

ENFERMERIA

**DOCENTE**

JUAN JOSE ESTRADA TRUJILLO

**ALUMNO:** PABLO CORDOVA SANTIZ

**MATERIA:** MATEMATICA APLICADA

**ACTIVIDAD:** INVESTIGACION

**FECHA:** 25/06/20

6 "A"

## “INTEGRALES DE FUNCIONES HIPERBOLICAS”

Las funciones hiperbólicas son análogas a las funciones ordinarias.

Las funciones hiperbólicas básicas son:

- El seno hiperbólico  $\sinh x$
- El coseno hiperbólico  $\cosh x$  de donde podemos derivar la tangente hiperbólica  $\tanh x$

Las identidades trigonométricas hiperbólicas formulario más básicas son las siguientes:

$$75) \int \sinh cx \, dx = \frac{1}{c} \cosh cx$$

---

$$76) \int \cosh cx \, dx = \frac{1}{c} \sinh cx$$

---

$$77) \int \sinh^2 cx \, dx = \frac{1}{4c} \sinh 2cx - \frac{x}{2}$$

---

$$78) \int \cosh^2 cx \, dx = \frac{1}{4c} \sinh 2cx + \frac{x}{2}$$

---

$$79) \int \sinh^n cx \, dx = \frac{1}{cn} \sinh^{n-1} cx \cosh cx - \frac{n-1}{n} \int \sinh^{n-2} cx \, dx \quad (\text{para } n > 0)$$

---

$$80) \int \sinh^n cx \, dx = \frac{1}{c(n+1)} \sinh^{n+1} cx \cosh cx - \frac{n+2}{n+1} \int \sinh^{n+2} cx \, dx \quad (\text{para } n < 0, n \neq -1)$$

---

$$81) \int \cosh^n cx \, dx = \frac{1}{cn} \sinh cx \cosh^{n-1} cx + \frac{n-1}{n} \int \cosh^{n-2} cx \, dx \quad (\text{para } n > 0)$$

---

### Ejemplos:

$$1) \int \operatorname{sh} \frac{x}{3} dx$$

$$\int \operatorname{sh} \frac{x}{3} dx = \int \frac{1}{3} \operatorname{sh} \frac{x}{3} dx = 3 \int \frac{1}{3} \operatorname{sh} \frac{x}{3} dx = 3 \operatorname{ch} \frac{x}{3} + C$$

$$2) \int \operatorname{ch} 5x dx$$

$$\int \operatorname{ch} 5x dx = \int \frac{1}{5} \operatorname{ch} 5x dx = \frac{1}{5} \int 5 \operatorname{ch} 5x dx = \frac{1}{5} \operatorname{sh} 5x + C$$

$$3) \int 2 \operatorname{sh}^2 x dx$$

$$\operatorname{sh} \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{\operatorname{ch} x - 1}{2}} \Rightarrow \operatorname{sh} x = \pm \sqrt{\frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}} \Rightarrow \operatorname{sh}^2 x = \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2}$$

$$\int 2 \operatorname{sh}^2 x dx = 2 \int \frac{\operatorname{ch} 2x - 1}{2} dx = \int \operatorname{ch} 2x - 1 dx = \int \operatorname{ch} 2x dx - \int dx = \operatorname{sh} 2x - x + C$$

$$4) \int 3 \operatorname{sh}^3 x dx$$

$$\int 3 \operatorname{sh}^3 x dx = 3 \int \operatorname{sh}^2 x \cdot \operatorname{sh} x dx = 3 \int (\operatorname{ch}^2 x - 1) \cdot \operatorname{sh} x dx = 3 \int (\operatorname{ch} x)^2 \cdot \operatorname{sh} x dx - 3 \int \operatorname{sh} x dx =$$

$$= \frac{3}{3} (\operatorname{ch} x)^3 - 3 \operatorname{ch} x + C = (\operatorname{ch} x)^3 - 3 \operatorname{ch} x + C$$

### “BIBLIOGRAFIA”

[https://calculo.cc/funciones\\_hiperbolicas/p\\_integrales\\_hiperb.html](https://calculo.cc/funciones_hiperbolicas/p_integrales_hiperb.html)