UNIVERSIDAD DEL SURESTE

ENFERMERIA

JUAN JOSE OJEDA TRUJILLO

ALUMNO: PABLO CORDOVA SANTIZ

MATERIA: MATEMATICA APLICADA

ACTIVIDAD: INVESTIGACION

FECHA: 06/06/20

6 “A”

“INTEGRALES DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS”

Las funciones trigonométricas inversas pueden servir como soluciones a muchos problemas. Para algunos problemas una función trigonométrica inversa proporciona un ángulo (en radianes) asociado con algún triángulo rectángulo en particular. Pero, para otros problemas, una función trigonométrica inversa es una solución para un cierto tipo de integral, y no representa la medida de un ángulo.

Como ya se ha dicho antes, de cada fórmula de derivación se deduce una fórmula correspondiente de integración. De las fórmulas para las derivadas de las funciones trigonométricas inversas, obtenemos el siguiente teorema que da algunas fórmulas de integrales indefinidas:

Teorema:

(i) $$\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \operatorname{sen}^{-1}\frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

(ii) $$\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{u}{a} + c, \quad a \neq 0$$

(iii) $$\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a}\sec^{-1}\frac{u}{a} + c, \quad a > 0$$

EJEMPLOS

.

1. $\displaystyle\int \frac{9dx}{9x^2+1}$.

Solución:

$$\int \frac{9dx}{9x^2+1} = 3\int \frac{3dx}{(3x)^2+1};$$

$$\therefore \quad \int \frac{9dx}{9x^2+1} = 3\tan^{-1}(3x) + c \qquad \{\text{aplicando la parte (ii) del Teorema}\}.$$

2. $\int \frac{dx}{x^2+x+1}$

Solución:

$$\int \frac{dx}{x^2+x+1} = \int \frac{dx}{x^2+x+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}} = \int \frac{dx}{\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}} = \int \frac{dx}{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2};$$

$$\Rightarrow \quad \int \frac{dx}{x^2+x+1} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \tan^{-1} \frac{x+\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} + c \qquad \{\text{aplicando la parte (ii) del Teorema}\};$$

$$\therefore \quad \int \frac{dx}{x^2+x+1} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}(2x+1)}{3} + c.$$

3. $\int \frac{1}{x^2+3}\,dx$

Solución:

$$\int \frac{1}{x^2+3}\,dx = \int \frac{1}{x^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}\,dx = \frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{3}} + c \qquad \{\text{aplicando la parte (ii) del Teorema}\};$$

$$\therefore \quad \int \frac{1}{x^2+3}\,dx = \frac{\sqrt{3}}{3} \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}x}{3} + c.$$

4. $\int \frac{dx}{x^2-2x+5}$

Solución:

$$\int \frac{dx}{x^2-2x+5} = \int \frac{dx}{(x^2-2x+1)+4} = \int \frac{dx}{(x-1)^2+2^2};$$

$$\Rightarrow \quad \int \frac{dx}{x^2+x+1} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{x-1}{2} + c \qquad \{\text{aplicando la parte (ii) del Teorema}\}.$$

“BIBLIOGRAFIA”

https://www.ck12.org/book/ck-12-conceptos-de-c%c3%a1lculo-en-espa%c3%b1ol/section/7.8/

https://www.calculo.jcbmat.com/id476.htm