

Funciones trigonométricas en el plano cartesiano

Las **funciones trigonométricas** en el plano cartesiano se describen como relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo (triángulo en el cual uno de sus ángulos es recto).

Funciones trigonométricas en el plano cartesiano de ángulos agudos
Si el triángulo tiene un ángulo agudo θ se pueden encontrar seis razones entre las longitudes de los lados a , b y c del triángulo.

$$B/c, a/c, b/a, a/b, c/a, c/b$$

Estas relaciones dependen del ángulo θ y no del tamaño del triángulo. Si dos triángulos tienen ángulos iguales son semejantes y sus lados son proporcionales.

Las relaciones son funciones de θ y se les llama funciones trigonométricas. Las funciones trigonométricas son: **seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante**, sus símbolos respectivamente son: sen , cos , tan , cot , sec y csc .

Por ejemplo $\text{sen } \theta$ indica la relación b/c respecto a θ .

Si θ es el ángulo agudo del triángulo rectángulo entonces:

$$\text{Sen } \theta = b/c$$

$$\text{Cos } \theta = a/c$$

$$\text{Tan } \theta = b/a$$

$$\text{Cot } \theta = a/b$$

$$\text{Sec } \theta = c/a$$

$$\text{Csc } \theta = c/b$$

El dominio de cada una de las funciones trigonométricas es el conjunto de todos los ángulos agudos.

Si el ángulo θ es agudo a los lados del triángulo se les llama **cateto adyacente**, **cateto opuesto** e **hipotenusa**.

Es decir:

$$\text{Sen } \theta = \text{c. opuesto/hipotenusa}$$

$$\text{Cos } \theta = \text{c. adyacente/hipotenusa}$$

$$\text{Tan } \theta = \text{c. opuesto/c. adyacente}$$

$$\text{Cot } \theta = \text{c. adyacente/c. opuesto}$$

$$\text{Sec } \theta = \text{hipotenusa/c. adyacente}$$

$$\text{Csc } \theta = \text{hipotenusa/c. opuesto}$$

Los valores de las seis funciones trigonométricas son positivos para todo ángulo agudo θ .

Seno y cosecante son **recíprocas** entre sí.

Coseno y secante son **recíprocas** entre sí.

Tangente y cotangente son **recíprocas** entre sí.

$$\text{Sen } \theta = 1/\text{csc}$$

$$\text{Cos } \theta = 1/\text{sec}$$

$$\text{Tan } \theta = 1/\text{cot}$$

$$\text{Cot } \theta = 1/\text{tan}$$

$$\text{Sec } \theta = 1/\text{cos}$$

$$\text{Csc } \theta = 1/\text{sen}$$

Tabla de los signos

Para realizar operaciones de la aritmética como la suma, la resta, la multiplicación y la división con números enteros positivos y negativos, necesitamos conocer la regla de los signos. Más que una cuestión teórica, es aprender la ley de la posición de los signos matemáticos manteniendo presente una tabla que a continuación te mostramos.

Regla de los signos en las operaciones fundamentales

Las reglas de los signos se hacen necesarias cuando realizamos operaciones con números positivos y negativos mezclados o del mismo signo si este es negativo. Si un número no tiene signo, damos por hecho que es un número positivo. En este caso, las sumas, restas, multiplicaciones y divisiones se realizarán de forma normal, siguiendo las reglas y orden de cálculo común.

Cuando se trata de operaciones con número negativos es cuando se complica y necesitamos añadir leyes de signos. El más fácil es aprenderse la tabla de signos matemáticos positivos y negativos. Pero antes, daremos unas pautas sobre cómo cambian sentido las operaciones matemáticas básicas con el uso de los signos y cómo proceder:

- Restar dos números negativos es lo mismo que sumar. La regla de signos para sumar y restar dos números enteros con el mismo signo es sumar y poner al resultado el mismo signo de las cifras.

$$3+5=8$$

$$-3-5=-8$$

- Restar un número negativo o sumar un número negativo es restar. Se tapan los signos y se resta, luego permanece el signo de la cifra mayor.

$$-10+9=-1$$

$$1-8=-7$$

- Las reglas de signos para multiplicar y dividir son fijas y actúan según el siguiente esquema:

| REGLAS DE SIGNOS | |
|------------------|---------------|
| MULTIPLICAR | DIVIDIR |
| + POR + = + | + ENTRE + = + |
| - POR - = + | - ENTRE - = + |
| + POR - = - | + ENTRE - = - |
| - POR + = - | - ENTRE + = - |

Funciones trigonométricas de ángulos mayores que 90

El ángulo de referencia o ángulo reducido, es el ángulo agudo que forma el lado terminal de un ángulo en posición normal con el eje X de un sistema de coordenadas.

Calculo de valores de funciones trigonométricas para cualquier ángulo. Se trata de calcular los valores de las funciones trigonométricas de cualquier ángulo a partir de su ángulo de referencia (que es un ángulo agudo).

El análisis realizado para tres ángulos particulares (150, 210 y 330) lo usaremos de argumentos para establecer la siguiente regla:

(Valor de la función del ángulo en posición normal) = (signo de la función en el cuadrante) (Valor de la función del ángulo de referencia)

Esta regla solo es de utilidad si no se cuenta con una calculadora científica y necesitamos determinar valores de funciones trigonométricas de ángulos mayores que 90 grados con la simple ayuda de una tabla para ángulos agudos, o bien, cuando necesitamos valores exactos de valores de ángulos especiales mayores que 90 grados. Esto, se ejemplificará a continuación.

Si el lado final del ángulo se encuentra sobre uno de los ejes, las definiciones de las funciones siguen siendo válidas, aunque en algunos casos esta no estará definida debido a que el denominador será cero.}