ANTOLOGÍA

Matemáticas Financieras

Licenciatura en Contaduría pública

Tercer Cuatrimestre

Cuatrimestre: Mayo-Agosto

Marco Estratégico de Referencia

Antecedentes históricos

Nuestra Universidad tiene sus antecedentes de formación en el año de 1979 con el inicio de actividades de la normal de educadoras ―Edgar Robledo Santiago‖, que en su momento marcó un nuevo rumbo para la educación de Comitán y del estado de Chiapas. Nuestra escuela fue fundada por el Profesor Manuel Albores Salazar con la idea de traer educación a Comitán, ya que esto representaba una forma de apoyar a muchas familias de la región para que siguieran estudiando.

En el año 1984 inicia actividades el CBTiS Moctezuma Ilhuicamina, que fue el primer bachillerato tecnológico particular del estado de Chiapas, manteniendo con esto la visión en grande de traer educación a nuestro municipio, esta institución fue creada para que la gente que trabajaba por la mañana tuviera la opción de estudiar por las tardes.

La Maestra Martha Ruth Alcázar Mellanes es la madre de los tres integrantes de la familia Albores Alcázar que se fueron integrando poco a poco a la escuela formada por su padre, el Profesor Manuel Albores Salazar; Víctor Manuel Albores Alcázar en julio de 1996 como chofer de transporte escolar, Karla Fabiola Albores Alcázar se integró en la docencia en 1998, Martha Patricia Albores Alcázar en el departamento de cobranza en 1999.

En el año 2002, Víctor Manuel Albores Alcázar formó el Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. para darle un nuevo rumbo y sentido empresarial al negocio familiar y en el año 2004 funda la Universidad Del Sureste.

La formación de nuestra Universidad se da principalmente porque en Comitán y en toda la región no existía una verdadera oferta Educativa, por lo que se veía urgente la creación de una institución de Educación superior, pero que estuviera a la altura de las exigencias de los jóvenes que tenían intención de seguir estudiando o de los profesionistas para seguir preparándose a través de estudios de posgrado.

Nuestra Universidad inició sus actividades el 18 de agosto del 2004 en las instalaciones de la 4ª avenida oriente sur no. 24, con la licenciatura en Puericultura, contando con dos grupos de cuarenta alumnos cada uno. En el año 2005 nos trasladamos a nuestras propias instalaciones en la carretera Comitán – Tzimol km. 57 donde actualmente se encuentra el campus Comitán y el corporativo UDS, este último, es el encargado de estandarizar y controlar todos los procesos operativos y educativos de los diferentes campus, así como de crear los diferentes planes estratégicos de expansión de la marca.

Misión

Satisfacer la necesidad de Educación que promueva el espíritu emprendedor, aplicando altos estándares de calidad académica, que propicien el desarrollo de nuestros alumnos, Profesores, colaboradores y la sociedad, a través de la incorporación de tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Visión

Ser la mejor oferta académica en cada región de influencia, y a través de nuestra plataforma virtual tener una cobertura global, con un crecimiento sostenible y las ofertas académicas innovadoras con pertinencia para la sociedad.

Valores

- Disciplina
- Honestidad
- Equidad
- Libertad

Escudo

El escudo del Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. está constituido por tres líneas curvas que nacen de izquierda a derecha formando los escalones al éxito. En la parte superior está situado un cuadro motivo de la abstracción de la forma de un libro abierto.

Eslogan

―Mi Universidad‖

ALBORES

Es nuestra mascota, un Jaguar. Su piel es negra y se distingue por ser líder, trabaja en equipo y obtiene lo que desea. El ímpetu, extremo valor y fortaleza son los rasgos que distinguen.

Matemáticas Financieras.

Objetivo de la materia:

El alumno conocerá y utilizará las herramientas de matemáticas financieras para establecer estrategias y optimizar los resultados de la organización en la toma de decisiones.

UNIDAD I

FUNDAMENTOS DE LA MATEMATICA FINANCIERA — Pág.

UNIDAD II. SISTEMAS DE ACTUALIZACIÓN SIMPLE Y COMPUESTA

UNIDAD III. INTRODUCCION A LA TEORIA DE RENTAS

UDS

UNIDAD I

FUNDAMENTOS DE LA MATEMATICA FINANCIERA

1.1. POSTULADOS FUNDAMENTALES DE LA MATEMÁTICA FINANCIERA.

Es un área de la matemática aplicada que estudia los modelos matemáticos relacionados con los cambios cuantitativos que se producen en sumas de dinero, llamados capitales financieros.

Es una parte de la matemática aplicada que estudia los modelos matemáticos relacionados con los cambios cuantitativos que se producen en sumas de dinero, llamados capitales.

La Matemática Financiera es una derivación de la matemática aplicada que estudia el valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa y el tiempo para obtener un rendimiento o interés, a través de métodos de evaluación que permiten tomar decisiones de inversión.

La matemática financiera es una rama de la matemática aplicada que estudia las variaciones cuantitativas que se producen en los capitales financieros en el transcurso del tiempo.

La Matemática Financiera también es llamada como análisis de inversiones, administración de inversiones o ingeniería económica.

La Matemática Financiera se basa en dos conceptos o pilares fundamentales:

La Capitalización: trata de estudiar y explicar los procesos de traslado de valores del presente al futuro.

La Actualización: permite estudiar y explicar los procesos de traer los valores del futuro al presente.

Postulado Fundamental de las Matemática Financiera el capital crece con el transcurso del tiempo aplicado a una operación financiera. Este crecimiento del capital, en sentido positivo, se produce en forma continua, progresiva y acumulativa, y es lo que se conoce como "interés".

Capital Financiero

Cuando se habla de capital financiero nos referimos a una cuantía (C) de unidades monetarias asociada a un momento determinado de tiempo (t). Esto significa que se encuentra invertido.

Operación Financiera

Es toda operación que consiste en sustituir un capital o conjunto de capitales por otro mediante la aplicación de una ley financiera.

El Dinero: Dinero es cualquier cosa que los miembros de una comunidad estén dispuestos a aceptar como pago de bienes y deudas, cuya función específica estriba en desempeñar la función de equivalente general.

Equivalencias

Dos sumas son equivalentes, cuando resulta indiferente recibir una suma de dinero hoy y recibir otra diferente de mayor cantidad transcurrida un período.

Valor del Dinero en el Tiempo

Valor del dinero en el tiempo, significa que sumas iguales de dinero no tendrán el mismo valor si se encuentran ubicadas en diferentes tiempos.

El Interés

El interés es el rendimiento que produce un capital. También se puede decir que es el rendimiento que se tiene al invertir en forma productiva el dinero.

Tasa y Tipo de interés

Indica el costo que representa obtener dinero en préstamo. En términos matemáticos la tasa de interés es la razón entre el interés I y el capital C por unidad de tiempo:

Si la tasa de interés se multiplica por 100 se obtiene la tasa de interés en porcentaje o tipo de interés. El tipo de interés es el valor de una unidad monetaria en el tiempo. Cuando la tasa de interés se expresa en porcentaje se llama tipo de interés, y al valor correspondiente expresado en decimales se denomina como tasa de interés, pero en la práctica es al primero al que le llaman tasa de interés.

1.2. OPERACIÓN FINANCIERA. CLASIFICACIÓN.

Las operaciones financieras pueden clasificarse según diferentes criterios. Los más interesantes para nuestro estudio son:

Según la certeza de la cuantía y el vencimiento:

- Ciertas. Cuando cuantía y vencimiento están determinadas. Sólo veremos estas.
- Aleatorias. Cuando se desconoce cuantía, o vencimiento o ambas.

Según la duración de la operación:

- A corto plazo, operaciones que duran un año o menos.
- A largo plazo, operaciones que duran más de un año.

Según el número de capitales que intervienen en la operación:

- Simples, cuando hay un sólo capital en prestación y contraprestación.
- Compuestas, en caso contrario al anterior. Pueden ser: de constitución, cuando hay varios capitales en la prestación y uno sólo en la contraprestación al final de la duración.
- de amortización, cuando hay un sólo capital en la prestación al inicio de la operación y varios en la contraprestación.

Según el crédito de la operación:

- Unilateral, cuando la prestación mantiene su posición acreedora durante toda la duración de la operación.
- Recíproco, cuando la parte de la contraprestación pasa a ser acreedora en algún momento.

Según la ley financiera:

- Capitalización, cuando los vencimientos de todos los capitales son anteriores o iguales al punto de valoración "p".
- Descuento o actualización, cuando los vencimientos de todos los capitales son posteriores o iguales al punto de valoración "p".

1.3. LEYES FINANCIERAS: CONCEPTO Y CLASIFICACIÓN.

Se entiende por LEY FINANCIERA, aquella fórmula que permite calcular el valor de un capital financiero en otro tiempo para poder intercambiarlos. Para ello se acumulan o se descuentas intereses: intereses simples, compuestos y continuos.

Propiedades de todas las Leyes Financieras

1. Los intereses que se acumulan o se descuentan deben ser proporcionales a la cuantía. Dicho con otras palabras, que los intereses varían en función a la cuantía. Cuanto mayor sea la cuantía mayor serán los intereses.

L (C, t; p) = C * L (1, t; p) es decir, L es homogénea de grado 1 en la cuantía

2. Los intereses que se acumulen o se descuenten dependerán de la amplitud del intervalo de capitalización o de descuento. Cuanto mayor sea esta amplitud, mayores serán los intereses que debemos de acumular o descontar.

L (C, t; p) debe ser creciente respecto a p y decreciente respecto a t

3. Después de acumular o descontar intereses nos debe de quedar siempre una cuantía positiva. Los intereses nunca pueden ser mayores a la cuantía.

L (C, t; p) debe ser positiva

4. Para amplitudes de tiempo distintas pero muy próximas, los intereses a acumular o descontar también deben ser muy parecidos.

L (C, t; p) debe ser continua en t y en p.

Una OPERACIÓN FINANCIERA es un intercambio de capitales financieros, con distintos vencimientos, de acuerdo a un Criterio Financiero de Valoración (Ley Financiera).

Tipos de interés a cobrar.

Momento en el que hay que pagar los intereses y devolver el principal.

Tiempo (duración de la operación).

Supone un intercambio de capitales:

Prestación (entrega de capitales financieros) Contraprestación (recepción de capitales financieros) Debe cumplirse:
Que el intercambio de capitales no sean simultánea (producirse en dos momentos de tiempo diferentes).

Que exista mutuo acuerdo entre los sujetos implicados en la operación (acuerdo de que el valor de la contraprestación coincide con el de la contraprestación).
Que medio una ley financiera de valoración para que se cumpla la equivalencia financiera entre la prestación y la contraprestación. En toda operación financiera intervienen:

Prestamista. Es el que inicia la operación entregando el primer capital (presta el capital). También llamado Acreedor.

Prestatario. Es el que recibe ese primer capital (toma prestada). También llamado Deudor. Tendrá la obligación de devolver al prestamista el capital prestado junto con los intereses devengados.

Prestación. Capital/es que el prestamista se compromete a entregar al inicio de la operación.

Contraprestación. Capital/es que el prestatario se compromete a entregar al vencimiento de la operación. Formado por el capital prestado más los intereses.

Clases de Operaciones Financieras:

Naturaleza de los capitales que intervienen en la operación:

OPERACIONES CIERTAS: Todos los capitales son ciertos (conocidos tanto en su cuantía como en su vencimiento). PRESTAMO INTERÉS FIJO.

OPERACIONES ALEATORIAS: Cuando al menos uno de los capitales es aleatoria.

SEGURO DE VIDA.

Duración de la operación:

OPERACIONES A CORTO PLAZO: Son aquellas operaciones cuya duración no es superior al año. Para cálculo de los capitales empleados LEYES SIMPLES.

OPERACIONES A MEDIO Y LARGO PLAZO: Operaciones cuya duración es superior a 1 año. Para el cálculo de los capitales empleamos LEYES COMPUESTAS.

Situación crediticia:

OPERACIONES DE CRÉDITO UNILATERAL: Cuando el sujeto acreedor conserva este carácter durante todas las operaciones. PRESTAMO.

OPERACIONES DE CRÉDITO RECIPROCO: Cuando el sujeto acreedor pasa a ser deudor en algún momento de la operación. CUENTA CORRIENTE.

1.4 EXPONENTES

El exponente o potencia es una operación matemática que indica cuantas veces debemos multiplicar un número por sí mismo. Entre los exponentes que destacan encontramos el 2 y 3, los cuales tienen un nombre especial, el 2 como la segunda potencia o cuadrado de un número y es el resultado de tomarlo como factor dos veces, el 3 como la tercera potencia o cubo de un número y es el resultado de tomarlo como factor tres veces.

Partes de la potenciación:

La potenciación consta de dos partes básicas:

- Base (b): Es el factor que se repite.
- Exponente (n): Indica la cantidad que se repite la base.

Se representa de la siguiente forma: bn

Suponiendo que se tiene 24, la base sería 2 y el exponente sería 4, b =2 y n = 4.

1.4.1 EXPONENTES ENTEROS POSITIVOS

El producto de un número real que se multiplica por sí mismo se denota a × a o aa. Si el mismo número vuelve a multiplicarse por sí mismo se denota a × a × a o aaa. Para simplificar este tipo de expresiones se acostumbra utilizar una notación abreviada tal que:

a×a=a2

a×a×a=a3

a × a × a × a × a = a5

en la que al símbolo a se le llama base y al número escrito arriba y a la derecha del mismo se le denomina exponente. Este último indica el número de veces que la base a se toma como factor.

Por lo tanto, podemos decir que si n es un entero positivo y a es cualquier número real,

an= a × a × a × … a

n factores

EJEMPLO 1.1.1

a) $a \times a \times a \times a = a^4$
b) $b \times b \times b = b^3$
c) $a \times a \times a \times b \times b = a^3b^2$
d) $(-4)(-4)(-4)(-4) = (-4)^4 = 256$
e) $(-2)(-2)(-2)(6)(6)(6) = (-2)^3(6)^3 = -1\,728$
f) $(1 + 0.05)(1 + 0.05)(1 + 0.05)(1 + 0.05) = (1 + 0.05)^4 = 1.21550625$
g) $(1 + i)(1 + i)(1 + i) = (1 + i)^3$
h) $(1 - d)(1 - d) \cdots (1 - d) = (1 - d)^n$

1.5 LEYES DE LOS EXPONENTES

Las siguientes leyes son conceptos básicos e importantes con respecto a la teoría:

Todo número o cantidad elevada a potencia cero equivale a 1, esto quiere decir que si el exponente es igual a cero el resultado siempre será 1. Por ejemplo: 20 = 1, 30 = 1, 60 = 1

Todo número o cantidad elevada a la primera potencia equivale al número base, por lo tanto, si el exponente es igual a uno el resultado siempre será el número base. 21 = 2, 31 = 3, 61 = 6

Si la base es 1(base = 1), el resultado siempre tiene valor de 1 sin importar el valor del exponente. 14= 1, 120 = 1, 133=1

Si la base es mayor a 1 (base > 1), cuanto mayor es el exponente, mayor es el resultado. 22 = 4, 23 = 8, 24 = 16

Si la base es menor a 1(base < 1), cuanto mayor es el exponente, menor es el resultado. 0.52 = 0.25, 0.53 = 0.125, 0.54 = 0.0625

Las siguientes leyes se aplican con respecto a operaciones:

Producto de potencias de igual base: Al multiplicar potencias de la misma base se suman los exponentes, por lo tanto, bn x bm = b(n + m), suponiendo que a = 2, n= 3 y m = 4 y sustituyendo se tiene que 23 x 24 = 2(3+4), se tendría (2x2x2) x (2x2x2x2) = (2x2x2x2x2x2x2), y así se comprueba que se obtiene el mismo resultado.

Cociente de potencias de igual base: Al dividir potencias de la misma base se restan los exponentes, por lo tanto, bn ÷ bm = b(n - m), suponiendo que a = 3, n=4 y m = 2 y sustituyendo se tiene que 34 ÷ 32 = 3(4 - 2), se tendría (3x3x3x3) ÷ (3x3) = (3x3).

Multiplicación de exponentes: Al multiplicar los exponentes incrementamos las veces que debemos considerar el número base, se expresa como (bn)m. Lo primero que se debe hacer es multiplicar n x m y el resultado es la cantidad que se repite la base. Suponiendo que b= 2, n=3 y m= 2 y sustituyendo se tiene que (23)2 = 2(2 x 3), se tendría como resultado (2x2x2x2x2x2) = 26.

1.5.1 PRODUCTO DE DOS POTENCIAS DE LA MISMA BASE

Para encontrar el producto de dos potencias de la misma base, se debe elevar la base a una potencia igual a la suma de los exponentes.

EJEMPLO 1.2.1

a) $a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$

b) $a^4 \times a^2 = a^{4+2} = a^6$

c) $2^3 \times 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 64$

d) $(-2)^2 \times (-2)^3 = (-2)^{2+3} = (-2)^5 = -32$

e) $(5)(5)^2(5)^3 = 5^{1+2+3} = 5^6 = 15\,625$

f) $(1+i)^2(1+i)^{15} = (1+i)^{2+15} = (1+i)^{17}$

1.5.2 COCIENTE DE DOS POTENCIAS DE LA MISMA BASE. Para encontrar el cociente de dos potencias de la misma base es necesario elevar la base a una potencia igual al exponente del numerador menos el exponente del denominador.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

EJEMPLO 1.2.2

a) $\frac{a^5}{a^2} = a^{5-2} = a^3$

b) $\frac{x^{10}}{x^4} = x^{10-4} = x^6$

c) $\frac{y^2}{y^5} = y^{2-5} = y^{-3}$

d) $\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3} = 2^1 = 2$

e) $\frac{2^3}{2^4} = 2^{3-4} = 2^{-1} = 0.5$

1.5.3 POTENCIA DE UNA POTENCIA. Para elevar la m-ésima potencia de a la n-ésima potencia se debe elevar la base a a una potencia igual al producto de los dos exponentes.

(am)n = amn

EJEMPLO 1.2.3

a) $(a^2)^3 = a^{2\times 3} = a^6$

b) $(x^3)^5 = x^{3\times 5} = x^{15}$

c) $(2^3)^4 = 2^{3\times 4} = 2^{12} = 4\,096$

d) $(-3^2)^3 = -3^{2\times 3} = -3^6 = 729$

e) $(-1^3)^3 = -1^{3\times 3} = -1^9 = -1$

1.5.4 POTENCIA DEL PRODUCTO DE DOS FACTORES. Para determinar la n-ésima potencia del producto de dos factores, se debe encontrar el producto de cada factor elevado a la nésima potencia.

$$(ab)^n = a^n b^n \qquad (1.4)$$

EJEMPLO 1.2.4

a) $(ab)^2 = a^2b^2$

b) $(xy)^3 = x^3y^3$

c) $(3x)^4 = 3^4x^4 = 81x^4$

d) $(3x^2)^3 = 3^3x^{2\times 3} = 27x^6$

e) $(2\times 5)^2 = 2^2\times 5^2 = 4\times 25 = 100$

1.5.5 POTENCIA DEL COCIENTE DE DOS FACTORES. Para determinar la n-ésima potencia del cociente de dos factores, es necesario encontrar el cociente de cada factor elevado a la n-ésima potencia.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \tag{1.5}$$

EJEMPLO 1.2.5

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

b) $\left(\frac{x}{y}\right)^4 = \frac{x^4}{y^4}$

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$

d) $\left(\frac{2a^2}{b}\right)^3 = \frac{2^3 a^{2\times 3}}{b^3} = \frac{8a^6}{b^3}$

EJEMPLO 1.2.6

a) $b^3 \times b^4 = b^{3+4} = b^7$

b) $x^2 \times x^6 = x^{2+6} = x^8$

c) $\frac{x^5}{x^3} = x^{5-3} = x^2$

d) $\frac{y^{15}}{y^{10}} = y^{15-10} = y^5$

e) $\frac{x^3y^2}{x^2y} = x^{3-2} \times y^{2-1} = xy$

f) $\frac{(1+i)^5}{(1+i)^2} = (1+i)^{5-2} = (1+i)^3$

g) $(x^4)^5 = x^{4\times 5} = x^{20}$

h) $(y^2)^6 = y^{2\times 6} = y^{12}$

i) $(2a^3)^4 = 2^4a^{3\times 4} = 16a^{12}$

j) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^2 = \frac{x^{3\times 2}}{y^{2\times 2}} = \frac{x^6}{y^4}$

k) $\frac{2x^2y^3}{xy} = 2 \times x^{2-1} \times y^{3-1} = 2xy^2$

l) $\frac{(2xy)^3}{(xy)^2} = \frac{2^3x^3y^3}{x^2y^2} = 2^3 \times x^{3-2} \times y^{3-2} = 8xy$

1.6. SISTEMAS FINANCIEROS.

En un sentido general, el sistema financiero (sistema de finanzas) de un país está formado por el conjunto de instituciones, medios y mercados, cuyo fin primordial es canalizar el ahorro que generan los prestamistas (o unidades de gasto con superávit) hacia los prestatarios (o unidades de gasto con déficit), así como facilitar y otorgar seguridad al movimiento de dinero y al sistema de pagos.

De acuerdo con Alejandro Martínez Torres Omar, en su libro Análisis económico, el sistema financiero es el conjunto de regulaciones, normativas, instrumentos, personas e instituciones que operan y constituyen el mercado de dinero así como el mercado de capitales. Orientando y dirigiendo tanto el ahorro como la inversión, poniendo en contacto la oferta y la demanda de dinero de un país.

La labor de intermediación es llevada a cabo por las instituciones que componen el sistema financiero, y se considera básica para realizar la transformación de los activos financieros, denominados primarios, emitidos por las unidades inversoras (con el fin de obtener fondos para aumentar sus activos reales), en activos financieros indirectos, más acordes con las preferencias de los ahorradores.

El sistema financiero comprende, tanto los instrumentos o activos financieros, como las instituciones o intermediarios y los mercados financieros: los intermediarios compran y venden los activos en los mercados financieros.

Clasificación del sistema financiero esta se separa en tres grandes categorías.

- Entidades reguladoras y normativas: estas son las encargadas de vigilar y regular el funcionamiento de los intermediarios financieros.
- Intermediarios financieros: son instituciones que obtienen recursos de un prestamista y los ofrece a los prestatarios. Existen diferentes intermediarios como las sociedades inmobiliarias, los fondos de inversión inmobiliaria, las compañías de seguro y los fondos de pensiones.
- Organismos de apoyo: son aquellas instituciones del ramo que están autorizadas para captar y colocar de manera masiva y amplia, recursos del público ni recibir depósitos en cuenta de cheques.

1.7 SISTEMA DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE.

La capitalización simple es un tipo de capitalización de recursos financieros que se caracteriza porque la variación que sufre el capital no es acumulativa. Los intereses que se generan en cada período no se agregan al capital para el cálculo de los nuevos intereses del siguiente período, aspecto que la diferencia de la capitalización compuesta. De esta manera los intereses generados en cada uno de los períodos serán iguales.

Se dice también que la capitalización constituye un medio de financiamiento para las empresas, mediante la inyección de capital para poder desarrollar sus proyectos. Al respecto hay dos opciones que tienen las empresas:

El financiamiento propio

El financiamiento externo. En donde nuevamente se encuentra con dos opciones.

Recurrir al mercado crediticio, y por tanto solicitar un préstamo de consumo a un banco (sin perjuicio del costo de oportunidad)

Dirigirse al mercado de capitales, es decir, emitir valores (seas acciones o bonos, o sea, títulos de crédito o títulos de deuda), mediante la emisión de tales valores que se venderán en el mercado, la empresa está capitalizando.

Para las sociedades anónimas también existe como medio de capitalización la opción de capitalizar las utilidades. Se consultará a la junta de accionistas si prefiere que sus dividendos sean pagados o sean aportados al capital de la sociedad.

La ley de capitalización simple se utiliza generalmente para operaciones a corto plazo, es decir, menores a un año. Para plazos superiores se suele utilizar la capitalización compuesta. Esto se debe a que en períodos inferiores a un año la capitalización simple produce más intereses que la capitalización compuesta, aunque en períodos superiores al año la situación es la contraria.

1.8 CONCEPTO Y FÓRMULA GENERAL DE LA CAPITALIZACIÓN SIMPLE.

Operación financiera cuyo objeto es la sustitución de un capital presente por otro equivalente con vencimiento posterior, mediante la aplicación de la ley financiera en régimen de simple.

Descripción de la operación : Partiendo de un capital (C0) del que se dispone inicialmente -capital inicial-, se trata de determinar la cuantía final (Cn) que se recuperará en el futuro sabiendo las condiciones en las que la operación se contrata (tiempo -n- y tipo de interés -i-).

Este capital final o montante se irá formando por la acumulación al capital inicial de los intereses que genera la operación periódicamente y que, al no disponerse de ellos hasta el final de la operación, se añaden finalmente al capital inicial.

Características de la operación

Los intereses no son productivos, lo que significa que: A medida que se generan no se acumulan al capital inicial para producir nuevos intereses en el futuro y, por tanto Los intereses de cualquier período siempre los genera el capital inicial, al tanto de interés vigente en dicho período.

1.9. RELACIONES Y FÓRMULAS DE CÁLCULO DEL INTERÉS SIMPLE.

Interés simple: Es el que proporciona un capital sin agregar rédito vencido, dicho de otra manera es el que devenga un capital sin tener en cuenta los intereses

MONTO SIMPLE: Se define como el valor acumulado del capital. Es la suma del capital más el interés su ecuación es:

M = C + ICAPITAL:

También se le denomina valor actual o presente del dinero, inversión inicial, hacienda.

TASA DE INTERÉS: Es el precio del dinero que normalmente se indica en tanto por ciento (%), es una operación comercial donde se hace uso de un capital o de cualquier activo.

TIPO DE INTERÉS: Interés simple y compuesto

PLAZO O TIEMPO: Es el que normalmente se especifica en el documento o contrato puede ser cualquier unidad de tiempo; días, meses, años, etc.

DESCUENTO: Es la disminución que se hace a una cantidad por pagarse antes de su vencimiento. Es el cobro anticipado de un valor que se vence en el futuro.

TIPOS DE DESCUENTO:

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE INTERÉS: El valor presente C de una cantidad M con vencimiento en una fecha posterior, puede ser interpretado como el valor descontado de M.

DESCUENTO SIMPLE A UNA TASA DE DESCUENTO: La tasa de descuento se define como la razón del descuento dado en la unidad se tiempo (en este caso un año) al capital sobre el cual está dado el descuento. La tasa de descuento anual se expresa como un porcentaje. Conocido también como descuento bancario. FORMULA: D = M d tFECHA FOCAL: Es la fecha que se elige para hacer coincidir el valor de las diferentes operaciones, dicho de otra manera es la fecha que se escoge para la equivalencia ECUACIONES EQUIVALENTES: Es aquel que nos sirve para conocer el monto del capital, invertido en un tiempo específico y con una cierta tasa de interés. El valor total de las operaciones de adeudo debe ser igual a las operaciones de pago. De las cuales tres de las operaciones serán las que se conocerán su valor y uno permanecerá en incógnita la cual será despejada, después de esto se conocerá su valor y se equilibrará la ecuación.

INTERÉS COMPUESTO: Se le conoce como interés sobre interés, se define como la capitalización de los intereses al término de su vencimiento PERIODO DE CAPITALIZACIÓN: Es el intervalo de tiempo convenido y se calcula mediante la siguiente ecuación: n = ma.m

Dónde: n= número de periodos ma= número de años m= frecuencia de capitalización FRECUENCIA DE CAPITALIZACIÓN: Es el número de veces en un año que de interés se suma al capital MONTO COMPUESTO: Es el total, el capital, incluyendo los interés, capitalizables; dicho de otra forma es el capital más los intereses capitalizados MONTO

COMPUESTO DE INTERÉS FRACCIONARIO: Existen dos formas para calcularlo: a) Utilizando el cálculo del monto compuesto más el monto simple b) El segundo método es calculándolo de manera fraccionaria TASA NOMINAL: Es aquella que denota un crecimiento en el monto de dinero, sin ajustar la moneda por inflación. TASA EFECTIVA: Es cuando el interés se capitaliza en forma semestral, trimestral o mensual, la cantidad efectivamente pagada o ganada es mayor que si se compone en forma anual. TASA EQUIVALENTE: Cuando dos tasas de interés anuales con diferentes periodos de capitalización producen el mismo interés compuesto al cabo de un año. Son las que se pagan al final del periodo, las que teniendo diferente convertibilidad producen un mismo monto.

ANUALIDAD: Conjunto de pagos iguales realizados a intervalos iguales de tiempo. EJEMPLO DE ANUALIDADES: Pagos mensuales por renta Cobro quincenal o semanal por sueldo Abonos quincenales o mensuales a una cuenta de crédito Pagos anuales de primas de pólizas de seguro de vida PLAZO DE UNA ANUALIDAD: Es el tiempo que transcurre entre el inicio del primer pago y el final. RENTA: Es el nombre que se da al pago periódico que se hace.

Existen dos tipos de interés: simple y compuesto. A continuación se estudian sus principales diferencias.

INTERÉS SIMPLE

El interés simple se calcula y se paga sobre un capital inicial que permanece constante. No considera la reinversión de los intereses ganados en periodos anteriores.

$IS = C*i*n$ (1)

Matemáticamente, se expresa utilizando la siguiente fórmula:

La cantidad de dinero obtenida en el futuro -monto-, afecta a interés simple, se calcula utilizando la siguiente fórmula:

$Ms = C(1+i*n)$

Ejemplo 1: Una persona pide un crédito a una institución financiera de $300.000. Las condiciones del crédito son que el capital será pagado en dos meses a una tasa de interés de 2% mensual simple. Calcule el interés pagado en este periodo.

Solución: Identificar la información del problema: capital: $300.000, tasa de interés: 2% mensual simple, número de periodos: 2 meses.

Nota importante: Es esencial que la tasa de interés () y el número de periodos () se expresen en la misma unidad de tiempo, para que exista consistencia en los cálculos. En este ejercicio, ambos datos son mensuales, por lo que no debemos hacer ninguna transformación. .

Se utiliza la fórmula (1) para reemplazar los valores:

$$I_s = C * i * n$$
$$I_s = \$300.000 * 0{,}02 * 2$$
$$I_s = \$12.000$$

1.10. INTERÉS CIVIL E INTERÉS COMERCIAL: CONCEPTO Y RELACIONES.

Interés simple ordinario o comercial- (o Bancario)

Es aquel que se calcula considerando el año de 360 días. El mes comercial de 30 días. La utilización del año con 360 días simplifica algunos cálculos. Sin embargo aumenta el interés cobrado por el acreedor.

Interés simple real o exacto.- (o Matemático)

Es el que se calcula considerando un año calendario con 365 días o 366 días si se trata de un año bisiesto.

1.11. INTERÉS ANTICIPADO EN CAPITALIZACIÓN SIMPLE. RELACIÓN CON EL INTERÉS POR VENCIDO.

Normalmente los intereses se pagan al final del periodo. Esta es la práctica habitual, y cuando se hace esto hablamos de intereses pospagables, o "por vencido".

Otro tipo de intereses menos habitual son los intereses prepagables o intereses anticipados, que son aquellos que se pagan al inicio del periodo.

Partimos de un capital inicial en t=0 de 1 €, y vamos a capitalizar 1 periodo, que normalmente será 1 año. Veamos lo que sucede tanto si el pago de intereses se pacta por anticipado o por vencido.

1.12 SISTEMA DE CAPITALIZACIÓN COMPUESTA.

En economía financiera, la capitalización compuesta tiene en cuenta para la obtención del rendimiento final el capital aportado inicialmente, así como los intereses generados en todo el tiempo. De esta manera, el resultado no estará compuesto sólo de la aportación inicial y de los intereses generados sobre éste, sino también las ganancias generadas como consecuencia de la incorporación de los intereses al principal de manera acumulativa. La elección de una capitalización compuesta o de otro tipo vendrá definida por la valoración de la inversión así de la necesidad de liquidez o establecimiento de una renta.

En el caso de la capitalización compuesta, obtendremos todas las ganancias al final del periodo de la inversión, el principal más los intereses generados y acumulados en el periodo, mientras que en una capitalización simple iremos obteniendo los pagos (intereses) periódicamente, sin que se incorporen al principal de la operación.

UNIDAD II

SISTEMAS DE ACTUALIZACIÓN SIMPLE Y COMPUESTA.

DESCUENTO

2.1. CONCEPTO DE ACTUALIZACIÓN.

ACTUALIZACIÓN

Acción y efecto de actualizar. Operación de cálculo, inversa de la de capitalización, consistente en determinar al tipo de interés del i por uno el valor C0 en el momento actual equivalente a un capital C,, disponible al término de n años. El tipo de interés i es el denominado interés calculatorio o coste de oportunidad del capital: el tipo de interés que se podría obtener en el mercado financiero si se colocara dicho capital en inversiones de similar nivel de riesgo.

Método de cálculo económico que permite expresar valores futuros según su valor actual.

2.2. DESCUENTO COMERCIAL.

El descuento comercial es un tipo de financiación de circulante a corto plazo mediante la cual un cliente presenta un título de crédito a una sociedad financiera para que esta le anticipe el importe del crédito que aún no ha vencido. Esto supone la cesión de dicho a la financiera, que a partir de ese momento se encargará de la gestión de cobros del crédito al deudor. La empresa recibirá el importe del efecto comercial, menos los intereses que se generen de esta operación y los gastos de gestión. El descuento se podrá llevar a cabo con las siguientes formas de créditos comerciales a corto plazo a 30, 60, 90 y hasta 120 días; pagarés, letras de cambio, recibos… En este descuento intervienen tres partes: Cliente: Empresa que contrata los servicios, que busca anticipar uno o varios créditos. Financiera: Sociedad que se encarga de anticipar el dicho cobro. Deudor: Persona o compañía que emite el crédito comercial al cliente por haber recibido productos o servicios de él. Tipos de descuento Existen distintos tipos de descuento en función de unos criterios: En función de frecuencia de uso, distinguimos 2 modalidades: Línea de descuento permanente: Al tratarse de un uso recurrente de este servicio, la empresa financiera acordará con su cliente unas condiciones sobre el volumen de efectos a descontar.

Descuento circunstancial: Descuento de forma puntual. La empresa tiene, puntualmente, necesidad de conseguir liquidez y hacen uso de este servicio. En función de las comisiones que se acuerda con el cliente: Ordinario o ―al tirón‖: Es el más habitual. Al valor nominal se le descuenta tanto las comisiones como los intereses. Forfait: Las comisiones como el tipo de interés aplicado es fijo, no varían en función del plazo de vencimiento ni del riesgo. Este servicio permite a la compañía obtener liquidez, pero no todas pueden beneficiarse de este servicio financiero. La empresa financiera realiza un estudio tanto de la situación económica del deudor como del efecto comercial antes de la firma del contrato para comprobar la viabilidad de la operación. Si en el análisis se detecta una alta probabilidad de impago, la financiera puede negarse a anticipar importe el efecto que se desea descontar. ¿Cómo contabilizar un descuento comercial? Si has realizado algún descuento de pagarés o letras, deberás conocer como contabilizar estas operaciones. La contabilización que realiza la empresa es la siguiente: Imaginemos que nuestra empresa realiza una venta y ha negociado con el comprador que pagará el importe total mediante un pagaré que asciende a 6.000 € y cuyo vencimiento es a 30 días. La empresa decide descontarlo y contacta con una sociedad financiera que trabaja con un tanto de interés del 8% nominal anual. Llegada la fecha de vencimiento, el cliente no paga el pagaré y la financiera nos reclama el dinero a nosotros cobrándonos además unas comisiones del 1%.

2.2.1. DESCUENTO COMERCIAL SIMPLE.

Se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento simple. Es una operación inversa a la de capitalización.

Características de la operación: Los intereses no son productivos, lo que significa que:

A medida que se generan no se restan del capital de partida para producir (y restar) nuevos intereses en el futuro y, por tanto

Los intereses de cualquier período siempre los genera el mismo capital, al tanto de interés vigente en dicho período.

En una operación de descuento el punto de partida es un capital futuro conocido (Cn) cuyo vencimiento se quiere adelantar. Deberemos conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación: duración de la operación (tiempo que se anticipa el capital futuro) y tanto de interés aplicado.

El capital que resulte de la operación de descuento (capital actual o presente –C0–) será de cuantía menor, siendo la diferencia entre ambos capitales los intereses que el capital futuro deja de tener por anticipar su vencimiento. En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa, anticipar su vencimiento, supondrá la minoración de esa misma carga financiera.

2.2.3. DESCUENTO COMERCIAL COMPUESTO.

Para sustituir un capital futuro por otro con vencimiento presente utilizaremos la ley financiera del descuento compuesto que no es sino la operación inversa a la capitalización compuesta.

I) Concepto

Los elementos que debemos considerar para estas operaciones son los siguientes:

Cn = Flujo Nominal o cantidad al vencimiento.

Co = Efectivo o cantidad presente.

D = Descuento total, la diferencia entre el nominal y el efectivo.

Los intereses I.

n = El periodo de tiempo transcurrido entre el momento de efectivo y el vencimiento.

d = Tipo de descuento, es el tipo de interés anual que se aplica sobre el valor nominal, en función del plazo de la operación, para obtener el efectivo de la compra.
i = Tipo de interés anual.

Si quisiéramos por ejemplo cobrar anticipadamente un capital cuyo vencimiento se fuera a producir dentro de un número determinado de años, la cantidad que recibiríamos sería el valor actual o valor presente del mismo, ya se obtenga éste por aplicación del tipo de interés i o ya por el descuento d.

En el caso de que aplicáramos el tipo de interés i el descuento total obtenido lo llamaremos Descuento Matemático Real o Racional y si aplicáramos el tanto de descuento del descuento total obtenido lo llamaremos Descuento Comercial.

2.- Descuento racional.

Llamamos así a los intereses que genera el efectivo desde su pago hasta el vencimiento del nominal. Por lo tanto el cálculo de los intereses se hará en este caso sobre el efectivo.

A modo de repaso hagamos las siguientes consideraciones:

Los Intereses son los rendimientos que produce un Capital invertido durante un periodo de tiempo. Estos son proporcionales al volumen del Capital, a la duración o vencimiento de la inversión y al Tipo de Interés.

La característica fundamental que define la Capitalización Simple es que los intereses que se generan a lo largo de un periodo de tiempo dado no se agregan al Capital para el cálculo de los intereses del siguiente periodo. Como consecuencia de esto los intereses generados en cada uno de los periodos iguales son también iguales.

Es decir, que la Ley de Capitalización Simple no es Acumulativa.

También sabemos que la Capitalización simple se utiliza para operaciones de —corto plazo‖ o con vencimientos cercanos, por lo general inferior a un año.

3) Cálculo del valor actual.

Si $Cn = Co (1 + i)^n$ despejando el valor de Co el valor actual será:

$$Co = Cn (1 + i)^{(-n)}$$

1.2.- Cálculo del descuento.

En este caso se trata de intereses calculados sobre el efectivo teniendo en cuenta el tiempo que falta hasta su vencimiento.

El descuento total es la diferencia entre el nominal y el efectivo

$$D = Cn – Co.$$

Dado que ya conocemos el valor de $Cn = Co (1 + i)^n$ si sustituimos nos queda:

$D = C_o (1 + i)^n - C_o$

$D = C_o [(1 + i)^n - 1]$

El valor del descuento total es igual al del valor del interés total.

Si lo que queremos es calcular el descuento total en función del valor nominal C_n teniendo en cuenta que $C_o = C_n / (1 + i)^n$ sustituimos el valor en la fórmula anterior y tenemos que:

$D = (C_n / (1 + i)^n) [(1 + i)^n - 1]$

$D = C_n [1 - (1 + i)^{-n}]$

4) Descuento comercial

Llamamos descuento comercial a los intereses que genera el capital nominal desde el momento de liquidación de efectivo hasta su propio vencimiento.

Por tanto, el cálculo de los intereses se hace sobre el nominal.

Cálculo del valor actual.

Tenemos un capital nominal C_n al que se le aplica un tipo de descuento d.

El valor actual C_o será por lo tanto:

0 ------ 1 ------ 2 ------------------------ n-2 ------ n-1 ------ n

<<<< <<<< <<<<<<<<<<<<<< <<<<<< <<<<<<<<<<<<

Co C1 C2 Cn-2 Cn-1 Cn

El valor del capital disponible al final del año n es Cn

El valor del capital disponible al final del año n- 1 es:

$C_{n-1} = C_n - C_n * d = C_n (1 – d)$

El valor del capital disponible al final del año n-2 es:

$C_{n-2} = C_{n-1} - C_{n-1} * d = C_{n-1} (1 – d) = C_n (1 -d) (1 -d)$

$C_{n-2} = C_{n-1} (1 - d)^2$

El valor del capital disponible al final del año n-3 es:

$C_{n-3} = C_{n-2} - C_{n-2} * d = C_{n-2} (1 – d) = C_n (1 – d)^2 (1 – d)$
$C_{n-3} = C_n (1 - d)^3$

Y así, el valor del capital en el origen Co será:

$C_o = C_n (1 - d)^n$

5) Cálculo del descuento.

Se trata de los intereses calculados sobre el nominal en función del tiempo que falta hasta su vencimiento. El descuento total es la diferencia entre el nominal y el efectivo D = Cn – Co. Como ya conocemos el valor de Co:

$C_o = C_n (1 – d)^n$

Sustituyendo

$D = Cn - Cn (1 – d)^n$

$D = Cn [1 - (1 – d)^n]$

Cálculo del valor nominal.

También en este caso partimos de la fórmula $Co = Cn (1 - d)^n$ y despejando el nominal Cn tenemos que

$Cn = Co / (1 - d)^n$

Cálculo del tipo de descuento.

Una vez más partiremos de la fórmula $Co = Cn (1 - d)^n$ y despejamos d

Cálculo del tiempo.

En esta ocasión partiremos de la fórmula Co = Cn (1 - d)^n y despejamos n

2.3. DESCUENTO RACIONAL.

La ley financiera de descuento racional viene definida de la siguiente manera:

D = (Co * d * t) / (1 + d * t)

" D " son los intereses que hay que pagar

" Co " es el capital inicial (en el momento t=0)

" d " es la tasa de descuento que se aplica

" t " es el tiempo que dura la inversión

Una vez que sabemos calcular los intereses de descuento, podemos ver como se determina el capital final:

Cf = Co - D

Cf = Co - ((Co * d * t) / (1 + d * t))

(Sustituyendo "D")

Cf = Co * (1 - (d * t) / (1 + d * t))

(Sacando factor común "Co")

Cf = Co * ((1 + d * t - d * t) / (1 + d * t))

(Operando en el paréntesis)
luego,Cf = Co / (1 + d * t)

" Cf " es el capital final

Veamos un ejemplo: Calcular los intereses de descuento por anticipar un capital de 1.200.000 ptas., durante 8 meses, a un tipo de interés del 14%.

Aplicamos la fórmula D = (Co * d * t) / (1 + d * t)

Luego, D = (1.200.000 * 0,14 * 0,666) / (1 + 0,14 * 0,666)

(0,666 es el equivalente anual de 8 meses)

Luego, D = 102.345 ptas.

Podemos ahora calcular el capital final. Lo vamos a calcular de dos maneras:

a) Aplicando la fórmula Cf = Co - D (capital final es igual al capital inicial menos los intereses de descuento):

Luego, Cf = 1.200.000 - 102.345

Luego, Cf = 1.097.655 ptas.

b) Aplicando la fórmula Cf = Co / (1 + d * t)

Luego, Cf = 1.200.000 / (1 + 0,14 * 0,666)

Luego, Cf = 1.200.000 / 1,09324

Luego, Cf = 1.097.655 ptas.
La ley de descuento racional es el equivalente, en sentido inverso, de la ley de capitalización simple, y, al igual que ésta, sólo se suele utilizar en operaciones a menos de 1 año. Esta relación de equivalencia no se cumple con la ley de descuento comercial.

Con el término equivalente nos referimos al hecho de que descontando un capital a un tipo de interés, y capitalizando el capital resultante con el mismo tipo de interés, volvemos al capital de partida.

Veamos un ejemplo: Descontar un capital de 1.000.000 ptas., por un plazo de 6 meses al 10%, y el importe resultante capitalizarlo (capitalización simple) por el mismo plazo y con el mismo tipo de interés. a) Aplicando el descuento racional; b) Aplicando el descuento comercial.

a) Aplicando el descuento racional

Primero descuento aplicando la fórmula Cf = Co / (1 + d * t)

Luego, Cf = 1.000.000 / (1 + 0,1 * 0,5)

Luego, Cf = 952.381 ptas.

Una vez obtenido el capital descontado, lo capitalizo aplicando la fórmula de capitalización simple Cf = Co * (1 + (i * t))

(El capital descontado, 952.381 ptas, pasa a ser ahora "Co")

Luego, Cf = 952.381 * (1 + (0,1 * 0,5))

Luego, Cf = 1.000.000 ptas.

Vemos que se ha cumplido la ley de equivalencia, y que hemos vuelto al capital de partida

Primero descuento aplicando la fórmula Cf = Co * (1 - (d * t))

Luego, Cf = 1.000.000 * (1 - 0,1 * 0,5)

Luego, Cf = 950.000 ptas.

Ahora capitalizo Cf = Co * (1 + (i * t))

Luego, Cf = 950.000 * (1 + (0,1 * 0,5))

Luego, Cf = 997.500 ptas.

No se cumple, por tanto, la relación de equivalencia

Como se ha podido ver en el ejemplo, el descuento que se calcula aplicando la ley de descuento racional es menor que el que se calcula aplicando la ley de descuento comercial.

2.3.1. DESCUENTO RACIONAL SIMPLE.

Vimos que la ley de descuento simple comercial no es muy coherente ya que puede dar lugar a efectivos negativos si el plazo (n) es suficientemente grande. Además si se capitaliza en simple y luego se descuenta con la ley de descuento simple comercial no se llega al capital inicial de partida. Para evitar estos problemas surge la ley de descuento simple racional, o también denominada ley de descuento simple matemático.

Para obtener la ley de descuento simple racional partimos de la ley de capitalización simple y despejamos Co.

La ley de capitalización simple es la siguiente.

Despejando Co obtenemos la ley de descuento simple racional.
En realidad se trata de la misma ecuación, vista de una forma o de otra, según despejemos Co o Cn. Podemos decir que la ley de descuento simple racional es la inversa de la ley de capitalización simple. Se trata de la misma ecuación.

Este es el motivo de que en la ley de descuento racional el tanto de descuento se represente por la letra i como en el caso de la capitalización simple ya que en realidad se trata de la misma ecuación.

Característica distintiva

La característica distintiva de esta ley es que el descuento D es proporcional al plazo (n) y al efectivo (Co), siendo la constante de proporcionalidad el tanto i.

$D=Co \cdot n \cdot i$

Obtención de la Ley

Sabemos que en toda operación de descuento se cumple que el descuento (D) es la diferencia entre el nominal y el efectivo obtenido.

$D=Cn-Co$

Y hemos visto que la característica distintiva es que el descuento (D) es el producto del efectivo (Co), por la duración de la operación (n) y por el tanto (i).

$D = Co \cdot n \cdot i$

Tomando las dos expresiones anteriores e igualando D con D, obtenemos:

$Co \cdot n \cdot i = Cn - Co$

Agrupando a la izquierda los términos con Co y sacando factor común:

$Co\,(1 + n \cdot i) = Cn$

Con lo cual llegamos a la ley de descuento simple racional.

2.3.2. DESCUENTO RACIONAL COMPUESTO.

Se denomina así a la operación financiera que tiene por objeto la sustitución de un capital futuro por otro equivalente con vencimiento presente, mediante la aplicación de la ley financiera de descuento compuesto. Es una operación inversa a la de capitalización.

Características de la Operación

Los intereses son productivos, lo que significa que:

A medida que se generan se restan del capital de partida para producir (y restar) nuevos intereses en el futuro y, por tanto.

Los intereses de cualquier período siempre los genera el capital del período anterior, al tanto de interés vigente en dicho período.

En una operación de descuento el punto de partida es un capital futuro conocido (Cn) cuyo vencimiento se quiere adelantar. Deberemos conocer las condiciones en las que se quiere hacer esta anticipación: duración de la operación (tiempo que se anticipa el capital futuro) y tanto aplicado.

El capital que resulte de la operación de descuento (capital actual o presente –C0–) será de cuantía menor, siendo la diferencia entre ambos capitales los intereses que un capital deja de tener por anticipar su vencimiento. En definitiva, si trasladar un capital desde el presente al futuro implica añadirle intereses, hacer la operación inversa, anticipar su vencimiento, supondrá la minoración de esa misma carga financiera.

Al igual que ocurría en simple, se distinguen dos clases de descuento: racional y comercial, según cuál sea el capital que se considera en el cómputo de los intereses que se generan en la operación:
Descuento racional y Descuento comercial.

2.3.3. DESCUENTO RACIONAL

Para anticipar el vencimiento del capital futuro se considera generador de los intereses de un período el capital al inicio de dicho período, utilizando el tipo de interés vigente en dicho período. El proceso a seguir será el siguiente:

Gráficamente:

Paso a paso, el desarrollo de la operación es como sigue:

Período n: Cn

Período n–1:

$$C_{n-1} = C_n - I_n = C_n - C_{n-1} \times i$$

$$C_{n-1} \times (1 + i) = C_n$$

Cn

Cn-I = ————-

(I + i)

Período n–2:

Cn-2 = Cn-I – In-I = Cn-I – Cn-2 x i

Cn-2 x (I + i) = Cn-I

Cn-I Cn

Cn-2 = ———— = ————

(I + i)I (I + i)2

Período n–3:

Cn-3 = Cn-2 – In-2 = Cn-2 – Cn-3 x i

Cn-3 x (I + i) = Cn-2

Cn-2 Cn

Cn-3 = ——— = ———-

(I + i)I (I + i)3

Período 0:

C0 = CI – II = CI – C0 x i

C0 x (1 + i) = C1

C1 Cn

C0 = ———- = ————

1 + i (1 + i)n

Los intereses se calculan finalmente sobre el capital inicial, es decir, sobre el que resulta de la anticipación del capital futuro. Se trata de la operación de capitalización compuesta, con la particularidad de que el punto de partida ahora es el capital final y se pretende determinar el capital actual.

De otra forma, partiendo de la expresión fundamental de la capitalización compuesta, Cn = C0 x (1 + i)n, se despeja el capital inicial (C0):

Cn

C0 = ———-

(1 + i)n

Una vez calculado el capital inicial, por diferencia entre el capital de partida y el inicial obtenido, se obtendrá el interés total de la operación (Dr), o descuento propiamente dicho:

Dr = Cn x [1 – (1 + i)-n]

2.4. TANTO DE INTERÉS CORRESPONDIENTE A UNO DE DESCUENTO.

Como se ha visto, el tanto por ciento representa una cierta cantidad con respecto a 100.

Si en lugar de tomar como referencia 100, se toma la unidad 1, se llama tanto por uno.

Si se divide un tanto por ciento entre 100 dará el tanto por uno correspondiente.

Si t es un tanto por ciento, t/100 es el tanto por uno correspondiente   Por ejemplo, si de cada 100 unidades se consideran 35, de una unidad se considerará 35/100 = 0,35.

0,35 es el tanto por uno correspondiente al 35 %. Para realizar operaciones, es más práctico y rápido utilizar el tanto por uno correspondiente en lugar del tanto por ciento.

2.5. DESCUENTO BANCARIO.

El descuento bancario es una operación financiera que consiste en la presentación de un título de crédito en una entidad financiera para que ésta anticipe su importe y gestione su cobro. El tenedor cede el título al banco y éste le abona su importe en dinero, descontando el importe de las cantidades cobradas por los servicios prestados.

2.6. CAPITALIZACIÓN PARA PERIODOS FRACCIONARIOS.

Las condiciones convenidas, en una operación financiera a interés compuesto, fijan el período de capitalización suponiendo que serán períodos enteros.

Cuando se presentan fracciones de períodos, la costumbre comercial es calcular el monto compuesto para los períodos enteros de capitalización y utilizar el interés simple, para las fracciones de períodos.

Teóricamente, el interés simple en las fracciones de período es mayor que el compuesto a la misma tasa, ya que significa capitalizar los intereses en un período menor que el convenido y, como consecuencia, la tasa efectiva resulta mayor.

2.7. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Una operación de capitalización simple es aquélla en la que hay una cantidad de dinero inicial (capital C0) que genera unos intereses de forma periódica, pero esos intereses no se acumulan al capital; es decir no son productivos. El capital final es el resultado de sumar al capital inicial los intereses que éste genera periódicamente.

2.8. FRACCIONAMIENTO DEL TIEMPO EN CAPITALIZACIÓN SIMPLE.

Operación financiera cuyo objeto es la sustitución de un capital presente por otro equivalente con vencimiento posterior, mediante la aplicación de la ley financiera en régimen de simple.

Descripción de la operación

Partiendo de un capital (C0) del que se dispone inicialmente -capital inicial-, se trata de determinar la cuantía final (Cn) que se recuperará en el futuro sabiendo las condiciones en las que la operación se contrata (tiempo -n- y tipo de interés -i-).

Este capital final o montante se irá formando por la acumulación al capital inicial de los intereses que genera la operación periódicamente y que, al no disponerse de ellos hasta el final de la operación, se añaden finalmente al capital inicial.

Características de la operación

Los intereses no son productivos, lo que significa que:

A medida que se generan no se acumulan al capital inicial para producir nuevos intereses en el futuro y, por tanto

Los intereses de cualquier período siempre los genera el capital inicial, al tanto de interés vigente en dicho período.

2.9. FRACCIONAMIENTO DEL TIEMPO EN CAPITALIZACIÓN COMPUESTA.

La capitalización compuesta es una ley financiera en la cual los intereses que se generan en un intervalo se acumulan para el siguiente intervalo para generar nuevos intereses, a diferencia de la capitalización simple, donde no se incluían.

Después de ver cómo funciona vamos a ver como calcular la capitalización compuesta, los tantos equivalentes y el cálculo del vencimiento común y medio.

2.9.1. CONVENIO LINEAL.

Convenio lineal. Capitaliza a interés compuesto un número exacto de años y a interés simple la fracción restante.

2.9.2. CONVENIO EXPONENCIAL.

Convenio exponencial. El cálculo del capital final se realiza mediante la aplicación de la fórmula general de capitalización compuesta.

2.10. EQUIVALENCIA DE CAPITALES.

Cuando se dispone de varios capitales de diferentes cuantías y situados en diferentes momentos de tiempo puede resultar conveniente saber cuál de ellos es más interesante desde el punto de vista financiero (porque valga más o menos que los demás). Para decidir habría que compararlos, pero no basta con fijarse solamente en las cuantías, se tendría que considerar, a la vez, el momento de tiempo donde se encuentran situados. Además, la comparación debería ser homogénea, es decir, tendrían que llevarse todos los capitales a un mismo momento y ahí efectuar la comparación.

Comprobar la equivalencia financiera entre capitales consiste en comparar dos o más capitales situados en distintos momentos y, para un tipo dado, observando si tienen el mismo valor en el momento en que se comparan. Para igualar los capitales en un momento determinado se utilizará la capitalización o el descuento.

2.11 VALOR ACTUAL O PRESENTE

En ocasiones se conoce cuál es el monto que debe pagarse o que se desea reunir, y se quiere determinar el capital que es necesario invertir en el momento presente a una tasa de interés determinada, para llegar a tener dicho monto; se está entonces en presencia de un problema denominado de valor actual o valor presente.

El valor actual muestra, como su nombre lo indica, cuál es el valor en un momento determinado de una cantidad que se recibirá o pagará en un tiempo posterior.

Para calcularlo se retorna a la fórmula:

$$M = C(1 + i)^n$$

en la cual se despeja el capital C,

$$C = \frac{M}{(1+i)^n} = M(1+i)^{-n} \qquad (3.6)$$

Generalizando, puede decirse que si se conocen tres de las cuatro variables involucradas: monto (M), capital (C), tiempo (n) y tasa de interés (i), puede calcularse la cuarta.

Generalizando, puede decirse que si se conocen tres de las cuatro variables involucradas: monto
(M), capital (C), tiempo (n) y tasa de interés (i), puede calcularse la cuarta.

EJEMPLO 3.5.1

¿Cuánto debe depositarse en el banco si se desea tener un monto de \$50 000 dentro de 3 años y la tasa de interés es de 20% anual convertible semestralmente?

Solución:
Aplicando la fórmula (3.6):

$$C = \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$M = 50\,000$$
$$i = 10\% \text{ semestral } (20\% \text{ anual entre } 2)$$
$$n = 6 \text{ semestres } (3 \text{ años} \times 2)$$

$$C = \frac{50\,000}{(1+0.10)^6}$$

$$C = \frac{50\,000}{1.771561}$$

$$C = 28\,223.70$$

Deben depositarse \$28 223.70 a fin de contar con \$50 000 en un plazo de 3 años, si la tasa de interés es de 20% anual convertible semestralmente.

UNIDAD III

INTRODUCCION A LA TEORIA DE RENTAS

3.1. DEFINICIONES FUNDAMENTALES.

La política de rentas es uno de los instrumentos de política con los que el gobierno puede intentar manejar la formación y evolución de los distintos tipos de rentas de los agentes económicos que incluyen: los precios de algunos productos o servicios, los salarios (precio del trabajo), precio de alquileres, etc.

3.2. CLASIFICACIÓN DE LAS RENTAS.

Existen al menos tres grandes tipos de políticas de rentas:

• Voluntaria: Por acuerdo entre el gobierno y los distintos agentes económicos afectados.

Por ejemplo, acuerdos entre los empresarios, sindicatos y el gobierno.

• Impuesta: Obligatoria a través de leyes, normas u otras regulaciones.

- Contrato social: Acuerdos entre el gobierno y algunos afectados (usualmente trabajadores) que pueden negociar una moderación de sus salarios a cambio de mejoras en la política social.

3.3. RELACIÓN ENTRE LOS DISTINTOS TÉRMINOS DE LA RENTA.

Las rentas financieras se definen como una distribución de capitales que se reparten a lo largo de una partición temporal, de forma que a cada uno de esos intervalos, también según algunos autores, periodo de vencimiento, le corresponde un solo capital, al que se denomina como término de la renta que se produce en el mismo.

Por renta financiera se entiende al conjunto de cargas impositivas que gravan las utilidades producidas por la venta de acciones y títulos que no cotizan en la Bolsa y cuya utilidad tenga cierta periodicidad, y al reparto de dividendos netos que las empresas realizan entre socios y accionistas residentes en un país determinado.

No todas las rentas suelen tener igual tratamiento. Habitualmente los intereses de plazos fijos obtenidos por un individuo no pagan este impuesto, debido a que la renta financiera generalmente resulta de la valorización de una inversión a lo largo del tiempo. Tampoco pagará el impuesto un individuo que compra acciones para invertir con carácter casual -y que no se dedica permanentemente a esta actividad- por la diferencia que obtenga al momento de venderlas.

En general, la renta derivada de las diferencias por la venta de títulos públicos suele estar exenta; normalmente el impuesto tampoco pesa sobre los dividendos recibidos de una sociedad. El fundamento radica en que la sociedad ya pagó el gravamen correspondiente sobre esas ganancias.

Igualmente, los resultados financieros de la compraventa e intereses de obligaciones negociables colocadas en oferta pública se encuentran exentos para las personas físicas residentes en un país. Por el contrario, las personas jurídicas y los beneficiarios del exterior no lo están.

En términos generales los intereses ganados por depósitos en cuentas en el exterior y los ganados por depósitos de una sociedad anónima o una sociedad de responsabilidad limitada suelen están gravados, igualmente que los dividendos recibidos por inversiones en el exterior.

3.4. RENTAS CONSTANTES DE PERIOCIDAD ANUAL.

En la vida cotidiana nos encontramos con multitud de situaciones en que se cobran o se pagan cantidades con vencimientos sucesivos en el tiempo: El alquiler de una vivienda, el salario de un empleado, los plazos por la compra del coche, etc., este tipo de operaciones, que son las que vamos a analizar en le presente capítulo, se denominan rentas.

Las rentas financieras las podemos definir como una sucesión de capitales con vencimientos sucesivos, es decir es una distribución de capitales en el intervalo (0 , n) donde a cada subintervalo se asocia un capital.

3.5. RENTA INMEDIATA, POSTPAGABLE Y TEMPORAL.

Es aquella de duración determinada, en la que los importes de capital se generan al final de cada sub-periodo (p.e. contrato de alquiler por 5 años, con pago del alquiler al final de cada mes).

Para ver como se calcula su valor ("valor capital") vamos a comenzar por el caso más sencillo: el importe de capital en cada periodo es de 1 peseta (renta unitaria). Es decir, tenemos una sucesión finita (de "n" periodos) de importes de 1 peseta.

Periodo	1	2	3	….	….	….	….	n-2	n-1	n
Importe (ptas)	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Vamos a calcular su valor actual, que representaremos por Ao. Para ello tenemos que traer cada uno de los importes al momento actual. Aplicaremos la ley de descuento compuesto:

Cf = Co * (1 + d) ^ -t

que es equivalente a:

Cf = Co / (1 + d) ^ t

Vamos a ir descontando cada importe:

Periodo	Importe	Importe descontado
1	1	1 / (1 + i)
2	1	1 / (1 + i)^2
3	1	1 / (1 + i)^3
....	....	....
....	....	....
n-2	1	1 / (1 + i)^n-2
n-1	1	1 / (1 + i)^n-1
N	1	1 / (1 + i)^n

La suma de todos los importes descontados es el valor actual Ao. Si realizamos esta suma y simplificamos, llegamos a:

Ao = (1 - (1 + i)^-n)/ i

Veamos un ejemplo: Calcular el valor actual de una renta anual de 1 peseta, durante 7 años, con un tipo de interés del 16%:

Aplicamos la fórmula $Ao = (1 - (1 + i)^{-n})/ i$

luego, $Ao = (1 - (1 + 0,16)^{-7})/0,16$

luego, $Ao = 0,6461/0,16$

luego, Ao = 4,0386 ptas.

Luego el valor actual de esta renta es 4,04 ptas.

IMPORTANTE: plazo, tipo de interés e importes han de ir referidos a la misma base temporal. En este ejemplo, como los importes son anuales, hay que utilizar la base anual. Si, por ejemplo, los importes hubieran sido trimestrales, el tiempo y el tipo irían en base trimestral.

Para calcular el valor final de esta renta, que denominaremos Sf, hay que realizar el proceso inverso, es decir, capitalizar todos los importes y llevarlos al momento final. Para ello utilizaremos la ley de capitalización compuesta:

$Cf = Co * (1 + i)^t$

Veamos el ejemplo:

Periodo	Importe	Importe capitalizado
1	1	$1 * (1 + i)^{n-1}$
2	1	$1 * (1 + i)^{n-2}$
3	1	$1 * (1 + i)^{n-3}$
n-2	1	$1 * (1 + i)^{2}$
n-1	1	$1 * (1 + i)^{1}$
n	1	1

Sumando los distintos importes capitalizados y simplificando, llegamos a:

$S_f = ((1 + i)^n - 1) / i$

Veamos un ejemplo: Calcular el valor final de una renta anual de 1 peseta, durante 7 años, con un tipo de interés del 16%:

> Aplicamos la fórmula $S_f = ((1 + i)^{n} - 1) / i$
> luego, $S_f = ((1 + 0,16)^{7} - 1) / 0,16$
> luego, $S_f = 1,8262/0,16$
> luego, $S_f = 11,4139$ ptas.
> Luego el valor final de esta renta es 11,4 ptas.

Podemos ver que relación existe entre el valor inicial Ao y el valor final S_f, y esto nos viene dado por la siguiente fórmula:

$S_f = Ao\ (1 + i)^{n}$

Veamos si se cumple en el ejemplo que estamos viendo:

> Hemos visto que Ao = 4,0386 ptas.
> y que $S_f = 11,4139$ ptas.
> Luego $11,4139 = 4,0386 * (i+0,16)^{7}$
> Luego $11,4139 = 4,0386*2,8262$
> Luego $11,4139 = 11,4139$
> Se cumple, por tanto, la relación

3.6. RENTA INMEDIATA, PREPAGABLE Y TEMPORAL.

La renta constante temporal prepagable es aquella de duración determinada, en la que los importes de capital se generan al comienzo de cada sub-periodo (p.e. contrato de alquiler por 5 años, con pago del alquiler al comienzo de cada mes).

Para ver como se calcula su valor capital vamos a comenzar, nuevamente, por estudiar el caso de la renta unitaria (importes de 1 pta. en cada periodo).

3.7. RENTA INMEDIATA PERPETUA.

A diferencia de las anualidades a plazo fijo, cuyo tiempo de percepción o de pago es limitado, las Rentas Perpetuas son aquella, cuyo plazo o duración no tiene fin, salvo que el deudor amortice el capital que por convenio debería conservar indefinidamente.

Renta Perpetua es una serie de pagos que dura y permanece para siempre. Como el tiempo "n" es infinito no puede establecerme su monto, como consecuencia sólo se conoce fórmulas para el valor actual y para el cálculo de la renta y de la tasa, en función del valor actual.

En las rentas a plazo fijo, sabemos cuándo se inician y finalizan los pagos de renta, en tanto que en las rentas perpetuas, se sabe cuándo empiezan loe pagos pero no cuando terminan.

Una perpetuidad es una anualidad cuyo pago se inicia en una fecha fija y continúa para siempre. Con la suposición que una compañía nunca quebrará, los dividendos sobre sus acciones preferentes pueden considerarse como una perpetuidad. Es claro que no se puede hablar del monto de una perpetuidad, sin embargo, tiene un valor presente definido.

3.8. RENTA DIFERIDA.

Una renta diferida es la que se valora antes del comienzo de la renta como tal. Al tiempo entre la valoración y el inicio de la renta se le llama "tiempo de diferimiento" y la denotaremos como (d). Cálculo de un contrato de alquiler que entrará en vigor dentro de dos años con una duración de diez años.

3.9. RELACIONES.

La relación entre distribución de la renta y crecimiento económico ha tenido tradicionalmente un escaso protagonismo en los manuales y tratados de la disciplina en comparación con otras paradigmáticas relaciones entre objetivos de política económica. Pero, no es porque esta relación carezca de importancia; de hecho, el tratamiento conjunto del crecimiento y la distribución constituyen un aspecto capital de cara a mejorar las condiciones de vida de la humanidad.

La explicación de esta situación puede apoyarse en tres pilares, fundamentalmente. En primer lugar, cabe decir que el mismo interés que despierta este tema, que desborda el campo estrictamente científico y alcanza el político y social, puede condicionar, en cierta medida, el tratamiento de esta relación. En segundo lugar, debemos tener presente que. Por último, y quizás sea esta cuestión la más importante, no se ha logrado aún una base común que pueda utilizarse como soporte de los análisis efectuados, dada las diferentes opiniones y metodologías aplicadas por los distintos autores que se han acercado al tema

3.10. RENTAS VARIABLES DE PERIOCIDAD ANUAL.

El fraccionamiento de las rentas consiste en dividir cada período de varios sub-períodos (k) asociando a cada subperíodo un capital. Por tanto, el fraccionamiento de una renta de n períodos la transforma en otra de n x k términos referidos a otros tantos subperíodos.

A la hora de estudiar este tipo de rentas distinguiremos entre:

- Rentas fraccionadas constantes.
- Rentas fraccionadas en progresión geométrica.
- Rentas fraccionadas en progresión aritmética.

3.11. RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN ARITMÉTICA.

Este tipo de rentas se refiere a un conjunto de capitales cuyas cuantías van variando y lo hacen siguiendo una ley en progresión aritmética, esto es, cada término es el anterior aumentado (o disminuido) en una misma cuantía (que se denomina razón de la progresión aritmética) y que notaremos por d, siempre expresada en unidades monetarias.

Para calcular cualquier término basta con conocer, por tanto, el primero de ellos (c) y la razón de la progresión (d).

3.12.- RENTAS VARIABLES EN PROGRESIÓN GEOMÉTRICA.

Este tipo de rentas sirve para valorar un conjunto de capitales equidistantes en el tiempo cuyas cuantías son variables siguiendo una ley en progresión geométrica, esto es, cada término es el anterior multiplicado por un mismo número (que se denomina razón de la progresión geométrica) y que notaremos por q.

Para calcular cualquier término basta con conocer, por tanto, el primero de ellos (c) y la razón de la progresión (q).

3.13 LOGARITMOS

El logaritmo es una función monótona estrictamente cóncava (creciente) comprendida en el conjunto de los números reales positivos y es la inversa de la función exponencial.

En otras palabras, el logaritmo es una función que depende de una base y un argumento que crece a una tasa de crecimiento cada vez menor.

Para calcular cualquier término basta con conocer, por tanto, el primero de ellos (c) y la razón de la progresión (q).

Fórmula del logaritmo

$$log_x z = b$$

Fórmula del logaritmo.

La expresión del logaritmo está compuesta por una base y un argumento.

En este caso, la **base** es x y el **argumento** es z a partir de los cuales obtendremos el logaritmo.

3.13.1 DEFINICIÓN. -

Sea N un número positivo y b un número positivo diferente de 1; entonces, el logaritmo en base b del número N es el exponente L de la base b tal que b L = N. El enunciado de que L es el logaritmo en base b del número N se escribe como

$$L = \log_b N$$

EJEMPLO 1.4.1

$3 = \log_2 8$	ya que	$2^3 = 8$
$4 = \log_3 81$	ya que	$3^4 = 81$
$2 = \log_5 25$	ya que	$5^2 = 25$

En la práctica común se utilizan dos tipos de logaritmos: los naturales, cuya base es el número e = 2.718281829…, y los logaritmos comunes, cuya base es b = 10. Ambos se pueden determinar fácilmente con ayuda de una calculadora electrónica o mediante tablas.

En seguida se mostrará la utilización de los logaritmos base 10 para simplificar cálculos complejos. Las leyes y procedimientos generales que aquí se tratarán también se pueden aplicar a los logaritmos naturales, por lo que ambos pueden ser utilizados en forma indistinta.

Los logaritmos base 10 se denominan logaritmos comunes y para identificarlos se utiliza el símbolo

$$L = \log_{10} N = \log N.$$

Los logaritmos naturales (base e) se simbolizan como sigue:

$$l_n = \log \text{nat } N = \log_e N = \ln$$

En lo sucesivo, la palabra "logaritmos" se referirá a los logaritmos comunes (base 10). Por definición, se tiene:

$\log 1000 = 3$	ya que	$10^3 = 1000$
$\log 100 = 2$	ya que	$10^2 = 100$
$\log 10 = 1$	ya que	$10^1 = 10$
$\log 1 = 0$	ya que	$10^0 = 1$
$\log 0.10 = -1$	ya que	$10^{-1} = 0.10$
$\log 0.010 = -2$	ya que	$10^{-2} = 0.010$
$\log 0.0010 = -3$	ya que	$10^{-3} = 0.0010$

Es necesario destacar que N debe ser un número positivo, en tanto que el log N puede ser cualquier número real positivo, negativo o cero.

3.13.2 LEYES DE LOS LOGARITMOS: Dado que los logaritmos son exponentes de base b, las leyes de éstos les son aplicables y nos dan como consecuencia tres leyes fundamentales de los logaritmos.1

[1] Para demostrar estas leyes, considere que: $A = 10^a$, $B = 10^b$ y $C = 10^c$

Por lo tanto, $\log A = a$, $\log B = b$ y $\log C = c$.

De esto se sigue que $A \times B \times C = 10^a \times 10^b \times 10^c = 10^{a+b+c}$.

$$\frac{A}{B} = \frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$$

$$A^n = (10^a)^n = 10^{an}$$

Con lo que se comprueba que

$$\log (A \times B \times C) = a + b + c = \log A + \log B + \log C$$

$$\log \frac{A}{B} = a - b = \log A - \log B$$

$$\log A^n = na = n \log A$$

1. El logaritmo del producto de dos números positivos es igual a la suma de los logaritmos de los números

$$\log (A \times B) = \log A + \log B \qquad \textbf{(1.8)}$$

2. El logaritmo del cociente de dos números positivos es igual al logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.

$$\log\left(\frac{A}{B}\right) = \log A - \log B \qquad \textbf{(1.9)}$$

3. El logaritmo de un número elevado a la potencia n es n veces el logaritmo del número.

$$\log A^n = n \log A \qquad \textbf{(1.10)}$$

donde n puede ser cualquier número real.

EJEMPLO 1.4.2

Mediante el empleo de una calculadora electrónica o tablas se determina que:

$$\log 2 = 0.301030 \qquad \log 3 = 0.477121;\ \text{entonces:}$$

a) $\log 6 = \log (2 \times 3) = \log 2 + \log 3 = 0.301030 + 0.477121 = 0.778151$

b) $\log 1.5 = \log 3/2 = \log 3 - \log 2 = 0.477121 - 0.301030 = 0.176091$

c) $\log 9 = \log 3^2 = 2 \log 3 = 2(0.477121) = 0.954242$

d) $\log 30 = \log (3 \times 10) = \log 3 + \log 10 = 0.477121 + 1 = 1.477121$

e) $\log 0.02 = \log (2 \times 10^{-2}) = \log 2 + \log 10^{-2} = 0.301030 + (-2) = -1.698970$

f) $\log \sqrt[2]{3} = \log 3^{1/2} = 1/2 \log 3 = 1/2(0.477121) = 0.238561$

3.13.3 CARACTERÍSTICA Y MANTISA Todo número positivo puede ser escrito en la forma de un número básico B tal que (1 < B < 10) multiplicado por una potencia entera de 10. Por ejemplo:

$$4\,354 = 4.354 \times 10^3$$
$$65 = 6.5 \times 10^1$$
$$3.2 = 3.2 \times 10^0$$
$$0.25 = 2.5 \times 10^{-1}$$
$$0.078 = 7.8 \times 10^{-2}$$
$$0.00358 = 3.58 \times 10^{-3}$$

Para calcular el logaritmo de un número de éstos se procede como sigue:

Si $N = 4\,354 = 4.354 \times 10^3$

$$\log(4.354 \times 10^3) = \log 4.354 + \log 10^3 = 0.638888 + 3$$

Si $N = 0.00358 = 3.58 \times 10^{-3}$

$$\log(3.58 \times 10^{-3}) = \log 3.58 + \log 10^{-3} = 0.553883 - 3$$

EJEMPLO 1.4.3

Determine el número básico de los siguientes números:

a) 20 000
b) 2 000
c) 200
d) 20
e) 2
f) 0.2
g) 0.02
h) 0.002
i) 0.0002
j) 0.00002

SOLUCIÓN:

Puesto que el número básico es un número B tal que $1 < B < 10$ multiplicado por una potencia entera de 10, se tiene:

a) $20\,000 = 2 \times 10^4$
b) $2\,000 = 2 \times 10^3$
c) $200 = 2 \times 10^2$
d) $20 = 2 \times 10^1$
e) $2 = 2 \times 10^0$
f) $0.2 = 2 \times 10^{-1}$
g) $0.02 = 2 \times 10^{-2}$
h) $0.002 = 2 \times 10^{-3}$
i) $0.0002 = 2 \times 10^{-4}$
j) $0.00002 = 2 \times 10^{-5}$

EJEMPLO 1.4.4

Dado $\log 2 = 0.301030$, determine el logaritmo de los números del ejemplo anterior:

SOLUCIÓN:

Puesto que $\log 2 = 0.301030$ se tiene:

a) $\log 20\,000 = \log(2 \times 10^4) = \log 2 + \log 10^4 = 0.301030 + 4 = 4.301030$
b) $\log 2\,000 = \log(2 \times 10^3) = \log 2 + \log 10^3 = 0.301030 + 3 = 3.301030$
c) $\log 200 = \log(2 \times 10^2) = \log 2 + \log 10^2 = 0.301030 + 2 = 2.301030$
d) $\log 20 = \log(2 \times 10^1) = \log 2 + \log 10^1 = 0.301030 + 1 = 1.301030$
e) $\log 2 = \log(2 \times 10^0) = \log 2 + \log 10^0 = 0.301030 + 0 = 0.301030$
f) $\log 0.2 = \log(2 \times 10^{-1}) = \log 2 + \log 10^{-1} = 0.301030 + \bar{1} = \bar{1}.301030$
g) $\log 0.02 = \log(2 \times 10^{-2}) = \log 2 + \log 10^{-2} = 0.301030 + \bar{2} = \bar{2}.301030$
h) $\log 0.002 = \log(2 \times 10^{-3}) = \log 2 + \log 10^{-3} = 0.301030 + \bar{3} = \bar{3}.301030$
i) $\log 0.0002 = \log(2 \times 10^{-4}) = \log 2 + \log 10^{-4} = 0.301030 + \bar{4} = \bar{4}.301030$
j) $\log 0.00002 = \log(2 \times 10^{-5}) = \log 2 + \log 10^{-5} = 0.301030 + \bar{5} = \bar{5}.301030$

Como puede observarse en el ejemplo anterior, el logaritmo de un número básico es una fracción decimal no negativa (ya que log 10 = 1 y log 1 = 0) y el logaritmo de una potencia entera de 10 es, por definición, un entero. Por lo tanto, el logaritmo de un número positivo estará constituido por dos partes:

a) Una parte entera llamada característica. La característica es el logaritmo de la potencia entera de 10 y está determinada por la posición del punto decimal en el número. La característica puede ser cualquier número entero, positivo, negativo o cero. Para N > 1, la característica es igual al número de dígitos a la izquierda del punto decimal menos una unidad. [Véanse los casos de a) a e) del ejemplo anterior.] Para 0 < N < 1, la característica se determina por el lugar que ocupa la primera cifra significativa a la derecha del punto decimal. [Véanse los casos *f*) a j) del ejemplo anterior].

b) Una parte decimal llamada mantisa. La mantisa es el logaritmo del número básico y está determinada por la secuencia de los dígitos del número sin importar la posición del punto decimal. La mantisa es un decimal positivo (o cero, si el número es una potencia entera de 10).2

EJEMPLO 1.4.5

Determine la característica y la mantisa de los logaritmos de los siguientes números.

a) 959.84 *b*) 27.35 *c*) 0.026 *d*) 0.004321 *e*) 6.478

SOLUCIÓN:
Cuando se determina la notación científica de un número, se tiene:

Número	Notación científica	Característica	Mantisa
0 959.84	9.5984×10^2	2	0.982199
27.35	2.735×10^1	1	0.436957
0.026	2.600×10^{-2}	–2	0.414973
0.004321	4.321×10^{-3}	–3	0.635584
6.478	6.478×10^0	0	0.811441

3.13.4 ANTILOGARITMOS Si L = log N, N es llamado antilogaritmo de L y se denota como N = antilog L cuando L = log N. Por ejemplo,

200 = antilog 2.301030 ya que log 200 = 2.301030

0.5 = antilog 0.698970 − 1 ya que log 0.5 = 0.698970 − 1

El antilogaritmo de un logaritmo dado puede ser determinado mediante el empleo de una calculadora electrónica o por medio de tablas.

3.14 RENDIMIENTOS DE VALORES BURSÁTILES

Las tres formas en las que se obtienen ingresos (rendimientos) sobre las inversiones bursátiles son:

- Interés,
- Dividendos y
- Ganancias de capital.

El interés es el pago que se pacta por el uso de capital ajeno. Los dividendos son las utilidades que obtienen las empresas y que reparten entre sus accionistas. Estos dividendos se pueden pagar en efectivo o en acciones. Se obtienen ganancias de capital cuando se venden títulos a un precio superior al que se paga en el momento de comprarlos.

Es la forma más común de obtener rendimientos en la bolsa de valores e incluye el caso de diversos instrumentos que se venden por debajo de su valor nominal, con la consiguiente ganancia de capital. Incluye también, por supuesto, el caso de valores cuyo precio varía en el mercado, lo cual ocasiona diferencias entre el valor de compra y el de venta, como es el caso de las acciones y otros instrumentos.

En este renglón de ganancias de capital se incluyen el aumento de valor que experimentan algunos instrumentos por el hecho de que su precio está asociado al tipo de cambio peso-dólar o a las Udis (unidades de inversión). Este concepto es importante, ya que las ganancias de capital están exentas del pago de impuesto sobre la renta, mientras que los ingresos por intereses o dividendos sí son gravados por este concepto. Por supuesto, esta diferencia tiene efecto sobre el rendimiento efectivo que el inversionista obtiene.

3.15 LOS VALORES BURSÁTILES

Los instrumentos que se negocian actualmente en la Bolsa Mexicana de Valores se clasifican según el emisor. En los siguientes incisos se describe a cada uno de ellos y se explica la forma en que pueden generar rendimientos; luego se muestran ejemplos de los diferentes tipos de cálculos que se requieren para evaluar los rendimientos.

Emitidos por entidades gubernamentales

- Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes).
- Bonos de Protección al Ahorro (BPA).
- Bonos de Regulación Monetaria del Banco de México (Brems).
- Certificados Bursátiles (Cebur).
- Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes).
- Pagarés de Indemnización Carretera (PIC-FARAC).
- Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal denominados en Udis (Udibonos).

Más adelante se describen sus principales características.

Emitidos por empresas

- Acciones de empresas comerciales, industriales y de servicios.
- Acciones de sociedades de inversión.
- Aceptaciones bancaria
- Bonos bancarios.
- Certificados bursátiles.
- Certificados de depósito.
- Certificados de participación:
- Ordinarios (CPO).
- Inmobiliarios (CPI).
- Obligaciones.
- Pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento.
- Pagaré de mediano plazo.
- Pagaré financiero.
- Papel comercial.

1. Los Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal (Bondes) son títulos de crédito a largo plazo creados a partir de un decreto publicado en el Diario Oficial de la Federación el 22 de septiembre de 1987.

Su propósito es financiar los proyectos de largo plazo del gobierno federal, fungiendo éste como garante. Los rendimientos que ofrecen son intereses pagaderos mensualmente, aunque en la Bolsa de Valores suelen intercambiarse a un precio distinto a su valor nominal, por lo cual también se obtienen ganancias o pérdidas de capital. Se colocan en el mercado a descuento, con un rendimiento pagadero cada 28 días (Cetes a 28 días o TIIE, la que resulte más alta).

2. Los Bonos de Protección al Ahorro (BPA) son emitidos por el Instituto Bancario de Protección al Ahorro con el fin de hacer frente a sus obligaciones contractuales. Tienen un valor nominal de $100 amortizables al vencimiento de los títulos, en una sola exhibición y a un plazo de tres años. Se colocan en el mercado a descuento y sus intereses son pagaderos cada 28 días. La tasa de interés será la mayor entre la tasa de rendimiento de los Cetes a un plazo de 28 días y la tasa de interés anual más representativa que el Banco de México dé a conocer para los pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento (PRLV) en el plazo de un mes.

3. Los Bonos de Regulación Monetaria del Banco de México (Brem), como su nombre lo indica, son emitidos por el banco central mexicano a plazos de entre uno y tres años y tienen un valor nominal de $100. Pagan intereses cada 28 días de acuerdo con una tasa variable, la cual se calcula capitalizando todos los días y durante todo el periodo de pago de interés la tasa a la cual las instituciones de crédito realizan operaciones de compra-venta y reporto a plazo de un día hábil con títulos bancarios, que es conocida en el mercado como tasa ponderada de fondeo de títulos bancarios, la cual publica diariamente el propio Banco de México.

4. Los Certificados Bursátiles son títulos de crédito que se emiten en serie o en masa que pueden colocarse a descuento o con pago de intereses según el programa correspondiente de colocación; las emisiones pueden tener valor nominal de $100 o 100 Udis. Los emisores pueden ser sociedades anónimas, entidades de la administración pública federal o paraestatal, entidades federativas, municipios y entidades financieras que actúen en calidad de fiduciarias. Los hay de corto y de largo plazos.

5. Los Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes) fueron creados en 1977 para financiar la inversión productiva del gobierno federal, regular el circulante, influir sobre las tasas de interés y propiciar un sano desarrollo del mercado de valores. Debido a que se venden con descuento, los rendimientos que se obtienen son a través de ganancias de capital. Las emisiones suelen ser a 28, 91, 182 y 364 días, aunque se han realizado emisiones a plazos mayores.

6. Los pagarés de indemnización carretera, también conocidos como PIC-FARAC (por pertenecer al Fideicomiso de Apoyo al Rescate de Autopistas Concesionadas), son pagares avalados por el Gobierno Federal a través del Banco Nacional de Obras y Servicios, S.N.C., en el carácter de fiduciario. Tienen valor nominal de 100 Udis, un plazo de 5 a 30 años y el rendimiento en moneda nacional de este instrumento dependerá del precio de adquisición, con pago de la tasa de interés fija cada 182 días.

7. La primera emisión de los Bonos de Desarrollo del Gobierno Federal denominados en Udis o Udibonos se realizó el 30 de mayo de 1996. Estos bonos pagan una tasa de interés real sobre un valor nominal de 100 Udis (Unidades de Inversión), el cual se actualiza de acuerdo con el incremento del Índice Nacional de Precios al Consumidor, por lo que sus rendimientos son a través tanto de ganancias de capital como de intereses. Son emitidos a plazos de 3 y 5 años y pagan intereses de manera semestral.

Emitidos por empresas

1. Las acciones de empresas, sean comerciales, industriales o de servicio, son títulos que representan la propiedad de sus tenedores sobre una de las partes iguales en que se divide el capital de la sociedad anónima correspondiente. En estas acciones, las ganancias que se pueden obtener son de dos tipos: ganancias de capital y dividendos (en acciones o en efectivo).

2. Las acciones de sociedades de inversión (las hay de varios tipos) son títulos que representan la participación (propiedad) de sus tenedores sobre las partes iguales en que se divide un fondo destinado a inversiones financieras. Las ganancias que pueden obtenerse mediante estos instrumentos se logran a través de ganancias de capital.

3. Las aceptaciones bancarias son letras de cambio emitidas por empresas y avaladas por bancos, con base en créditos que la institución aceptante (banco) concede a las emisoras.

Con aceptaciones bancarias se pueden obtener rendimientos mediante ganancias de capital, ya que se venden con descuento.

4. Los bonos bancarios son títulos que documentan préstamos a largo plazo, que por lo general rebasan el año. Estos valores otorgan rendimientos principalmente a través del pago de intereses, aunque también existen bonos que no hacen pagos periódicos de interés, sino que capitalizan estos pagos, pero ello no altera el concepto del rendimiento mediante interés. Los bonos bancarios de desarrollo son emitidos por los bancos de desarrollo. El propósito de estos bonos es, de hecho, fomentar el desarrollo nacional en el área de competencia del banco emisor.

5. Los certificados de depósito son, precisamente, constancias de depósito en instituciones bancarias que se negocian a través de las casas de bolsa. Estos certificados pagan intereses.

6. Los certificados de participación son documentos de varios tipos que representan los derechos sobre un fideicomiso organizado respecto a determinados bienes. Los certificados de participación ordinarios, como los Certificados de plata (Ceplatas), representan los derechos de sus tenedores sobre un fideicomiso constituido con plata y el rendimiento que proporcionan corresponden a ganancias de capital.

7. Los certificados de participación inmobiliarios representan los derechos que sus tenedores tienen sobre determinados inmuebles comprometidos como patrimonio de un fideicomiso y otorgan rendimientos por medio de pagos periódicos de interés y a través de ganancias de capital.

8. Las obligaciones son títulos-valor nominativos a través de los cuales se documenta el préstamo que una sociedad anónima (o una sociedad nacional de crédito) obtienen de un conjunto de inversionistas. El rendimiento se concreta en pagos periódicos de interés y ganancias de capital.

Al igual que otros instrumentos, las hay de varios tipos. Las obligaciones hipotecarias están garantizadas por bienes inmuebles, y ofrecen rendimientos principalmente por pagos

periódicos de interés (las más de las veces son pagos mensuales) y, secundariamente, mediante ganancias de capital.
Las obligaciones quirografarias no tienen garantías específicas, aparte de la solvencia de la emisora, aunque sus rendimientos se dan en las mismas formas que las obligaciones hipotecarias.

Por su parte, las obligaciones convertibles ofrecen a su tenedor la opción de obtener acciones de la empresa emisora en su fecha de vencimiento, en vez de obtener su valor nominal en efectivo.

Las obligaciones indizadas otorgan rendimientos aplicando a su valor nominal el crecimiento del Índice Nacional de Precios al Consumidor. Esta actualización se lleva a cabo cada 91 días. Las obligaciones con rendimiento capitalizable, como su nombre lo indica, son aquellas en las que los intereses que se generan no se pagan en efectivo al tenedor, sino que pasan a aumentar el capital invertido.

A las obligaciones subordinadas se les llama así porque, en caso de liquidación de la emisora, se pagan a prorrata después de haber cubierto todas las deudas restantes de la institución, pero antes de repartir a los tenedores de las acciones el remanente del haber social.

9. Los pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento son títulos emitidos por instituciones bancarias que se negocian en la Bolsa Mexicana de Valores.

10. Los pagarés de mediano plazo son títulos de deuda emitidos por sociedades mercantiles mexicanas que gozan de la facultad de contraer pasivos y suscribir títulos de crédito. Tienen un valor nominal de $100 o 100 Udis, con un plazo que va de uno a siete años y pagan intereses periódicamente (cada mes, trimestre, semestre o año) con base en tasas revisables establecidas. Las garantías pueden ser quirografarias avaladas o con garantía fiduciaria.

11. El papel comercial está constituido por pagarés que se utilizan para documentar créditos, usualmente entre empresas. Los rendimientos que ofrecen son ganancias de capital pues se pactan mediante tasa de descuento.

En las secciones siguientes se dan ejemplos de cómo calcular el rendimiento nominal y el rendimiento efectivo de los diversos instrumentos bursátiles, según el tipo de ganancia o rendimiento que principalmente permiten y, para facilitar el análisis, en la tabla 9.1 se resumen los tipos de rendimiento que cada uno de ellos ofrece. Con respecto a esta tabla es conveniente observar que sólo se esquematizan los rendimientos que estos valores suelen ofrecer, ya que no es raro que se emitan valores con características peculiares, tal como puede ejemplificarse con los Udibonos que, como se mencionó, permiten obtener ganancias de capital de acuerdo con el aumento de la inflación, al tiempo que pagan una tasa de interés real.

Tabla 9.1 Rendimientos de las diversas alternativas de inversión en la Bolsa Mexicana de Valores

Título-valor	Tipo de rendimiento		
	Intereses	Ganancias de capital	Dividendos
Emitidos por entidades gubernamentales:			
Bondes	Sí	Sí	No
Brems	Sí	Sí	No
Certificados bursátiles	Sí	Sí	No
Cetes	No	Sí	No
PIC-FARAC	Sí	Sí	No
Udibonos	Sí	Sí	No
Emitidos por empresas:			
Acciones de empresas	No	Sí	Sí
Acciones de sociedades de inversión	No	Sí	No
Aceptaciones bancarias	No	Sí	No
Bonos bancarios	Sí	Sí	No
Certificados bursátiles	Sí	Sí	No
Certificados de depósito	Sí	Sí	No
Certificados de participación ordinarios	Sí	Sí	No
Certificados de participación inmobiliarios	Sí	Sí	No
Obligaciones	Sí	Sí	No
Pagaré con rendimiento liquidable al vencimiento	Sí	No	No
Pagaré de mediano plazo	Sí	Sí	No
Papel comercial	No	Sí	No

Rendimiento de valores

Que ofrecen ganancias de capital Como antes se expuso, las ganancias de capital se obtienen al comprar un título y venderlo a un precio superior. Esta diferencia entre el precio de compra y el de venta se da, en un caso muy frecuente, en valores que se venden con descuento. Esto quiere decir que los valores se venden a un precio inferior al que tienen a su vencimiento (valor nominal); el precio de venta se determina mediante una tasa de descuento, la cual permite determinar el precio inferior al de vencimiento al que se venden los títulos en el momento de su colocación en el mercado.

El otro caso es el que surge por cambios en los precios de los valores en las operaciones de compraventa que se realizan en la Bolsa de Valores (precio de mercado), y que ilustran clásicamente las acciones de empresa y las acciones de sociedades (fondos) de inversión. En ambos casos, el cálculo del rendimiento se hace de manera muy simple, pues se divide la ganancia entre el precio pagado por el título, el cual a veces coincide con el valor nominal

3.15.1 ACCIONES DE SOCIEDADES DE INVERSIÓN

En la tabla 9.2 se presentan los precios, para diversas fechas, de algunas sociedades de inversión seleccionadas.

Estos precios se pueden consultar en la sección financiera de los principales periódicos del siguiente día hábil

Tabla 9.2 Precio de cierre de acciones de sociedades de inversión. Meses de 2012

Deuda	2-May	27-Jul	31-Jul	16-Ago
Afirmes A	178.882823	180.534638	180.605507	180.832311
Awlasa A	37.540652	37.856768	37.869424	37.916709
Fonser1 B1	32.373403	32.402309	32.403943	32.409639
Hzliq A	1.694277	1.697056	nd	nd
Scotia1 A	1.45917	1.473901	1.474611	1.477296
Discrecional				
Alterna A	3.30204	3.345444	3.346005	3.351623
Maya A	nd	nd	29.735936	29.620563
Hzes A	3.0183	3.032969	nd	nd
Inburex A	23.214913	23.65262	nd	nd
Inters1 A	25.065831	26.400349	26.379135	26.084924
Variable				
Accipat A	143.5282	149.522606	149.5566	149.755027
Gbmagr A	1.090459	1.163363	1.173109	1.175516
Ing-Ipc A	7.255482	7.598899	7.664527	7.568393
Valmx20 A	7.86022	7.86022	nd	nd
Awlloyd A	11.715006	11.715006	nd	nd

El procedimiento para calcular la tasa efectiva de rendimiento de valores que tienen precios distintos en fechas diferentes, consiste en dividir el precio de la fecha posterior entre el capital. Este cociente menos uno da la tasa efectiva de rendimiento al plazo y con ésta se puede determinar la tasa efectiva a cualquier otro plazo conveniente para hacer comparaciones (normalmente un mes de 30 días o el año de 365). En símbolos:

$$i_p = \frac{M}{C} - 1$$

Otra forma de considerar este rendimiento consiste en recordar que:

$$i_p = \frac{I}{C}$$

ya que se sabe que $M = C + I$. Sustituyendo esta expresión en (9.1):

$$i_p = \frac{C+I}{C} - 1 = \frac{C}{C} + \frac{I}{C} - 1 = 1 + \frac{I}{C} - 1 = \frac{I}{C}$$

Que es la misma expresión (9.2).

Como en el análisis de rendimientos de valores bursátiles suelen manejarse muy diversos plazos, es común que ese plazo (p) no sea ni un mes ni un año y, como estos plazos son los que se utilizan frecuentemente para efectos de comparación, con frecuencia se deben convertir las tasas determina das al plazo original del instrumento o de la operación a tasas mensuales o anuales. Para hacer esta operación, se recurre al siguiente procedimiento:

$$i_{30} = (1 + i_p)^{30/p} - 1 \quad \text{o} \quad i_{365} = (1 + i_p)^{365/p} - 1$$

De acuerdo con lo anterior, se puede ver que si se utiliza n para representar el plazo al que se desea convertir la tasa original que se obtuvo:

$$i_n = (1 + i_p)^{n/p} - 1 \qquad (9.3)$$

EJEMPLO 9.4.1.1

Las acciones de la sociedad de inversión cuya clave es Afirme A tuvieron un valor de 180.605507 y de 180.832311 el 31 de julio y el 16 de agosto, respectivamente, según se puede ver en la tabla 9.2. Se calcula la tasa efectiva de rendimiento a ese plazo y a 30 días.

Solución:
Entre las dos fechas transcurrieron 17 días, por lo que el rendimiento fue de:

$$i_{16} = \frac{I}{C} = \frac{M - C}{C} = \frac{180.832311 - 180.605507}{180.605507} = \frac{0.226804}{180.605507}$$
$$i_{16} = 0.0012558 \text{ o } 0.13\%$$

Es importante observar que se puede calcular directamente la tasa efectiva de rendimiento al plazo de 16 días de la siguiente manera:

$$i_{16} = \frac{\text{Precio al final del periodo}}{\text{Precio al principio del periodo}} - 1 = \frac{\text{Monto}}{\text{Capital}} - 1 = \frac{M}{C} - 1$$
$$i_{16} = \frac{180.832311}{180.605507} - 1 = 1.0012558 - 1 = 0.0012558$$

Una vez que se obtiene i_{16} se puede calcular la tasa efectiva de rendimiento mensual a 30 días:

$$i_{30} = (1 + i_p)^{30/p} - 1$$
$$i_{30} = 1.0012558^{30/16} - 1 = 1.0012558^{1.875} - 1$$
$$i_{30} = 0.00235592 \text{ o } 0.23\%$$

Un detalle que resulta útil visualizar en este ejercicio es que el 1 que se resta es, precisamente, el capital invertido.

EJEMPLO 9.4.1.2

Calcular la tasa efectiva de rendimiento mensual de las acciones de Awlasa A, Alterna A y Accipat A para el periodo del 2 de mayo al 31 de julio de 2012, de acuerdo con los precios de la tabla 9.2.

Solución:

Awlasa A
$$i_{90} = \frac{Monto}{Capital} - 1 = \frac{37.869424}{37.540652} - 1 = 0.00875776$$

$$i_{30} = 1.00875776^{30/90} - 1 = 0.00291 \text{ o } 0.29\%$$

Alterna A
$$i_{90} = \frac{Monto}{Capital} - 1 = \frac{3.346005}{3.30204} - 1 = 0.0133145$$

Accipat A

$$i_{30} = 1.0133145^{30/90} - 1 = 0.004419 \text{ o } 0.44\%$$

$$i_{90} = \frac{Monto}{Capital} - 1 = \frac{149.5566}{143.5282} - 1 = 0.0420015$$

$$i_{30} = 1.0420015^{30/90} - 1 = 0.01381 \text{ o } 1.38\%$$

En este ejemplo se puede observar que:

• Los rendimientos de las sociedades de inversión Awlasa A y Alterna A son similares. Además, son semejantes a los rendimientos de los instrumentos bancarios de inversión, como los certificados de depósito a plazo y los pagarés con rendimiento liquidable al vencimiento.

• En el periodo que abarca del 2 de mayo al 31 de julio de 2012, el mercado accionario en su conjunto, medido a través del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores, pasó de 39 597.42 a 40 704.28 puntos, o sea un aumento de 2.8% en 90 días, equivalente a 0.92%
Mensual.

• A su vez, la sociedad de inversión de renta variable Accipat A terminó el periodo con una ganancia de 1.38% mensual, lo cual refleja el comportamiento de su cartera.

Por otro lado, los rendimientos calculados para Awlasa A son rendimientos realmente efectivos, ya que los intermediarios bursátiles no cobran comisión en la compraventa de los títulos, por tratarse de sociedades de inversión en instrumentos de deuda. Sin embargo, cuando se trata de sociedades de inversión comunes, como Accipat A, entonces los rendimientos calculados se consideran como el rendimiento acumulado en el periodo, de acuerdo con el precio de mercado. Si efectivamente se hubieran comprado y vendido las acciones en esas fechas, se habría tenido que pagar comisión y, por ello, el precio de compra hubiera sido aproximadamente 1% mas alto y el precio de venta 1% menor, con la consiguiente reducción del rendimiento efectivo.

EJEMPLO 9.4.1.3

Calcular el rendimiento que ofrecieron las acciones de la sociedad de inversión de renta variable Gbm del 27 al 31 de julio, de acuerdo con los datos de la tabla 9.2.

Solución:
El precio de las acciones fue de 1.173109 el 31 de julio y de 1.163363 el 27 de julio, con un plazo de 4 días. Así:

$$i_{31} = \frac{M - C}{C} = \frac{1.173109 - 1.163363}{1.163363} = \frac{0.009746}{1.163363} = 0.00837744$$

La tasa efectiva de rendimiento mensual es:

$$i_{30} = (1 + i_4)^{30/4} - 1 = 1.00837744^{30/4} - 1 = 0.06457$$

o sea, 6.46% efectivo mensual, que es una tasa muy elevada y sólo es posible con acciones de sociedades de inversión de renta variable.

EJEMPLO 9.4.1.4

Calcular la tasa efectiva de rendimiento mensual de un inversionista que adquirió acciones de Ing-IPC-A el 2 de mayo de 2012 y que vendió el 27 de julio del mismo año. La casa de bolsa cobra 1% de comisión.

Solución:
Ing-IPC-A:

Precio de compra = 7.255482 + 7.255482(0.01) = 7.32803682
o 7.255482(1.01) = 7.32803682
Precio de venta = 7.598899(0.99) = 7.52291

Y, entonces:

$$i_{86} = \frac{M}{C} - 1 = \frac{7.52291}{7.32803682} - 1 = 0.02659$$

O sea una ganancia de 2.66%. Por otra parte,

$$i_{30} = \left(1 + i_{86}\right)^{30/86} - 1 = 1.02659^{30/86} - 1 = 0.009197$$

es decir, 0.92% efectivo mensual.

3.15.2 ACCIONES DE EMPRESAS

Se incluyen aquí las acciones de todas las empresas que cotizan en la bolsa: instituciones de seguros y fianzas, casas de bolsa, bancos, grupos financieros y, por supuesto, empresas industriales, comerciales y de servicios en general. Al igual que en el caso de las sociedades de inversión, los precios de mercado de las acciones de empresas se publican en los periódicos al día hábil siguiente.

En la tabla 9.3 se presentan los precios de algunas de estas acciones en fechas seleccionadas.

Tabla 9.3 Precios de cierre (último hecho) de algunas acciones de empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores (precios de 2012)

	17 de agosto	31 de julio	29 de junio	30 de mayo
ALFA A	222.1	212.53	213.2	179.98
CEMEX CPO	10.27	9.23	8.98	7.81
COMERCI UBC	29.8	30.4	30.5	25.72
ELEKTRA	625	625.2	537	551
FEMSA UBD	113.01	113.5	119.12	112.4
GCARSO A1	42.5	45.99	43.42	43.5
GEO B	14.26	13.98	15.01	13.73
GFINBUR O	36.7	35	29.99	28.85

EJEMPLO 9.4.2.1

El precio al que se cotizaron por última vez las acciones de Alfa A al cierre de las operaciones de los días 30 de mayo y 17 de agosto de 2006 fueron 179.98 y 222.10 respectivamente. Calcular la tasa efectiva de rendimiento de estas acciones, con el supuesto de que no hubo pago de dividendos en este lapso.

Solución:

Los días transcurridos entre estas dos fechas fueron 79, por lo que

$$i_{79} = \frac{M}{C} - 1 = \frac{222.10}{179.98} - 1 = 0.234026$$

o 23.40% efectivo a 79 días

e $$i_{30} = (1 + i_{79})^{30/79} - 1 = 1.234026^{0.379746835} - 1 = 0.083129$$

u 8.31% efectivo mensual.

Es importante notar que estos cálculos sólo reflejan el rendimiento del precio de la acción, según el comportamiento observado en ese periodo especifico de 79 días y que, como se mencionó antes, no se toman en cuenta las comisiones que cobran los intermediarios bursátiles (casa o agentes de bolsa o bancos) cuando compran o venden acciones de empresas y de sociedades de inversión comunes, y que suele ser de 1% (en los ejemplos de comisiones se utiliza esta cantidad aunque se debe tener presente que no siempre es la misma, ya que es posible negociarla con los intermediarios).

EJEMPLO 9.4.2.2

Calcular el rendimiento de las acciones de Alfa A, en el mismo periodo del ejemplo anterior, si efectivamente se hubieran comprado y vendido en esas fechas, con una comisión de 1%.

SOLUCIÓN:

Precio de compra = 179.98(1.01) = 181.7798

Precio de venta = 222.10(0.99) = 219.879

De donde $$i_{79} = \frac{M}{C} - 1 = \frac{219.879}{181.7798} - 1 = 0.20958984$$

o 20.96% efectivo a 79 días

e $$i_{30} = (1 + i_{79})^{30/79} - 1 = 1.20958984^{0.37974835} - 1 = 0.074933$$

o 7.49% efectivo mensual.

Como era de esperar, si efectivamente se realizan las operaciones de compra y de venta, se pagaría comisión y el rendimiento sería menor al que se calcula utilizando sólo los precios de mercado.

El otro caso que se puede dar con las acciones de empresas es que paguen dividendos, ya sea en acciones o en efectivo. Si el pago lo hacen en acciones, el proceso de canje de acciones ocasiona ajustes en el precio de la acción en el mercado y en el número de acciones en circulación, en cuyo caso se pueden aplicar los procedimientos que ya se explicaron para calcular su rendimiento efectivo.

Si, por otro lado, el pago de dividendos se hace con dinero, el cálculo del rendimiento efectivo debe tomar en consideración la fecha y el monto de ese pago, como se ilustra en el ejemplo siguiente, en el que se utiliza una ecuación de valores equivalentes para determinar la tasa efectiva de rendimiento.

EJEMPLO 9.4.2.3

El precio de ciertas acciones fue de \$4.75 el 5 de agosto de 20XX y de 4.78 el 18 de septiembre del mismo año. Además, pagó un dividendo de \$0.158337513284434 por acción, a partir del 8 de agosto. Determinar la tasa efectiva de rendimiento mensual de estas acciones.

SOLUCIÓN:

Para simplificar el análisis con el propósito de resaltar los detalles referentes al planteamiento y resolución de la ecuación de valores equivalentes que se requiere:

- no se toma en cuenta la comisión de la casa de bolsa;
- tampoco se considera el impuesto sobre la renta que los tenedores de las acciones —personas físicas— deben pagar al fisco y, finalmente,
- se reducen los decimales del pago de dividendos a 5 posiciones, para quedar en 0.15834.

Figura 9.1 Diagrama del ejemplo 9.4.2.3.

Considerando lo anterior, conviene en primer lugar plantear las condiciones en una ecuación de valores equivalentes como la de la figura 9.1.

Los plazos entre las tres fechas son:

5-8 de agosto: 3 días
5 de agosto a 18 de septiembre: 44 días.

En términos de la simbología que se ha utilizado hasta acá, $M = 4.78$, $C = 4.75$ e $I = 0.15834$. Entonces, la ecuación de valores equivalentes que corresponde, utilizando el 5 de agosto como fecha focal, es:

$$4.75 = 0.15834(1 + i)^{-3} + 4.78(1 + i)^{-44}$$

Como no es posible despejar la i de este tipo de ecuaciones, su resolución se lleva a cabo ensayando valores de la i hasta encontrar uno que haga que se cumpla la igualdad. Para esto, conviene observar que, como el plazo está planteado en días (3 y 44), la tasa efectiva que se obtiene al resolver la ecuación es, por supuesto, una tasa efectiva diaria. Entonces, por ejemplo, si se da a la i un valor de 0.001, se tiene que:

$$\begin{aligned} 4.75 &= 0.15834(1.001)^{-3} + 4.78(1.001)^{-44} \\ &= 0.1578659 + 4.5743405 \\ &= 4.7322064 \end{aligned}$$

Como $4.7322064 < 4.75$, la siguiente aproximación se debe hacer con una tasa menor; si $i = 0.0009$:

$$\begin{aligned} 4.75 &= 0.15834(1.0009)^{-3} + 4.78(1.0009)^{-44} \\ &= 0.1579132 + 4.5944927 \\ &= 4.752406 \end{aligned}$$

Afinando aún más la aproximación con el procedimiento anterior de acercamientos sucesivos se comprueba que una i que arroja un valor aceptablemente cercano es 0.00091:

$$\begin{aligned} 4.75 &= 0.15834(1.00091)^{-3} + 4.78(1.00091)^{-44} \\ &= 0.1579085 + 4.5924735 \\ 4.75 &\approx 4.750382 \end{aligned}$$

> Así, con esta tasa efectiva diaria (aproximada) se puede calcular la tasa efectiva mensual:
>
> $$i_{30} = (1 + i_1)^{30/1} - 1 = (1 + i_1)^{30} - 1 = 1.00091^{30} - 1 = 0.0276633$$
>
> o sea, una tasa efectiva mensual de 2.77%.

Como se puede observar la realización manual de estos cálculos es bastante laboriosa, por lo que en la práctica, si fuera necesario realizar muchas de estas operaciones o con frecuencia, convendría utilizar alguno de los paquetes de computación o calculadoras que permiten resolver este tipo de ecuaciones

3.15.3 VALORES CON TASA DE DESCUENTO

En esta categoría se encuentran principalmente los Certificados de la Tesorería de la Federación (Cetes), así como el papel comercial y las aceptaciones bancarias. Se dice que principalmente los Cetes porque los procedimientos para el papel y las aceptaciones hacen referencia a lo aplicable a Cetes, y porque las tasas de estos títulos son una referencia importante en el medio financiero mexicano.

El procedimiento general aplicable a este tipo de título es:

1. Calcular el precio descontado mediante la tasa de descuento. La fórmula que se maneja en el medio bursátil para calcular el precio es:

$$P = VN\left[1 - \frac{td}{360}\right]$$

en donde:

P = precio descontado

VN = valor nominal

t = plazo en días

d = tasa de descuento

2. Calcular el rendimiento al plazo, o descuento, que es:

D = VN − P

3. Determinar la tasa efectiva de rendimiento al plazo.

4. Calcular la tasa efectiva al plazo que se requiera (usualmente mensual o anual).

Los cálculos correspondientes para los Cetes a 28 días son:

d = tasa de descuento 4.08%
j = tasa de rendimiento (nominal) 4.09%

1. Se calcula el precio descontado del título mediante la fórmula:

$$P = VN\left[1 - \frac{td}{360}\right] = 10\left[1 - \frac{28(0.0408)}{360}\right] = 10(0.99682667) = 9.9682667$$

2. El rendimiento al plazo de 28 días (o descuento) es:

$$D = VN - P$$
$$D = 10 - 9.9682667 = 0.0317333$$

3. La tasa efectiva de rendimiento al plazo:

$$i_{28} = \frac{D}{P} = \frac{0.0317333}{9.9682667} = 0.00318343$$

4. La tasa nominal de rendimiento anual:

$$i_{360} = \frac{i_t}{t}(360) = \frac{0.00318343}{28}(360) = 0.0409 \text{ o } 4.09\%, \text{ que es la que se publica.}$$

Como puede observarse, esta tasa de rendimiento es nominal, por lo que es necesario utilizar la tasa efectiva de rendimiento al plazo para calcular tasas efectivas a diferentes plazos o para realizar comparaciones con rendimientos de otras inversiones.

Además, es importante notar que se puede llegar a la tasa efectiva de rendimiento al plazo mediante un procedimiento más expedito, tal como el que se aplicó en las secciones 9.4.1 y 9.4.2, observando que el precio descontado equivale al capital (C), y el valor nominal al monto (M), de acuerdo con la simbología que se utiliza en este texto.

Por ello,

$$i_{28} = \frac{M}{C} - 1 = \frac{10}{9.9682667} - 1 = 0.00318343$$

Que es la misma tasa que se determinó en el punto 3 anterior. Sin embargo, tratándose de este tipo de valores, es conveniente seguir el procedimiento planteado antes para hacer hincapié en que se trata de un descuento.

A continuación se repasa el cálculo de tasas efectivas a otros plazos.

EJEMPLO 9.4.3.2

La tasa efectiva de rendimiento anual i_{365} de los Cetes del ejemplo 9.4.3.1 se puede calcular de la siguiente manera:

$$i_{28} = 0.00318343$$
$$i_{365} = 1.00318343^{365/28} - 1 = 1.00318343^{13.035714} - 1 = 0.0423 \text{ o } 4.23\%$$

EJEMPLO 9.4.3.3

Se calcula la tasa efectiva de rendimiento anual de los Cetes a 91 días cuyo aviso de emisión aparece en la figura 9.2.

Solución:

1. Precio descontado:

$$P = VN\left[1 - \frac{td}{360}\right]$$

$$= 10\left[1 - \frac{91(0.0428)}{360}\right] = 10(1 - 0.01081889)$$

$$= 10(0.98918111) = \$9.8918111$$

2. El rendimiento al plazo de 91 días:

$$D = VN - P = 10 - 9.8918111 = \$0.1081889$$

3. Tasa efectiva de rendimiento al plazo de 91 días:

$$i_{91} = \frac{D}{P} = \frac{0.1081889}{9.8918111} = 0.01093722$$

4. Tasa nominal anual de rendimiento:

$$j_{360} = \frac{0.01093722}{91}(360) = 0.04327 \text{ o } 4.33\%, \text{ como se publica.}$$

5. Tasa efectiva de rendimiento anual:

$$i_{365} = (1 + i_t)^{365/t} - 1 = 1.01093722^{365/91} - 1 = 1.01093722^{4.010989011} - 1 = 0.044597 \text{ o } 4.46\%$$

En la tabla 9.4 se resumen los resultados de los ejemplos 1 a 3. Observe en ella las diferencias entre las tasas nominales y las tasas efectivas son considerables. Estas diferencias subrayan la importancia que tiene el cálculo de tasas efectivas, pues las tasas nominales son engañosas.

Tabla 9.4 Cálculo de rendimientos efectivos de Cetes

Plazo	Tasa de descuento	Nominal	Efectiva
28	4.08	4.09	4.23
91	4.28	4.33	4.46

UNIDAD IV

RENTAS CONSTANTES DE PERIODICIDAD NO ANUAL

4.1. RENTAS FRACCIONADAS.

El fraccionamiento de las rentas consiste en dividir cada período de varios sub-períodos (k) asociando a cada subperíodo un capital. Por tanto, el fraccionamiento de una renta de n períodos la transforma en otra de n x k términos referidos a otros tantos subperíodos.

A la hora de estudiar este tipo de rentas distinguiremos entre:

- Rentas fraccionadas constantes.
- Rentas fraccionadas en progresión geométrica.
- Rentas fraccionadas en progresión aritmética.

4.2. RENTAS PLURIANUALES.

El marco financiero plurianual es un plan de gasto plurianual que transforma en términos financieros las prioridades y limita el gasto de la unión durante un período determinado.

Los gastos plurianuales son aquellos que contribuyen a la generación de ingresos durante varios ejercicios económicos. La Asociación Española de Contabilidad y Administración de Empresas (AECA, 1992a, pp. 28 y 29), en su Documento num. 3, les atribuye las siguientes características bajo la denominación de "gastos amortizables":

1. La naturaleza de estos activos es intangible.

2. Normalmente, no representan derechos contra terceros,

3. Para reconocerlos como tales, previamente debe haberse producido una transacción económica que origine un desembolso.

4. Para mantener estos activos capitalizados, se debe entender que los mismos capacitan a la empresa para producir ingresos en el futuro.

5. Son intransferibles a terceros, por estar su existencia como tales íntimamente relacionada con el negocio en marcha en su conjunto.

6. Generan cargos a las cuentas de gastos por la disminución del valor previamente reconocido.

7. Su proyección económica es normalmente superior a un año y por consiguiente son amortizables.

8. No es posible efectuar comparaciones de sus valores contabilizados con valores de mercado ya que, en general, no existen estos últimos.

4.3. APLICACIÓN DE LA TEORÍA DE RENTAS.

Las rentas financieras se pueden definir como distribuciones de capitales financieras a lo largo de un periodo determinado donde se puede distinguir el capital asociado en cada momento del tiempo acorde a un esquema temporal. De otro modo, podemos decir que se llama renta al conjunto de capitales relacionados a unos períodos de tiempo sucesivos, en los que éstos están disponibles.

Intervalos que están divididos en periodos con diferentes amplitudes. Intervalo I = (to,tn)

Capitales en momentos diferentes del tiempo (C1, t1), (C2, t2), (C3, t3),… (Cn, tn)
Estos periodos o subintervalos que dividen los intervalos están relacionados con un único capital.

4.4. OPERACIONES DE CONSTITUCIÓN.

Las sociedades de capital se constituyen por contrato entre dos o más personas. La constitución exigirá escritura pública, que deberá inscribirse en el Registro Mercantil.

Esta escritura deberá ser otorgada por todos los socios fundadores y contener como mínimo la siguiente información:

La identidad del socio o socios.

La voluntad de constituir una sociedad de capital, con elección de un tipo social determinado, es decir, si queremos crear una sociedad limitada, anónima…

Las aportaciones que cada socio realice y la numeración de las participaciones o de las acciones atribuidas a cambio.

Los estatutos que rijan la sociedad haciendo constar:

- La denominación de la sociedad.
- El objeto social, determinando las actividades que lo integran.
- El domicilio social.
- El capital social, las participaciones o las acciones en que se divida, su valor nominal y su numeración correlativa.
- Forma de gobierno según el tipo de sociedad de capital que se trate.
- La identidad de la persona o personas que se encarguen de la administración y de la representación de la sociedad.

4.5. OPERACIONES DE AMORTIZACIÓN.

Reconocimiento de la pérdida gradual de valor de un activo fijo a lo largo de su vida física o económica, cediendo como gasto del ejercicio un porcentaje de su valor. Esa pérdida representa una cantidad económica que se cuantifica o amortiza y se divide entre los años de vida útil del activo.

Amortización de un activo a un ritmo superior al normal. En algunos casos (por ejemplo, en las máquinas de proceso de datos) se puede conseguir que la amortización sea fiscalmente deducible, a pesar de hacerse en un plazo inferior al habitual. Los métodos más usuales son el de un porcentaje fijo sobre lo que queda por amortizar y el de la suma de los dígitos de los años. A efectos fiscales y para incentivar la inversión, la

Administración puede autorizar amortizaciones aceleradas para los bienes comprados durante un período o lugar determinado.

4.6. VALOR ACTUALIZADO NETO (VAN).

El valor actual neto (VAN) es un criterio de inversión que consiste en actualizar los cobros y pagos de un proyecto o inversión para conocer cuánto se va a ganar o perder con esa inversión. También se conoce como Valor neto actual (VNA), valor actualizado neto o valor presente neto (VPN).

Para ello trae todos los flujos de caja al momento presente descontándolos a un tipo de interés determinado. El VAN va a expresar una medida de rentabilidad del proyecto en términos absolutos netos, es decir, en nº de unidades monetarias (euros, dólares, pesos, etc).

4.7. TASA INTERNA DE RENDIMIENTO (TIR).

La Tasa interna de retorno (TIR) es la tasa de interés o rentabilidad que ofrece una inversión. Es decir, es el porcentaje de beneficio o pérdida que tendrá una inversión para las cantidades que no se han retirado del proyecto.

Es una medida utilizada en la evaluación de proyectos de inversión que está muy relacionada con el valor actualizado neto (VAN). También se define como el valor de la tasa de descuento que hace que el VAN sea igual a cero, para un proyecto de inversión dado.

La tasa interna de retorno (TIR) nos da una medida relativa de la rentabilidad, es decir, va a venir expresada en tanto por ciento. El principal problema radica en su cálculo, ya que el número de periodos dará el orden de la ecuación a resolver. Para resolver este problema se puede acudir a diversas aproximaciones, utilizar una calculadora financiera o un programa informático.

4.8. COSTO CAPITALIZADO. APLICACIONES.

Se refiere al valor presente de un proyecto cuya vida útil se considera perpetua. Puede considerarse también como el valor presente de un flujo de efectivo perpetuo, como por ejemplo: carreteras, puentes, etc. También es aplicable en proyectos que deben asegurar una producción continua, en los cuales los activos deben ser reemplazados periódicamente.

La comparación entre alternativas mediante costo capitalizado es realizada con la premisa de disponer de los fondos necesarios para reponer por ejemplo un equipo, una vez cumplida su vida útil.

4.9. TASA ANUAL EQUIVALENTE (TAE).

Las entidades financieras usan la Tasa Anual Equivalente (TAE) y el Tipo de Interés Nominal (TIN) para presentar la rentabilidad de las operaciones financieras.1

La Tasa Anual Equivalente permite comparar de manera homogénea los tipos de interés de múltiples operaciones financieras con períodos de capitalización distintos, usando a una misma base temporal anual. Permite homogeneizar diferentes tipos nominales, gastos, comisiones, periodos de liquidación, etc. Es en definitiva el interés anual que se genera una vez descontados los gastos y comisiones por una o varias capitalizaciones al interés nominal.1

Un tipo nominal anual fijo correspondería a diferentes valores de TAE si varía el número de capitalizaciones dentro de un año o si cambian los gastos o comisiones.1

No obstante, la TAE no incluye los gastos que el cliente pueda evitar (por ejemplo, los gastos de transferencia de fondos), los que se abonan a terceras personas o empresas (corretajes, honorarios notariales e impuestos) o los gastos por seguros o garantías (salvo primas destinadas a garantizar a la entidad el reembolso del crédito en caso de fallecimiento, invalidez o desempleo, siempre que la entidad imponga su suscripción para la concesión del crédito). En España es obligatorio que la TAE figure en la documentación y publicidad tanto de los productos ahorro como en los préstamos.

4.10. TAE. CONCEPTO Y MODALIDADES.

En finanzas, la Tasa Anual Equivalente o de Equivalencia (TAE) es una referencia orientativa del coste o rendimiento efectivo anual de un producto financiero independientemente de su plazo. Su cálculo incluye la tasa de interés nominal, los gastos, comisiones, pagos e ingresos y permite comparar de una manera homogénea el rendimiento de productos financieros diferentes.

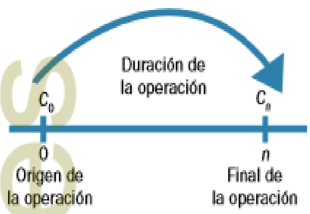

Fig. 6.4. Elementos de una operación financiera.

1.3. Elementos de una operación financiera

En toda operación financiera hay que tener en cuenta los siguientes elementos (Tabla 6.1, Fig. 6.4).

Origen de la operación	Corresponde al momento en el que comienza la operación financiera.
Final de la operación	Corresponde al momento en el que finaliza la operación financiera.
Duración de la operación	Es el periodo comprendido entre el origen y el final de la operación financiera.
Acreedor de la operación	Es la persona acreedora del capital que origina la operación financiera.
Deudor de la operación	Es la persona deudora del capital objeto de la operación financiera.
Condiciones de la operación	Corresponde a las variables de tiempo y de tanto de interés que se acuerden en la operación financiera.
Ley financiera	Es la ley que se acuerda entre las partes para el cálculo de las operaciones financieras, pudiendo ser de capitalización simple o compuesta.

Tabla 6.1. Elementos de una operación financiera.

4.11. CÁLCULO DEL TAE EN LAS DISTINTAS OPERACIONES FINANCIERAS:

El cálculo de la TAE es simplemente el cálculo del tipo de interés anual según el interés compuesto, donde los intereses obtenidos son remunerados al mismo tipo de interés (no son ignorados o trasladados en el tiempo). Además, el cálculo de la TAE debe incluir todos los pagos (incluidas comisiones u otros costes obligatorios como la contratación de seguros). Los pagos que incluir varían según el producto bancario de que se trate y vienen establecidos, en España, por la Circular 5/12 del Banco de España.3

Se calcula como el resultado de una fórmula matemática normalizada que tiene en cuenta el tipo de interés, comisiones bancarias, frecuencia de los pagos (mensuales, trimestrales, etc.) y otros gastos o ingresos.

4.11.1 OPERACIONES DE CAPITALIZACIÓN SIMPLE Y COMPUESTA.

La —capitalización simple‖ se basa en la determinación futura de un capital utilizando una fórmula no acumulativa. Es decir, el capital inicial genera unos intereses, pero estos no se añaden a dicha cuantía para calcular sus rendimientos futuros. En otras palabras: los rendimientos siempre se generan en base al capital original.

Para facilitar el cálculo de las operaciones financieras utilizaremos el tanto unitario o tanto por uno. Que se calcula dividiendo el tanto por ciento entre cien:

$$i = \frac{\text{tanto por ciento}}{100}$$

Por ejemplo, calcularemos así el tanto por uno del 8% anual.

$$i = \frac{8}{100} = 0.08 \text{ sera e tanto unitario}$$

a. Calculo del capital inicial

De la formula general de capitalización simple Cn= Co (1+n*i) conocido el capital final C, el tiempo n y el tanto unitario de interés ¡, fácilmente se puede calcular el valor de capital inicial Co, Despejando la formula por lo que quedaría.

$$C_0 = \frac{C_n}{(1 + n \cdot i)}$$, que se puede expresar también como: $\boxed{C_0 = C_n \cdot (1 + n \cdot i)^{-1}}$

Siendo (1+n*¡)-1 El factor de actualización o descuento en capitalización simple.

B) Calculo del tiempo

Partiendo la expresión Cn=Co (1+n-¡) y conocido capital inicial C. el capital final C, y el tanto de interés unitario ¡ se puede calcular el tiempo que dura la operación financiera despejando , quedaría:

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i) \rightarrow C_n = C_0 + C_0 \cdot n \cdot i \rightarrow C_n - C_0 = C_0 \cdot n \cdot i \rightarrow \text{De donde: } \boxed{n = \frac{C_n - C_0}{C_0 \cdot i}}$$

C. Calculo del tanto de Interés

Partiendo de la expresión Cn= Co (1+n*i) y conocido el Capital Inicial Co, El capital Final Cn y el tiempo que dura la operación n, se puede calcular el tanto de interés que se aplica a la operación financiera , despejando , quedaría

$$C_n = C_0 \cdot (1 + n \cdot i) \rightarrow C_n = C_0 + C_0 \cdot n \cdot i \rightarrow C_n - C_0 = C_0 \cdot n \cdot i \rightarrow \text{De donde: } \boxed{i = \frac{C_n - C_0}{C_0 \cdot n}}$$

Caso práctico. 1 Calculo del Capital Inicial

Calcula el capital que invertido al 7% de interés simple anual durante 3 años, alcanzo al cabo de los mismos un montaje de 3.630 €

Solución:

$$C_0 = C_n \cdot (1 + n \cdot i)^{-1}$$

$$C_0 = 3.630 \cdot (1 + 3 \cdot 0{,}07)^{-1}$$

$\mathbf{C_0 = 3.000}$ **€ es el capital que se invirtió**

Caso práctico. 2 Calculo del Tiempo

¿Durante cuánto tiempo se tiene que invertir un Capital de 5.000€ para que se conviertan en 6.000 € si el banco ofrece un interés de 10% simple anual?

Solución:

$$n = \frac{C_n - C_0}{C_0 \cdot i} \qquad n = \frac{6.000 - 5.000}{5.000 \cdot 0{,}1} \qquad \text{n = 2 años}$$

Caso práctico 3. Calculo del tanto de Interés

Una imposición a plazo fijo de 3.000 € durante dos años genero un montante de 3.300€ ¿Qué tanto por ciento de interés aplico el banco a esta operación?

Solución:

$$i = \frac{C_n - C_0}{C_0 \cdot n} \qquad n = \frac{3.300 - 3.000}{3.000 \cdot 2} \qquad i = 0{,}05 \qquad i = 5\ \%\ \text{anual}$$

TASAS DE INTERÉS

Los intereses bancarios, clasificación y funcionamiento

El interés bancario es el dinero que se obtiene o se paga por la cesión temporal de un capital. Su clasificación es por interés remuneratorio, o por interés de mora. Y en cuanto a su funcionamiento, es importante mencionar que la cuantía económica del interés, a pagar o cobrar, viene dada por las reglas del mercado, ya que no existe una limitación legal de los mismos.

El proceso es bastante sencillo. Se puede utilizar en inversiones o cuando un préstamo está en fase de carencia, es decir, cuando solo se pagan los intereses. La fórmula se aplica fundamentalmente en inversiones con una duración igual o inferior a un año (a corto plazo). Sin embargo, el periodo se puede extender durante más tiempo.

Para determinar los intereses obtenidos (I) se utilizan 3 factores fundamentales: capital inicial (C0), tasa de interés (Ti) y tiempo que dura la inversión (t):

I= C0 x Ti x t

Por ejemplo, si contamos con un capital inicial de 1.000 euros con una tasa de interés del 7% durante un año, realizaríamos esta operación: ―1.000 x 0,07 x 1‖, que nos diría que al terminar el año habríamos creado 70 euros de intereses. Ahora, si sumamos este importe al capital inicial obtenemos el capital final: 1.000 + 70 =1.070 euros. Con esto habríamos completado la fórmula completa:

Capital final = C0 + (Co x Ti x t)

Para que el cálculo sea correcto, debemos aplicar la tasa de interés y el tiempo de la inversión en la misma unidad temporal (en este caso, años). Si lo hubiesémos querido calcular en meses tendríamos que haber dividido el porcentaje anual entre 12, con lo que la fórmula habría quedado así: 1.000 x 0,005983 x 12 = 70.

Con esta fórmula podemos realizar también el cálculo inverso para determinar cuál fue el interés según los capitales final e inicial.

¿Qué es la capitalización compuesta?

A diferencia de lo que ocurre con el cálculo de la capitalización simple, la ―capitalización compuesta‖ incluye intereses productivos. Es decir, que el capital inicial va generando unos intereses que se van sumando a dicho importe para generar nuevos rendimientos. Para el cálculo se toman en consideración las mismas variables que con la fórmula anteriormente descrita.

BANCA DE INVERSIÓN

Tendencias en las inversiones en banca privada la realidad económica mundial ha cambiado de forma relevante durante los últimos años influyendo de manera decisiva en el estilo y la forma en que los inversores gestionan su patrimonio.

Imaginemos que, de nuevo, tenemos un capital inicial de 1.000 euros con un tipo de interés del 7% a un año; pero esta vez bajo la ley de capitalización compuesta.

¿Obtendremos el mismo rendimiento? La lógica nos dice que no, pero en periodos de un año los intereses generados son los mismos en ambas fórmulas. Comenzamos con el cálculo, que ahora tiene esta forma: Puede aplicarse a varios productos financieros e inversiones, sobre todo a fondos de inversión, productos de seguro de capital diferido y planes de pensiones; no se suele aplicar en el cálculo de créditos hipotecarios. Para entender mejor este término vamos a verlo con un ejemplo.

Capital final = C0 x ((1+Ti)^t)

^t = elevado por el periodo de tiempo.

De esta manera, tenemos 0,07+1 =1,07 que elevamos por el tiempo (1 año) y lo multiplicamos por los 1.000 euros del capital inicial. Esto nos da el mismo resultado que con la capitalización simple. Es decir, 70 euros de intereses que al sumar al capital inicial nos da 1.070 de capital final.

Las diferencias las notaremos en periodos diferentes al año. En el caso de periodos inferiores a este, la capitalización simple nos dará intereses superiores a la fórmula de capitalización compuesta; ocurrirá lo contrario en periodos superiores. Por esto, lo más lógico es que en el caso de las inversiones con periodos de hasta un año se aplique la capitalización sencilla y, a partir de ese punto, se utilicen cálculos de capitalización compuesta.

4.11.2. OPERACIONES DE CONSTITUCIÓN.

Las sociedades de capital se constituyen por contrato entre dos o más personas. La constitución exigirá escritura pública, que deberá inscribirse en el Registro Mercantil.

Esta escritura deberá ser otorgada por todos los socios fundadores y contener como mínimo la siguiente información:

La identidad del socio o socios.

La voluntad de constituir una sociedad de capital, con elección de un tipo social determinado, es decir, si queremos crear una sociedad limitada, anónima…

Las aportaciones que cada socio realice y la numeración de las participaciones o de las acciones atribuidas a cambio.

Los estatutos que rijan la sociedad haciendo constar:

- La denominación de la sociedad.
- El objeto social, determinando las actividades que lo integran.
- El domicilio social.

- El capital social, las participaciones o las acciones en que se divida, su valor nominal y su numeración correlativa.

- Forma de gobierno según el tipo de sociedad de capital que se trate.

- La identidad de la persona o personas que se encarguen de la administración y de la representación de la sociedad.

4.11.3. OPERACIONES DE AMORTIZACIÓN.

Reconocimiento de la pérdida gradual de valor de un activo fijo a lo largo de su vida física o económica, cediendo como gasto del ejercicio un porcentaje de su valor. Esa pérdida representa una cantidad económica que se cuantifica o amortiza y se divide entre los años de vida útil del activo.

Amortización de un activo a un ritmo superior al normal. En algunos casos (por ejemplo, en las máquinas de proceso de datos) se puede conseguir que la amortización sea fiscalmente deducible, a pesar de hacerse en un plazo inferior al habitual. Los métodos más usuales son el de un porcentaje fijo sobre lo que queda por amortizar y el de la suma de los dígitos de los años. A efectos fiscales y para incentivar la inversión, la Administración puede autorizar amortizaciones aceleradas para los bienes comprados durante un período o lugar determinado.

4.11.4. RENTABILIDAD DE ACTIVOS FINANCIEROS.

La rentabilidad de los activos o ROA es un ratio financiero que mide la capacidad de generar ganancias. Esto, tomando en cuenta dos factores: Los recursos propiedad de la empresa y el beneficio neto obtenido en el último ejercicio.

A diferencia de la rentabilidad financiera o ROE, el ROA no considera únicamente el patrimonio invertido por los accionistas, sino todos los activos de la compañía.

¿Qué es rentabilidad sobre los activos?

En tanto a la definición del ROA (la rentabilidad sobre los activos), se trata de una medida de la eficacia en la administración con la que se están generando utilidades frente a los activos que se tienen (sin importar el origen de estos: sean de inversión, financiación, etc.). En otras palabras, mide la capacidad de una empresa para generar ganancias**.** No debe confundirse con el ROE (rentabilidad financiera).

En cierto grado, este indicador puede ser utilizado como una medida de prevención: en caso de que el ROA venga en caída durante un tiempo, es necesario tomar medidas que mejoren la gestión de los recursos. Otra forma de utilizar el ROA es para la comparación de distintas formas de realizar una inversión, en tanto las empresas se encuentren dentro del mismo sector.

Las medidas que le pueden ayudar a aumentar el ROA de su empresa están enfocadas en aumentar el rendimiento**,** ya sea mediante una mejor gestión de los recursos que le permitan reducir costos o mediante el aumento de los precios (siempre y cuando exista un margen que lo permita).

Diferencia entre ROE y ROA

La diferencia entre la rentabilidad financiera o ROE y el ROA es que el primero considera, en lugar de los activos, el patrimonio, es decir, los recursos propios de la empresa, lo que aportaron los accionistas.

Por lo tanto, la interpretación del ROE es el retorno obtenido no por cada unidad monetaria invertida por la empresa, que puede tener una fuente interna o externa (deuda), sino que es el retorno conseguido por cada unidad monetaria que aportaron los socios.

Además, dado que los activos son igual al pasivo más el patrimonio (recordemos la ecuación contable), el ROE es mayor que el ROA, porque el denominador del ROA va a ser siempre más grande que el del ROE.

¿Cómo calcular la rentabilidad sobre los activos?

La fórmula para el **cálculo del ROA** o la rentabilidad de los activos es la siguiente:

Beneficios Netos / Activos Totales

En donde los beneficios netos se pueden entender como las utilidades totales. Luego estas se dividen entre los activos totales.

Ejemplo del cálculo de la rentabilidad los activos

Supongamos que una empresa desea conocer para 2014 la eficiencia que tiene en la generación de utilidades con respecto a sus activos totales en comparación con el año anterior. Suponiendo los siguientes datos:

• Para 2013 obtuvo una utilidad neta por un valor de $500.000.000 y un total de activos de $7.800.000.000.

El **ROA** para cada año se puede hallar de la siguiente forma:

ROA (2013) = $500.000.000 / $7.800.000.000 = 0,064

ROA (2014) = $800.000.000 / $7.000.000.000 = 0,114

A partir de estos resultados, se puede analizar que la empresa en cuestión presentó un mayor rendimiento para el año 2014 en comparación con el 2013 debido a que generó más utilidades empleando menos activos.

¿Cómo interpretar el indicador de rentabilidad sobre los activos?

Mediante el ejemplo mostrado anteriormente podrá darse cuenta de que un mayor valor del indicador se traduce en un mejor rendimiento sobre los activos que posee la empresa y, por tanto, se está haciendo una mejor gestión de los recursos dentro de la misma. A partir de la información que le arroje

¿Cómo se calcula el ROA?

Para calcular el ROA seguiremos la siguiente fórmula:

$$ROA = \frac{Beneficio\ neto}{Activos}$$

Es decir, estamos dividiendo el beneficio neto entre los activos de la empresa. En el numerador colocamos el resultado del estado de ganancias y pérdidas luego de descontar todos los gastos en los que ha incurrido la compañía. De igual modo, en el denominador tenemos los activos, es decir, todos los bienes y derechos de la compañía como maquinaria, existencias, cuentas a cobrar, entre otros.

Otra forma de calcular el ROA es como el margen neto por la rotación de activos:

$$ROA = Margen\ neto \times Rotación\ de\ activos$$

$$ROA = \frac{Beneficio\ neto}{Ventas} \times \frac{Ventas}{Activos}$$

Utilidad del ROA:

La utilidad del ROA está en que permite saber si la empresa está usando eficientemente sus activos. Si el indicador ha venido subiendo en el tiempo, es una buena señal.

Sin embargo, si cae, se deben implementar acciones para mejorar la gestión de los recursos. Una opción es reducir costos, para aumentar la utilidad neta. Igualmente, se puede elevar la rotación de los activos. Es decir, agilizar las transacciones de manera que quede menos stock inmovilizado de mercadería sin vender.

Otra manera de incrementar el ROA es subiendo los precios para obtener más ingresos. Sin embargo, esto es válido solo si la empresa tiene margen para encarecer sus productos sin perder clientes, por ejemplo, si se trata de bienes de lujo.

Otro punto importante es que el ROA sirve para comparar diferentes opciones de inversión. Esto, siempre y cuando las empresas pertenezcan al mismo sector o a negocios distintos donde el nivel de inversión que se necesite sea similar.

Ejemplo de cálculo del ROA:

Supongamos que una empresa tiene pasivos por US$ 100.000 y un patrimonio de US$ 50.000. Asimismo, obtuvo un beneficio antes de intereses e impuestos (BAIT) de US$ 10.000. Si los gastos financieros son de US$ 2.500 y la tasa impositiva es del 25% ¿Cuánto sería el ROA?

Primero calculamos los activos: Pasivos +Patrimonio= 100.000+50.000= US$ 150.000

Luego, obtenemos el beneficio antes de impuestos ↓

BAIT-Gastos Financieros = 10.000-2.500 = US$ 7.500

A este resultado le descontamos los tributos y tendremos el beneficio neto ↓

7.500-(0.25*7.500) = US$ 5.625

Finalmente, para hallar la rentabilidad de los activos realizamos la división correspondiente ↓

5.625/150.000=0,0375=3.75%

La interpretación del resultado sería que por cada unidad monetaria (en este caso dólares) invertida en los activos de la empresa, esta obtiene un retorno de 3,75 centavos o 0,0375 dólares.

Bibliografía básica y complementaria:

- Matemáticas Financieras, 5 Edición Autor: Alfredo Díaz Mata, Víctor Manuel Aguilera Gómez, EDITORIAL : MC-GRAW
- Título del libro: INGENIERIA ECONOMICA, Autor: LELAND T. BLANK, Editorial: MCGRAW HILL HIGHER EDUCATION, Año de publicación: 2011.
- Proceso Integral de la Actividad Comercial y Financiera. Autor: A,T Arias Rodríguez, Elea Lasa Zuluaga, Editorial : Mc-Graw-Hill