teorema fundamental de la numeración[editar]

Este teorema establece la forma general de construir números en un sistema de numeración posicional. Primero estableceremos unas definiciones básicas:

, número válido en el sistema de numeración.

, base del sistema de numeración. Número de símbolos permitidos en el sistema.

, un símbolo cualquiera de los permitidos en el sistema de numeración.

,: número de dígitos de la parte entera.

, coma fraccionaria. Símbolo utilizado para separar la parte entera de un número de su parte fraccionaria.

,: número de dígitos de la parte decimal.

La fórmula general para construir un número *N*, con un número finito de decimales, en un sistema de numeración posicional de base *b* es la siguiente:

El valor total del número será la suma de cada dígito multiplicado por la potencia de la base correspondiente a la posición que ocupa en el número.

Esta representación posibilita la realización de sencillos algoritmos para la ejecución de operaciones aritméticas.

### Ejemplo en el sistema decimal[editar]

En el sistema decimal los símbolos válidos para construir números son {0,1,...9} (0 hasta 9, ambos incluidos), por tanto la base (el número de símbolos válidos en el sistema) es diez

En la figura inferior podemos ver el teorema fundamental de la numeración aplicado al sistema decimal.

Los dígitos a la izquierda de la coma fraccionaria representados por $\mathbf{d_{n-1}}$ ... $\mathbf{d_2}$ $\mathbf{d_1}$ $\mathbf{d_0}$ , toman el valor correspondiente a las potencias positivas de la base (10 en el sistema decimal), en función de la posición que ocupan en el número, y representan respectivamente al dígito de las n-unidades ($10^n$), centenas ($10^2$=100), decenas ($10^1$=10) y unidades ($10^0$=1), ya que como se ve en el gráfico están colocados en las posiciones *n-1*..., tercera, segunda y primera a la izquierda de la coma fraccionaria.

Observar que las posiciones se numeran a partir de 0, desde derecha a izquierda, por lo que la uĺtima posición para un número de n dígitos enteros, es **n-1** y **no n**, ya que en ese caso sería de **n+1** dígitos enteros. El uso de esta numeración a partir de 0 es de utilidad, debido a que la potencia 0-ésima de cualquier número está definida como 1.

Los dígitos a la derecha de la coma fraccionaria $\mathbf{d_{-1}}$, $\mathbf{d_{-2}}$, $\mathbf{d_{-3}}$ ... $\mathbf{d_{-n}}$ representan respectivamente al dígito de las décimas ($10^{-1}$=0,1), centésimas ($10^{-2}$=0,01), milésimas ($10^{-3}$=0,001) y n-ésimas ($10^{-n}$) .

Por ejemplo, el número 1492,36 en decimal, puede expresarse como:

### Ejemplo en el sistema binario[editar]

Véase ahora el sistema binario o de base 2. En este sistema los dígitos válidos son {0,1}, y dos unidades forman una unidad de orden superior.

En la figura inferior puede verse el teorema fundamental de la numeración aplicado al sistema binario.

Siguiendo con el ejemplo del cuentakilómetros visto arriba, en este caso las ruedas no tienen 10 símbolos (0 al 9) como en el caso del sistema decimal. En el sistema binario la base es 2, lo que quiere decir que sólo existen 2 símbolos {0,1} para construir *todos los números binarios*.

En el sistema binario, para representar cifras mayores que 1 se combinan los 2 símbolos {0,1} y agrega una segunda columna de un orden superior.

Aquí las ruedas del cuentakilómetros dan una vuelta cada dos unidades. Por tanto, una vez que se cuenta (suma) dos se han *agotado* los símbolos disponibles para esa *columna*, y se deben poner *a cero* la columna y usar otra columna a la izquierda.

Así, contando en binario, tras el número viene el , pero si se cuenta una unidad más se debe usar otra columna, resultando .

Se sigue contando Al añadir una unidad a la columna de las unidades, esa columna ha *dado la vuelta* (ha agotado los símbolos disponibles), y se debe formar una unidad de segundo orden, pero como ya hay una, también se agotan los símbolos disponibles para esa columna, y se deben formar una unidad de tercer orden o . Así, en el sistema binario .

Ejemplos:

- El número está formado por un solo símbolo repetido tres veces. No obstante, cada uno de esos símbolos tiene un valor diferente, que depende de la posición que ocupa en el número. Así, el primer 1 (empezando por la izquierda) representa un valor de , el segundo de y el tercero de , dando como resultado el valor del número: .

## Tipos

- ***Posicional:*** Es aquel en que el valor de la cifra cambia según la posición que ocupa la cifra dentro del número. Ejemplos de ellos son los: sistemas binario, decimal, hexadecimal, octal, etc.
- ***No posicional:*** Es aquel en el que el valor de la cifra no depende de la posición que ocupe dentro del número. Lo que indica que existen dos tipos de valores de las cifras. Un ejemplo de ello son los números romanos.

## Base

Es igual a la cantidad de dígitos diferentes que posee el sistema, a partir de los cuales se puede representar cualquier número.

- ***Sistema Decimal***: 10 dígitos: (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9)
- ***Sistema Binario***: 2 dígitos: (0,1)

Sistemas Numéricos Posicionales

En el sistema de números decimales se dice que la base o raíz es 10 debido a que usa 10 dígitos, y los coeficientes se multiplican por potencias de 10.

El sistema binario únicamente posee dos valores posibles que son 0 y 1, en los cuales cada coeficiente *AJ* se multiplica por *2J*, como ejemplo se tiene el desarrollo del número binario 11010.11 el cual será representado por la siguiente manera :

1 * 24 + 1 * 23 + 0 * 22 + 1 * 21 + 0 * 20 + 1 * 2 - 1 + 1 * 2 - 2 16 + 8 + 0 + 2 + 0 + 0.5 + 0.25 = 26.75 Por lo tanto tenemos que un número en un sistema de base(*r*) tiene coeficientes multiplicados por potencias de (*r*) y quedaría representado de la siguiente manera : an * rn + an * rn+ . . . + a2 * r2 + a1 * r1 + a0 * r0 + a - 1 * r - 1 + . . . + a - m * r - m

Sistema Binario o Sistema Diádico

En el sistema binario la base es 2 y sólo se requieren dos cifras, el 0 y el 1 por consiguiente para representar un número. Las cifras 0 y 1 tienen el mismo significado que en el sistema decimal, pero difieren en cuanto a la posición que ocupan.

En el sistema binario el dígito individual representa el coeficiente de las potencias de dos (2) en lugar de las de diez (10), como sucede en el sistema decimal. El valor de cualquier número expresado en el sistema numérico binario es igual a la suma de los términos que resulten de multiplicar cada uno de los dígitos que constituyen el número en cuestión por las potencias de 2 que corresponda según la posición que ocupe dicho dígito dentro del número.

Un ejemplo ilustrativo lo constituye el número decimal 19, que se escribe en representación binaria como 10011 ya que:

10011= 1 x 24 + 0 x 23 + 0 x 22 + 1 x 21 + 1 x 20

10011= 16 + 0 + 0 + 2+ 1 =19

## Sistema Decimal

Es el sistema utilizado habitualmente, base 10 y tiene diez dígitos, del 0 al 9. El valor de cualquier número expresado en este sistema es igual a la suma de los términos que resulten de multiplicar cada uno de los dígitos que constituyen el número en cuestión por la potencia de 10 que corresponda según la posición que ocupe dicho dígito dentro del número.

Para escribir un número mayor que 9, se asigna un significado a la posición de cada cifra en el número completo.

Un ejemplo de ello es el número 1264:

$1264= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 4 \times 10^0$

La adopción, uso y difusión de esta base, tal como expresó el matemático ruso Nikolai Luzin, es debido a la estructura zoomórfica del ser humano que tiene 10 dedos en las dos manos. Primeramente, una biyección del conjunto de dedos con los objetos a contar. Ningún objeto, nada, o cero. Hasta 9 objetos, pero si había 10 objetos , chocaban las dos manos, que significaba un nuevo resultado: lo que se ha llamado una decena. Se dio un salto dialéctico, diez objetos forman una nueva unidad, de las decenas. Luego diez decenas , el segundo salto dialéctico, la centenas. En seguida 10 centenas, un millar. Habiendo organizado un resultado se tenía, por decir 4 unidades, 2 decenas, 7 centenas, 3 millares. Para simplificar o compactar, se acudía a las posiciones de las cifras: *mcdu*; en este ejemplo, resulta 3724. Un gran hallazgo fue la importancia de la posición y de los valores relativo y absoluto de una cifra. El origen de las cifras o guarismos o dígitos que se usan ocurre en la cultura india; pero los árabes aportan el símbolo del cero y lo llevan a Europa, n y posteriormente llega a América, por lo que cabe llamar las *cifras indoarábigas* a este manojo: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

## Sistema Octal

De la misma manera que el sistema decimal, el sistema octal necesita ocho cifras para poder expresar o representar cualquier número. La base de este sistema es 8. Está formado por los dígitos 0,1,2,3,4,5,6,7.

## Sistema Hexadecimal

Este sistema necesita 16 cifras como base para expresar o representar cualquier número, los primeros diez dígitos de este sistema coinciden con los del sistema numérico decimal y los restantes seis dígitos se toman como las seis primeras letras (mayúsculas) del alfabeto: A,B,C,D,E,F, o sea: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, F.

Por primera vez aparecerán combinaciones de dígitos, uno de los cuales puede ser una letra pero que para los efectos del sistema hexadecimal es considerado un número. Al igual que en los dos casos anteriores, el valor de cualquier número expresado en el sistema numérico hexadecimal es igual a la suma de los términos que resulten de multiplicar cada uno de los dígitos que constituyen el número en cuestión por la potencia de 16 que corresponda según la posición que ocupe dicho dígito dentro del número.

## Conversión de números

Este método consiste en dividir reiteradas veces un número entre la base del sistema que se desea, hasta encontrar un cociente tal que no sea divisible por el divisor o la base. Después se toma éste último cociente y los restos, de derecha a izquierda, formándose así el número en el sistema solicitado.

Decimal-Binario

- Un número binario (x) puede convertirse en decimal efectuando la suma de las potencias cuyo valor es uno.

Ejemplo : $(1010.011)_2 = 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3} = 8 + 0 + 2 + 0 + 0 + 0.25 + 0.125 = 10.375$

- Para los números expresados en base (*r*) se podría efectuar su conversión a decimal multiplicando cada coeficiente por la potencia correspondiente de *r* y sumando.

Ejemplo :

(630.4)8 = 6 * 82 + 3 * 81 + 0 * 80 + 4 * 8-1 = 384 + 24 + 0.5 = 408.5

- Cuando se desea efectuar la conversión de decimal a binario o a cualquier otro sistema con base *r* es más conveniente si el número se separa en parte entera y en una parte fraccionaria, y la conversión de cada parte se efectúa por separado.

- Para convertir cualquier entero decimal en cualquier sistema de base *r* la división se hace entre *r* en lugar de 2.

- Para convertir una fracción decimal a binario, el sistema que se sigue es similar al que utilizamos para los enteros, sin embargo, se usa la multiplicación en lugar de la división, y los enteros se acumulan en lugar de los residuos.

- Cuando se desea convertir una fracción decimal en número expresado en base *r*, el procedimiento es similar, la multiplicación se hace con *r* en lugar de 2 y los coeficientes se encuentran con los enteros.

- Cuando se desea hacer la conversión de un número decimal de una parte entera y una parte fraccionaria la conversión se hace por separado y posteriormente se combinan las dos respuestas.

Decimal-Octal

Para ello se realiza una operación parecida a la conversión anterior. Se procede a dividir el número en cuestión por la base del sistema a convertir.

Si se toma como ejemplo el número 243, al dividirlo por 8 que es la base del sistema octal, resulta ser 30, con un primer resto de 3; al proceder a dividir 30 entre 8, resulta ser 24, por lo que el resto es 6 y el último cociente es 3. Tomando de derecha a izquierda queda 363. De modo que el 243 en el sistema decimal es 3638 en el sistema octal 243/8=30 30/8=3 (3 6 restos) 3 — ultimo cociente.

Decimal-Hexadecimal

Un ejemplo ilustrativo de esta conversión se repite con el número 243. Si se desea convertirlo en hexadecimal, se debe proceder de manera similar a las conversiones anteriores.

Se divide el número 243 por la base 16. Al hacerlo, se obtiene un cociente de 15 con un resto de 3, de modo que se toma de derecha a izquierda: último cociente(15) y el resto que es 3. En hexadecimal el 15 se representa por la letra F, completándose el resultado. El número 243 en decimal corresponde al F316 en hexadecimal.

Números octales y hexadecimales

Las conversiones entre código binario, octal y hexadecimal es muy importante en las comparaciones digitales, ya que cada dígito octal corresponde a tres dígitos binarios y a cada dígito hexadecimal corresponde cuatro dígitos binarios.

(10110001101011.111100000110)2 -> (26153.7406)8

Cuando se desea convertir un número binario a hexadecimal, el proceso es similar excepto que el número binario se divide en grupos de 4.

(10110001101011.11110010)2 -> (2C6B.F2)16

La conversión a hexadecimal en binario se realiza con un procedimiento inverso al anterior esto es; cada dígito octal se convierte en su equivalente binario de tres dígitos y cada dígito hexadecimal se convierte en su equivalente binario de cuatro dígitos.

## Conversión al sistema decimal

Para ello se utiliza el método de multiplicación de potencias sucesivas.

De binario a decimal

Convertir el número 111100112 a decimal. El número binario contiene ocho dígitos, por lo que se realiza una suma de cada dígito multiplicado por 2 elevado a la potencia correspondiente comenzando por 0, 1, 2 …n, hasta el último digito.

Esta operación se realiza de derecha a izquierda.

En este caso sería: 1x20 + 1x21 + 0x22 + 0x23 + 1x24 + 1x25 + 1x26 + 1x27 = 1 + 2 + 0 + 0 + 16 + 32 + 64 + 128 =243 De modo que el número 111100112 es igual a 243 en el sistema decimal.

De octal a decimal

Se realiza de manera similar a la anterior pero teniendo en cuenta que la base del sistema ahora es ocho (8).

322258 = 5x80 + 2x81 + 2x82 + 2x83 + 3x84 = 5 + 16 + 128 + 1024 + 12288 = 5 + 16 + 128 + 1024 + 12288 = 13461

De hexadecimal a decimal

Esta operación se realiza de derecha a izquierda. Se toma cada dígito, se multiplica por la base 8 elevada primero a 0, a uno, ect. El valor de F en el sistema decimal es 15.

Se comienza: FF16 = F x 160 + F x 161 =15 x 160 + 15 x 161 = 15 x 1 + 15 x 16 = 15 + 240 = 255

De modo que el número FF de base 16 es equivalente al 255 de base 10.

## Suma binaria

Todas las operaciones se hacen a través de la suma binaria (operación fundamental).

**Tabla de la suma**

| A | B | Suma | Acarreo |
|---|---|---|---|

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

Tal como se observa en la tabla, sólo hay acarreo cuando se le da el valor de uno (1) a las dos variables.

## Resta binaria

La resta consiste en una suma negada (o sea su complemento). Si se desea restar **A - B**, por ejemplo, los pasos a seguir serían:

- Se tomamos el número **A** tal como está.
- El número **B** se complementa.
- Se realiza una suma de ambos valores.
- Al resultado se le agrega 1.
- El acarreo se elimina.

## Fuentes


- Encuentra.com
- Monografias
- S. V. Fomín. *Sistemas de numeración*. Editorial MIR, Moscú, 1975, impreso en la URSS, traduce del ruso, Carlos Vega.

# SISTEMA DE NUMERACION

- SISTEMA BINARIO

  0,1
- SISTEMA DECIMAL

  0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- SISTEMA OCTAL

  (8) (0,1,2,3,4,5,6,7)
- SISTEMA EXADECIMAL

  (16) (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F)

# EJEMPLO DE SISTEMA OCTAL



- 979

1 7 2 3

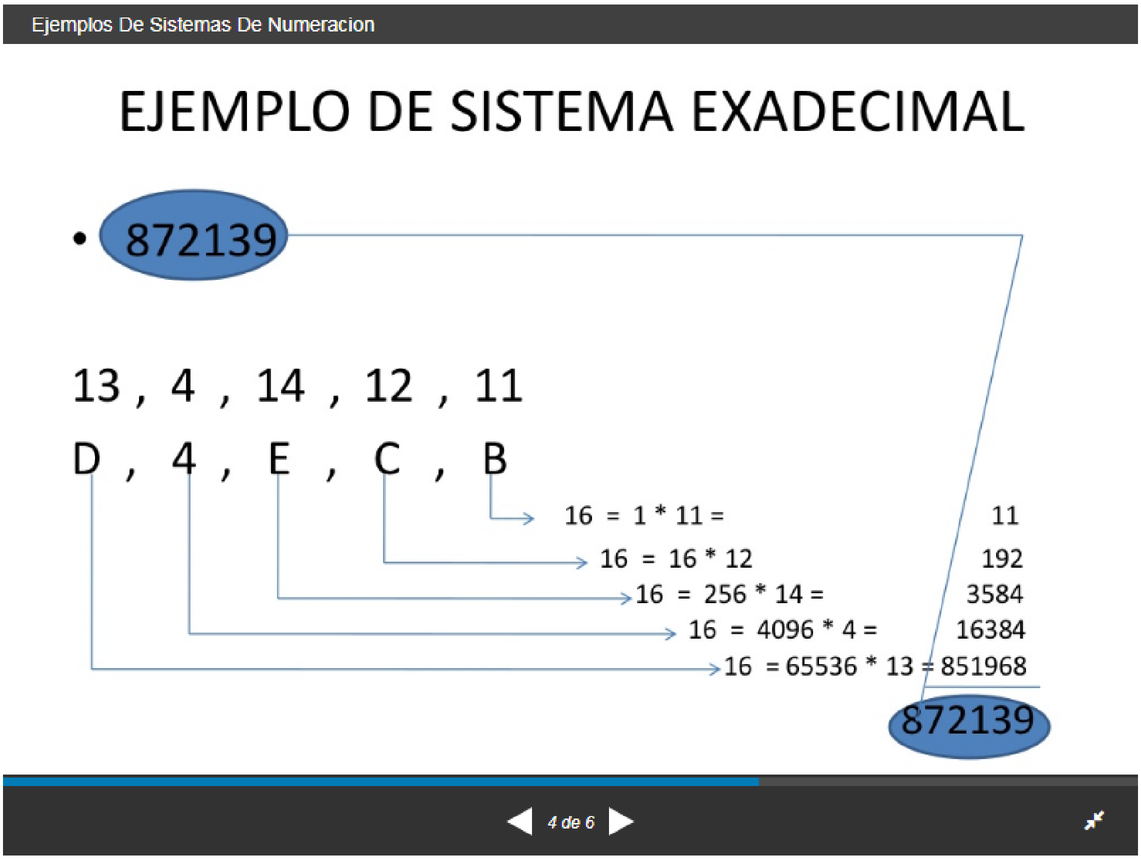
8 = 1*3 = 3

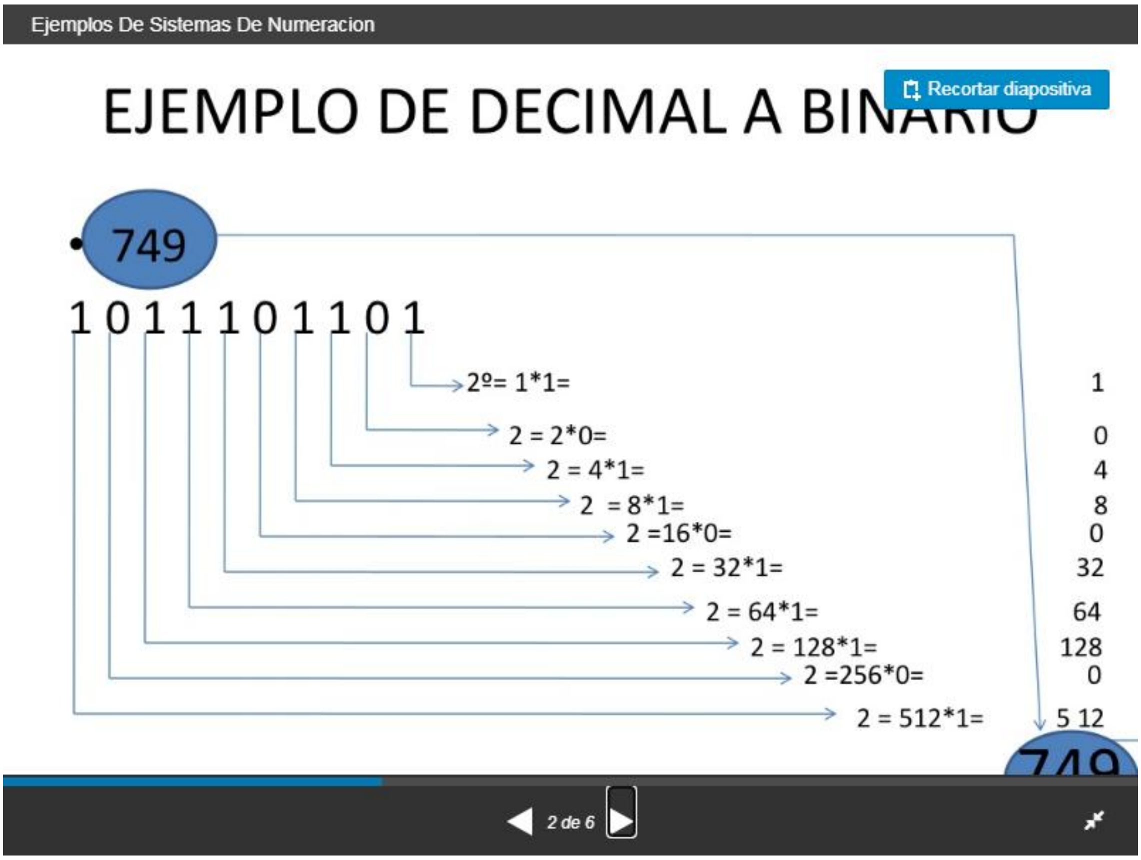
8 = 8*2 = 16

8 = 64*7 = 448

8 = 512*1 = 512

**979**


Ejemplos De Sistemas De Numeracion
EJEMPLO DE SISTEMA EXADECIMAL
• 872139
13 , 4 , 14 , 12 , 11
D , 4 , E , C , B
16 = 1 * 11 = 11
16 = 16 * 12 192
16 = 256 * 14 = 3584
16 = 4096 * 4 = 16384
16 = 65536 * 13 = 851968
872139
4 de 6


Ejemplos De Sistemas De Numeracion
Recortar diapositiva
EJEMPLO DE DECIMAL A BINARIO
749
1 0 1 1 1 0 1 1 0 1
2º= 1*1= 1
2 = 2*0= 0
2 = 4*1= 4
2 = 8*1= 8
2 =16*0= 0
2 = 32*1= 32
2 = 64*1= 64
2 = 128*1= 128
2 =256*0= 0
2 = 512*1= 5 12
2 de 6

# MULTIPLICACION

- 12

* 4

48

```
     1  1 0 0
     •   1 0 0
     ---------
     0   0 0 0
   0  0   0 0
 1  1  0  0
 ---------------
 1  1  0  0   0 0
32  16  8  4   2 1
```

48

# EJEMPLO DE RESTA DE BINARIOS

- 1 - 1 = 1
- 1 - 1 = 0
- 0 - 0 = 0
- 0 – 0 = 1 (UTILIZAR BASE 2 )

```
 36
- 6
----
 30
```

```
1  O  O  1  0  0
1  1  1  1  1  0
----------------
0  1  1  1  1  0
0 16  8  4  2  1
     24
      28
       30
```