UNIVERCIDAD DEL SURESTE

TEMA:

Mapa conceptual de elipse

MATERIA:

Geometría analitica

FECHA DE ENTRGA:

Jueves, 18 de jun de 2020 A

Domingo, 21 de jun de 2020

MAESTRO:

Jose Roberto quiroli gonzalez

ALUMNO:

Lavith fernando stivalet angulo

ELIPSE

La elipse es el <u>lugar geométrico</u> de todos los <u>puntos</u> de un <u>plano</u>, tales que la suma de las distancias a otros dos puntos fijos, llamados <u>focos</u>, es constante.

ECUACION DE UNA ELIPSE CON CENTRO

En esta sección, el Centro de una elipse será (0,0) . Una elipse puede tener una orientación tanto horizontal como vertical

HORIZONTAL

x2a2+y2b2=1

El eje mayor es el eje x con un largo de 2a .
El eje menor es el eje y con un largo

VERTICAL

x2b2+y2a2=1

El eje mayor es el eje y con un largo de 2a .
El eje menor es el eje x con un largo

ELEMENTOS Y ECUACION

Ecuación de eje mayor horizontal centrada en un punto cualquiera P(x_o,y_o)

La ecuación de un elipse cuyo eje mayor es horizontal viene dada por:

Donde:

x_o , y_o : Coordenadas x e y del centro de la elipse
a : Semieje de abcisas
b : Semieje de ordenadas. En nuestro caso debe cumplirse que b ⩽ a.

DADOS SUS ELEMENTOS OBTENER LA ECUACION DE LA ELIPSE CON CENTRO EN EL ORIGEN

Si el centro de la elipse** C(x_o,y_o) **y el eje principal es paralelo a OX, los focos tienen de coordenadas F(X_o+c, y_o) y F'(X_o-c, y_o). Y la ecuación de la elipse será:

***Al quitar denominadores y desarrollar se obtiene, en general, una ecuación de la forma**:*

$$Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$$

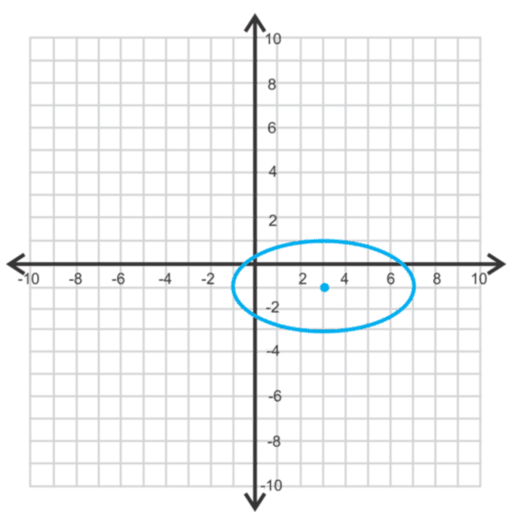
***Dónde A yo B tienen el mismo signo**.*

ECUACION DE UNA ELIPSE CON CENTRO EN EL PUNTO

Al igual que lo que vimos en los conceptos anteriores, una elipse no siempre tiene que tener su centro en el origen. Si el centro es (h,k) la elipse completa cambiará y tendrá h unidades a la izquierda o la derecha y k unidades hacia arriba o hacia abajo. La ecuación se convierte en (x−h)2a2+(y−k)2b2=1. Veremos cómo cambian los vértices, los co-vértices y los focos en el siguiente ejemplo.

Ejemplo A

Grafica (x−3)216+(y+1)24=1 . Luego, encuentra los vértices, los co-vértices y los focos.
Solución: Primero, sabemos que esta elipse es horizontal ya que 16 > 4 4" class="x-ck12-math" /> . Por lo tanto, el centro es (3,−1) y a=4 y b=2 . Usa esta información para graficar la elipse.
Para graficar la elipse, traza el centro y luego cuenta cuatro unidades hacia los lados y dos unidades hacia arriba y hacia abajo. De esta manera también puedes encontrar los vértices y los co-vértices. Los vértices son (3±4,−1) o (7,−1) y (−1,−1) . Los co-vértices son (3,−1±2) o (3,1) y (3,−3) .



Para encontrar los focos, debemos encontrar c usyo c2=a2−b2 .

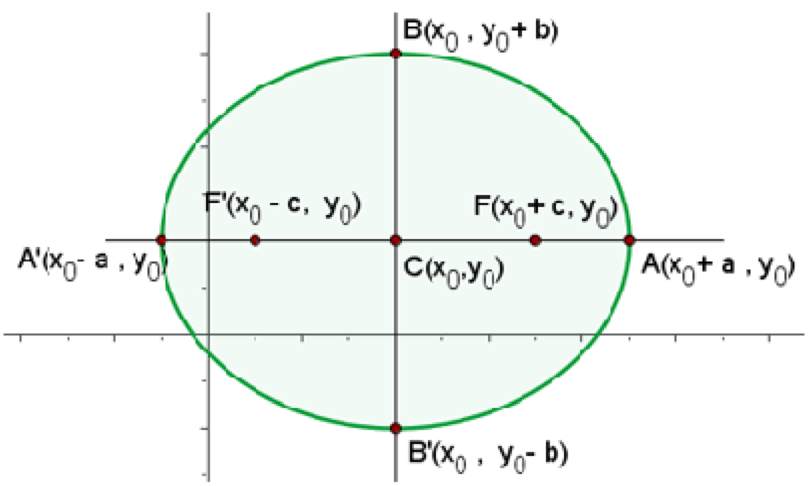
c2c=16−4=12=23−√

Por lo tanto, Los focos son (3±23–√,–1) .

De este ejemplo podemos crear fórmulas para encontrar los vértices, los co-vértices y los focos de una elipse con centro en (h,k) . Además, cuyo grafiques una elipse cuyo centro no esté en el origen, asegúrate de trazar el centro.

ECUACION DE LA ELIPSE QUE PARA POR CUATRO PUNTOS

Si el centro de la elipse **$C(x_o,y_o)$** y el eje principal es paralelo a OX, los focos tienen de coordenadas $F(X_o+c,\ y_o)$ y $F'(X_o-c,\ y_o)$. Y la ecuación de la elipse será:



$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2}+\frac{(y-y_0)^2}{b^2}=1$$

Al quitar denominadores y desarrollar se obtiene, en general, una ecuación de la forma:

$$Ax^2+By^2+Cx+Dy+E=0$$

Donde **A y B tienen el mismo signo**.

Ejemplos

1 Hallar la ecuación de la elipse de foco F(7, 2), de vértice A(9, 2) y de centro C(4, 2).

$a = 9 - 4 = 5$ $\qquad$ $c = 7 - 4 = 3$

$b = \sqrt{25 - 9} = 4$

$$\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

2 Dada la elipse de ecuación $\frac{(x-6)^2}{36} + \frac{(y+4)^2}{16} = 1$, hallar su centro, semiejes, vértices y focos.

$a^2 = 36$ $\qquad$ $a = 6$

$b^2 = 16$ $\qquad$ $b = 4$

$c = \sqrt{36 - 16} = \sqrt{20}$ $\qquad$ $c = 2\sqrt{5}$

$C(6, -4)$

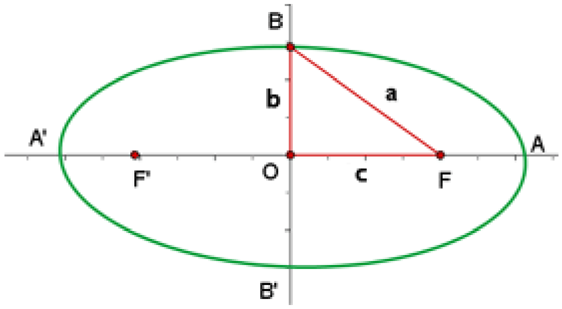
$A(12, -4)$ $\qquad$ $A'(0, -4)$

$F(6 + 2\sqrt{5}, -4)$ $\qquad$ $F'(6 - 2\sqrt{5}, -4)$

$B(6, 0)$ $\qquad$ $B'(6, -8)$

Ecuación reducida de la elipse

Tomamos como centro de la elipse el centro de coordenadas y los ejes de la elipse como ejes de coordenadas. Las coordenadas de los focos son:



F'(-c, 0) y F(c, 0)

Cualquier punto de la elipse cumple:

$$\overline{PF} + \overline{PF'} = 2a$$

Esta expresión da lugar a:

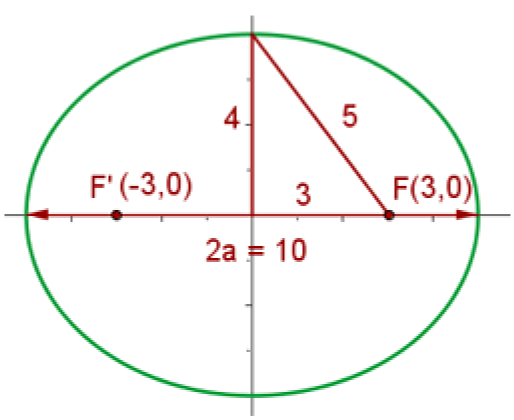
$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$

Realizando las operaciones llegamos a:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Ejemplo

Hallar los elementos característicos y la ecuación reducida de la elipse de focos: F'(-3,0) y F(3, 0), y su eje mayor mide 10.



Semieje mayor

$2a = 10 \qquad a = 5$

Semidistancia focal

$\overline{FF'} = 2c = 6 \qquad c = 3$

Semieje menor

$b^2 = 25 - 9 \qquad b = 4$

Ecuación reducida

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Excentricidad

$$e = \frac{3}{5}$$

ECUACION DE UNA RECTA TANGENTE A UNA ELIPSE

Tangentes a Cónicas

En esta practica se presentan dos métodos para calcular la ecuación de la recta tangente a una elipse. El primer método es puramente algebraico y hace uso del hecho de que una cónica y una recta se intersectan en dos puntos a lo más: si se conoce el punto de la elipse, entonces falta determinar la pendiente, la cual se calcula imponiendo la condición de que los puntos de intersección coincidan. Esta ultima condición se traduce en igualar cierto discriminante a cero.

En el segundo método (que llamamos pre-calculo) se presentan ya ideas intrínsecas del Calculó, donde la condición de tangencia se obtiene haciendo tender la abscisa del punto variable a la abscisa del punto dado. La idea se basa en una factorización inteligente de la ecuación de segundo grado que se obtiene al sustituir la ecuación de la recta en la ecuación de la elipse. Se dejan varios ejercicios al lector donde se pide generalizar los métodos a otras cónicas incluyendo la cónica general.

Considere la ecuación de una elipse en forma normal

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

y considere un punto $P(x_0, y_0)$ sobre la c´onica. Luego

$$\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1.$$

Todas las rectas que pasan por el punto $P(x_0, y_0)$ tienen ecuación de la forma $y - y_0 = m(x - x_0)$ y todas intersectan a la elipse en al menos un punto (dos si la recta es secante, uno si la recta es tangente). El problema es encontrar el valor de la pendiente m para la recta que es tangente en el punto $P(x_0, y_0)$.

El método algebraico

Los puntos $Q(x, y)$ que son intersección de la recta que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$ con la cónica, satisfacen el sistema de ecuaciones

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$