

TOPOGRAFÍA Y SUS APLICACIONES

TOPOGRAFÍA Y SUS APLICACIONES

Dante A. Alcántara García
Profesor titular de tiempo completo
Universidad Autónoma Metropolitana
Unidad Azcapotzalco

PRIMERA EDICIÓN EBOOK
MÉXICO, 2014

COMPAÑÍA EDITORIAL CONTINENTAL

Para establecer comunicación
con nosotros puede hacerlo por:



correo:
Renacimiento 180, Col. San Juan
Tlihuaca, Azcapotzalco,
02400, México, D.F.



fax pedidos:
(01 55) 5354 9109 • 5354 9102



e-mail:
info@patriacultural.com.mx



home page:
www.patriacultural.com.mx

Dirección editorial: Ing. Javier Enrique Callejas
Coordinadora editorial: Ing. Estela Delfín Ramírez
Revisión técnica: Ing. Ma. del Alba Camacho Reyes
ESIA-Zacatenco Profesora de la Academia de Vías Terrestres

Diseño de interiores: Cesar Leyva Acosta
Diseño de portada: Milton Comunicaciones

Topografía y sus aplicaciones

Derechos reservados respecto a la primera edición:

@ 2014, Dante A. Alcántara García

@ 2014, GRUPO PATRIA CULTURAL S.A. DE C.V.

bajo el sello de Compañía Editorial Continental

Renacimiento 180, Colonia San Juan Tlihuaca

Delegación Azcapotzalco, Código Postal 02400, México, D.F.

Miembro de la Cámara Nacional de la Industria Editorial
Registro Núm. 43

ISBN: 978-607-438-943-2

Queda prohibida la reproducción o transmisión total o parcial del contenido de la presente obra en cualesquiera formas, sean electrónicas o mecánicas, sin el consentimiento previo y por escrito del editor.

Impreso en México
Printed in Mexico

Primera edición ebook: 2014

CONTENIDO

Reconocimientos	ix
Prólogo	xi
Tema 1. Introducción	1
1.1 Definición y objeto de la topografía	2
1.2 Aspecto histórico	2
1.3 Actividades y divisiones para su estudio	4
1.4 Aplicaciones a diversas profesiones	5
1.5 Cadenas	5
1.6 Valores	7
Tema 2. Planimetría	9
2.1 Coordenadas de los puntos	9
2.2 Distancias entre dos puntos de poligonales	9
2.3 Determinación de ángulos	25
2.4 Levantamientos topográficos que se pueden realizar con la brújula o con el teodolito	56
2.5 Convenciones de representación gráfica	60
2.6 Determinación de áreas por medida directa	65
2.7 Determinación de valores mediante el cálculo	68
2.8 Compensación angular de una poligonal	70
2.9 Cálculo de los rumbos de los lados de una poligonal	71
2.10 Compensación lineal de una poligonal	71
2.11 Precisión	77
2.12 Coordenadas en función de ángulos y distancias	79
2.13 Distancias y ángulos	80
2.14 Cálculo de áreas	81
2.15 Ejemplo de aplicación de un levantamiento realizado con tránsito y cinta mediante una poligonal auxiliar	84
2.16 Área bajo la curva	87
Problemas	88
Tema 3. Altimetría	99
3.1 Conceptos generales	99
3.2 Tipos de nivelación	99
3.3 Comprobaciones de una nivelación	111
3.4 Nivelación trigonométrica o indirecta	113
3.5 Nivelación barométrica	115
3.6 Determinación de valores por cálculo	117
3.7 Errores y tolerancias	119
3.8 Compensación de una nivelación	121

3.9	Volúmenes por secciones transversales y por prismas	122
	Problemas.....	125
Tema 4. Planimetría y altimetría simultáneas, determinación de valores		191
4.1	Descripción	131
4.2	Estadía	131
4.3	Configuración de un terreno	136
4.4	Determinación de valores mediante el cálculo.....	140
4.5	Taquímetro autorreductor.....	143
4.6	Plancheta.....	146
	Problemas.....	148
Tema 5. Nociones sobre el proyecto geométrico de caminos		151
5.1	Generalidades	151
5.2	Alineamiento horizontal	157
5.3	Alineamiento vertical.....	171
5.4	Replanteo del camino	184
	Problemas.....	187
Tema 6. Agrodesia		191
6.1	División de terrenos.....	191
6.2	Fraccionamientos.....	196
Tema 7. Orientación astronómica		209
7.1	Generalidades	209
7.2	Repaso de cosmografía	212
7.3	Repaso de trigonometría esférica y su relación con el triángulo astronómico	219
7.4	Determinación de la latitud (ϕ) de un punto cualquiera de la superficie terrestre	226
7.5	Determinación del valor del acimut de una línea por métodos de la astronomía de posición	236
7.6	Determinación del acimut de una línea utilizando un giróscopo	245
Tema 8. Fundamentos de la triangulación y trilateración topográficas		249
8.1	Triangulación.....	249
8.2	Trilateración	263
Tema 9. Nociones de topografía subterránea		267
9.1	Generalidades	267
9.2	Formas de penetración al terreno	269
9.3	Lumbreras y túneles	271
9.4	Levantamientos subterráneos	275
9.5	Determinación de volúmenes	277
Tema 10. Breve estudio de la fotografía aérea		281
10.1	Antecedentes	281
10.2	Definiciones	281
10.3	Fotografía de eje vertical, inclinado y alto inclinado.....	282
10.4	Geometría de una fotografía	282

10.5	Elementos necesarios	286
10.6	Fotografía aérea en blanco y negro	288
10.7	Fotografía aérea en color	289
10.8	Estereoscopia	289
10.9	Mosaicos fotogramétricos	293
10.10	Apoyo topográfico	294
10.11	Propagación del apoyo terrestre	296
10.12	Restitución fotogramétrica	299
10.13	Aplicaciones	302
10.14	Fundamentos de fotointerpretación	303
10.15	Cartografía aplicada	315
	Problemas	319
Tema 11. Levantamientos en lagos, ríos y costas		321
Tema 12. Sistema de Posicionamiento Global (GPS)		331
Apéndice A. Conjunto de instrumentos topográficos		357
Bibliografía		373
Índice alfabético		377

RECONOCIMIENTOS

La realización de un libro técnico requiere del apoyo de diversos elementos y, sobre todo, la colaboración de varias personas. En ese sentido, esperando no cometer omisiones (y de haberlas tengan la seguridad de que estas serían involuntarias), hago patente mi agradecimiento a las siguientes personas:

Al ingeniero Leoncio Olvera Escorcía, quien al escribir el prólogo del presente libro le confirió otra dimensión, además de su permanente apoyo para la realización de este material.

Al señor ingeniero Sabro Higashida Miyabara (q.p.d.), quien en diferentes ocasiones me asesoró y orientó.

Además, desde estas líneas, quiero rendir un homenaje al ingeniero Higashida por su trayectoria como profesional y catedrático de topografía, como autor de varios libros y publicaciones, pero fundamentalmente como ser humano, razones por las que siempre estará presente entre quienes tuvimos el honor de conocerlo.

Por sus comentarios, así como por el material que elaboro y me proporciono acerca del tema: “Estudio breve de la fotografía aérea”, expreso mi agradecimiento al ingeniero Ramón Álvarez Valadez.

Al doctor Ignacio Canals Navarrete por su participación en la deducción de la fórmula para determinar la latitud de un lugar por medio de dos posiciones del Sol, incluida en el tema de Orientación astronómica.

Al ingeniero José L. Higuera Moreno por el material proporcionado y sus comentarios para la realización de los contenidos de Orientación astronómica.

A los ingenieros Alfredo Fernández, Fernando García y Alfredo González de la Comisión Federal de Electricidad por el material proporcionado para el tema de “Levantamientos en lagos, ríos y costas.

Quiero agradecer también a los ingenieros Ricardo López Ramírez (ESIA-Zacatenco IPN), José Antonio Dimas Chora (FES-Aragón), Carlos A. Herrera Anda (Universidad La Salle), René Gómez Díaz (CETIS Núm. 33 SEP), y en especial al Doctor Jorge Caire Lomelí (Facultad de Filosofía y Letras UNAM) por la evaluación técnica que realizaron

del manuscrito, cuyos comentarios y sugerencias fueron de gran utilidad para mejorar el texto. Así mismo, agradezco a la Maestra María Alba Camacho (ESIA-Zacatenco IPN) por su revisión técnica, que fue de gran ayuda para mejorar el material. Agradezco al ingeniero Antonio Velasco Calva su colaboración en la preparación de los problemas que se incorporaron al libro.

Por último expreso mi agradecimiento, tanto por su anuencia para mencionar sus productos así como los de las empresas que representan como por el material fotográfico que cortésmente me proporcionaron para ilustrar el libro, a las siguientes firmas comerciales (por orden alfabético):

- Abreco. Precisión Topográfica
- Leica de México, S. A.
- Taller Topográfico Quintero

PRÓLOGO

No hay ninguna discusión en cuanto a que el avance tecnológico ha revolucionado el mundo, y desde luego la topografía no es la excepción. Dicho avance ha permitido el desarrollo de los equipos y métodos de medición y, sobre todo, se ha popularizado en el uso que han alcanzado los sistemas de posicionamiento por satélite.

Lo anterior permite que en la actualidad la toma de información en el campo sea cada vez más fácil y segura en cuanto a la certidumbre y calidad de los datos recolectados, así como a que esta recolección masiva de información nos permita representar en los planos situaciones más fidedignas en un terreno real.

En diversas ocasiones escucho la preocupación del profesional involucrado en la ingeniería topográfica referente a que con todos estos nuevos métodos y equipamientos, su trabajo se encuentra en peligro, situación que desde mi punto de vista es errónea, ya que todos estos cambios únicamente generan más posibilidades de desarrollo para él.

Actualmente es común recolectar información a través de métodos por satélites y por sistemas en los que están referidas estas tecnologías, por lo que es imprescindible el trabajo de un profesional de la Ingeniería Topográfica para realizar el manejo adecuado de los diferentes sistemas de coordenadas empleados, así como un manejo preciso de las diferentes proyecciones utilizadas.

Por todo esto, es importante contar con bases apropiadas que permitan un conocimiento adecuado y eficaz para poder adaptarnos a estos cambios de tecnología, ya que es de tomarse en cuenta que el peligro que se corre con todo el desarrollo del nuevo equipamiento es de que terminemos convirtiéndonos en “aprieta botones” sin tener la certeza del cómo y porqué de los resultados obtenidos.

Si bien este libro está dirigido a estudiantes de las distintas ramas de la ingeniería que requieren de conocimientos de topografía, tales como Ingeniería Topográfica, Civil, Geología, Geofísica; así como para estudiantes de Arquitectura y alumnos de bachillerato con capacitación tecnológica, todos deben estar conscientes de lo mencionado en las primeras líneas de este prólogo, ya que en su desarrollo profesional convivirán de una u otra manera con la Topografía, por lo que en la medida de cada una de las necesidades e intereses el contar con bases sólidas les permitirá a lo largo del tiempo una mejor y más duradera relación en el caso de que el involucrado desee continuar con sus estudios de Ingeniería Topográfica.

Así pues, para el profesional de la Ingeniería Topográfica le vienen buenos tiempos gracias a los nuevos métodos y equipamientos, los cuales vendrán de la mano de una mayor preparación personal y del manejo de la personalidad adecuada que le permita afrontar este reto que también implica

un cambio en la imagen que hasta ahora se ha tenido.

Finalmente, considero que todos los usuarios de este texto encontrarán la información desarrollada de una manera adecuada para adquirir los conocimientos básicos de la Topografía y generar inquietudes en aquel o aquellos usuarios que requieran profundizar más en cada uno de los temas.

Quiero agradecer al Ing. Dante Alfredo Alcántara García por el honor de permitirme es-

cribir estas notas en su libro, y asimismo felicitarlo por su iniciativa en generar material que permita al futuro profesional involucrarse en esta disciplina, presentándole el material adecuado que lo guíe de una manera lógica y clara en el conocimiento básico y fundamental para el logro de sus objetivos, e incluso que le sirva de apoyo en su trabajo cuando, de ser el caso, viva de la Topografía.

Leoncio Olvera Escorcía
Ing. Topógrafo y Fotogrametrista
Ex Presidente del XVI Consejo Directivo del
Colegio de Ingenieros Topógrafos, A.C.
Gerente Regional para México y
Centroamérica de Leica Geosystems

INTRODUCCIÓN



La topografía es de gran importancia para todos los que desean realizar estudios de bachillerato tecnológico con capacitación en topografía, o para quienes realizan estudio de licenciatura en disciplinas como la ingeniería, así como para los estudiantes de arquitectura, no sólo por los conocimientos y habilidades que puedan adquirir, sino por la influencia didáctica de su estudio. En el pasado, en México se impartían conocimientos básicos de topografía en la enseñanza primaria, en el cual se empleaba como libro de texto el *Curso elemental de topografía práctica*, de Manuel M. Zayas (Ed. Herrero H. Suc., México [1906]). En este libro se destaca lo necesario y conveniente desde el punto de vista pedagógico, del estudio de esta disciplina, y se menciona: “suministra el método y los procedimientos adecuados para realizar una gran parte de la educación científica de los jóvenes por medio de esta asignatura”. La intención y el contenido del libro no pretende que los estudiantes llegaran a ser expertos en la materia, como pudiera serlo un ingeniero o un técnico topógrafo, o de cualquier otra disciplina que hubiese llevado cursos de este tipo, pero sí resulta un puente muy importante entre los conocimientos teóricos, de aritmética y geometría, y la práctica. También resulta muy importante para otros cursos, como el de geografía, por la

posibilidad de entender e interpretar mapas. En fin, abre un horizonte más amplio para la asimilación de otros conocimientos y quita la aridez que a veces se considera a ciertas materias. En la actualidad no se imparten cursos de este tipo a los niños, por la diversidad de temas que se cubren en los programas de estudio. Los libros de texto gratuito incluyen algunos temas teóricos de la topografía, pero sería más provechoso que se dieran nociones y prácticas de esta ciencia.

Con la referencia anterior se desea despertar la inquietud y el interés de quienes esto lean. Es clara la utilidad de ese ejercicio mental, a nivel de educación primaria; pero es más evidente la utilidad y la necesidad del conocimiento de la topografía para estudiantes de ingeniería y arquitectura.

Este libro de consulta básica podrá lograr cubrir los aspectos antes mencionados y que constituya un estímulo para el lector, que lo impulse a profundizar el tema y auxilie a quienes lo consulten. Para ello, se ha tratado de exponer en forma accesible los conocimientos básicos de la topografía.

Tanto la organización y la distribución de los temas obedecen a una larga experiencia basada en una compilación de diversos autores, apuntes de clases, etc., así como en la labor docente y el ejercicio profesional del autor.

1.1 Definición y objeto de la topografía

Es una ciencia aplicada que se encarga de determinar las posiciones relativas o absolutas de los puntos sobre la Tierra, así como la representación en un plano de una porción (limitada) de la superficie terrestre; es decir, estudia los métodos y procedimientos para hacer mediciones sobre el terreno y su representación gráfica o analítica a una escala determinada. También ejecuta replanteos (trazos) sobre el terreno para la realización de diversas obras de ingeniería, a partir de las condiciones del proyecto establecidas sobre un plano. Asimismo, realiza trabajos de deslinde, división de tierras (agrodensia), catastro rural y urbano, así como levantamientos y trazos en trabajos subterráneos.

En la práctica de la topografía es necesario tener conocimientos de matemáticas, así como un adiestramiento sobre el manejo de instrumentos para hacer mediciones. Para comprender mejor esta ciencia y profundizar en ella, es necesario tener conocimientos de física, cosmografía, astronomía, geología y otras ciencias.

Además, la topografía está en estrecha relación con la geodesia y la cartografía. La primera se encarga de determinar la forma y dimensiones de la Tierra, y la segunda de la representación gráfica, sobre una carta, mapa o un plano, de una parte de la Tierra o de toda ella.

Entre la topografía y la geodesia hay diferencia en los métodos y procedimientos de medición y cálculo, pues la primera realiza sus trabajos en porciones relativamente pequeñas de la superficie terrestre, considerándola como plana, en tanto que la geodesia toma en cuenta la curvatura terrestre, y sus mediciones son sobre extensiones más grandes: poblados, estados, países, continentes o la Tierra misma.

La representación gráfica de estas mediciones la realiza otra ciencia, la cartografía, que proyecta sobre un plano las partes del esferoide terrestre; en cambio el dibujo topográfico proyecta las medidas sobre una superficie en un plano.

Para ilustrar una idea general, veamos lo siguiente:

Si se compara la diferencia angular entre un triángulo plano y uno esférico, proyectados sobre

la superficie terrestre, cuyas áreas midan 200 km^2 de superficie, habrá una diferencia angular de sólo un segundo de arco. Los errores se pueden presentar por considerar una superficie plana y serán importantes en la medida en que se incremente su tamaño y se requiera mayor precisión. Así, sería necesaria una topografía más precisa a la intervención de procedimientos geodésicos.

Para comprender mejor lo anterior, véanse las figuras 1-1 y 1-2.

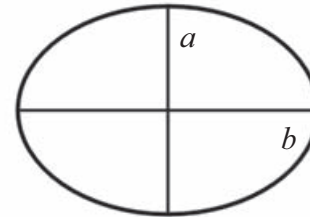


Figura 1-1.

$$b = 6\,378\,206.4 \text{ m}$$

$$a = 6\,356\,583.8 \text{ m}$$

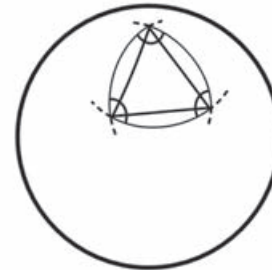


Figura 1-2. Se exagera el tamaño del triángulo, a fin de resaltar la explicación dada en el texto.

1.2 Aspecto histórico

Se desconoce el origen de la topografía, y se cree que fue en Egipto donde se hicieron los primeros trabajos topográficos, según referencias por escenas representadas en muros, tablillas y papiros, de hombres realizando mediciones del terreno.

Fueron los egipcios los primeros que conocían la ciencia pura, que luego los griegos lo bautizaron como geometría (medida de la Tierra) y su aplicación, en lo que se consideró como topografía, o mejor dicho etimológicamente, “topometría”. Desde hace más de 5 000 años existía la división de parcelas con fines fiscales, así como para marcar linderos ante las avenidas del Nilo.

A partir de que el hombre se hizo sedentario y comenzó a cultivar la tierra, nació la necesidad de hacer mediciones o, como señala el ingeniero geógrafo francés P. Merlín, la topografía “nació al mismo tiempo que la propiedad privada”.

La realidad histórica de la topografía se ha presentado en forma aislada, como tablilla de barro encontrada en Ur, en Mesopotamia, que data de tres siglos antes de nuestra era, y los testimonios encontrados en diversas partes del mundo; pero es en Egipto donde se han obtenido mejores referencias.

En Egipto, las mediciones hechas por los primeros cadeneros o estira cables, como los llamaban, se realizaban con cuerdas anudadas, que correspondían a unidades de longitud convencionales, como el denominado “codo”. Cada nudo estaba separado en la cuerda por el equivalente de 5 codos, equivalentes a 2.5 metros.

Tener la necesidad de medir regiones más o menos extensas gestó conocimientos empíricos y rudimentarios que después evolucionaron. Al principio el hombre usó como patrones de medida las cosas que le eran familiares, incluso su propio cuerpo; por ejemplo, la alzada de un caballo era medida en palmos, es decir, tantas veces la anchura de la mano. La distancia entre las puntas del dedo meñique y del dedo pulgar, con la mano totalmente extendida, era considerada como medio codo, y ésta era la distancia entre el codo y la punta de los dedos. El pie fue otra medida y se le consideraba como las tres cuartas partes del codo.

La altura del hombre o braza era considerada de cuatro codos, pero estas unidades de medida presentaban dificultades debido a las distintas tallas entre los individuos. Por eso, hacia el año 3000 a.C. se estableció en Egipto el codo real como patrón de medida convencional, tal vez basado en la medida del “codo” de algún faraón, cuya dimensión era de 52.3 centímetros. Luego se construyó un cuadrado de un codo por lado y la diagonal resultante, llamada doble ramen, la hicieron su unidad de medida para la medición de terrenos.

Por otra parte, sumerios, persas y griegos dieron otras diferentes longitudes a la unidad de medida llamada codo; otros pueblos también la usaban, y así en la Biblia aparecen referencias a estas

unidades para mediciones de objetos, de terrenos, construcciones, etc. También hay datos relativos a elementos utilizados en topografía. A continuación se transcriben algunos versículos que ilustran lo antes dicho.

I Reyes 6:2

“Y la casa que el Rey Salomón le edificó al Señor, tenía sesenta codos de longitud y veinte de anchura y treinta de altura.”

I Reyes 6:3

“Y el pórtico enfrente del templo tenía veinte codos de longitud enfrente de lo ancho de la casa. Tenía diez codos de fondo enfrente de la casa.”

Amós 7:7

“Esto es lo que me hizo ver, y miré ¡el Señor estaba apostado en un muro hecho con plomada, y tenía una plomada en la mano!”

Ezequiel 40:47

“Y se puso a medir el patio (interior). La longitud era de cien codos y la anchura de cien codos.”

Josué 18:14

“Consíganse tres hombres de cada tribu y déjenme enviarlos para que levanten y recorran la tierra y delineen mapas de acuerdo con su herencia y que vengan a mí.”

Hay muchas referencias en la Biblia respecto a las unidades. Algunas hebreas son: un dedo = 0.023 m, una palma = 0.0927 m = 4 dedos; un palmo = 0.278 m = 3 palmas; un codo = 0.347 m; una jornada de sabat = 1281 m, etcétera.

También los griegos buscaron explicaciones racionales del “porqué” y la lógica de las cosas, y dieron forma a lo que designaron como geometría (medida de la Tierra) unos 500 años a.C. Son notables las aportaciones que hicieron a la geometría por parte de Tales de Mileto, Pitágoras y Euclides. Todos ellos y posteriormente Arquímedes y Apolonio de Pérgamo continuaron con el desarrollo de esta

ciencia. Varios siglos permaneció un tanto estancado el avance de la geometría, porque ni griegos, romanos, árabes o persas hicieron aportaciones. Ya en los albores de nuestra era, Herón, Tolomeo y Papo dieron nuevas aportaciones. Herón encontró la fórmula para la determinación del área de un triángulo en función de sus lados:

$$A = \frac{1}{2} \sqrt{P(P - a)(P - b)(P - c)}$$

en la que P es el semiperímetro y es igual a

$$\frac{a + b + c}{2}$$

donde a , b y c son los lados de un triángulo; además fue una figura destacada y una autoridad entre los topógrafos de su época. Escribió varias obras dedicadas a procedimientos y métodos de medición que fueron utilizados por ingenieros de esa época.

Por ejemplo, Tolomeo demostró la inscripción de cuadriláteros a la circunferencia, en donde el producto de sus diagonales es igual a la suma de los productos de los lados opuestos, también Papo fue célebre por el cálculo de superficies generadas por una línea que gira sobre un eje situado en su plano, así como de volúmenes producidos por rotación de superficies alrededor de un eje.

Con un sentido más práctico, los romanos desarrollaron la arquitectura y la ingeniería, aplicando los conocimientos heredados de los egipcios y griegos.

Además trazaron mapas con fines bélicos y catastrales, construyeron caminos, ciudades, presas, puentes, canales, etc., debido a la expansión de su imperio; para ello era indispensable el desarrollo de métodos e instrumental topográfico.

En el siglo I d.C., Frontino escribió el *Tratado de topografía*; luego en el siglo IV apareció el *Codex Acerianus* y el *Arte de medir la Tierra*, escrito por Inocencio, en los que se constatan las aportaciones romanas a la topografía.

En la Edad Media los árabes lograron avances, sobre todo, en la astronomía y la geografía.

Gracias a los grandes descubrimientos se avanzó en la elaboración de mapas y planos, con lo cual los trabajos de topografía y los geodésicos avanzaron en su técnica e instrumental. Con la aparición del telescopio a finales del siglo XVI y principios

del XVII, tuvieron un gran avance, y se realizaron trabajos espectaculares en el aspecto de la forma y tamaño de la Tierra. Nombres como Picard, Snellius y Casini fueron muy importantes para el conocimiento y desarrollo de la topografía y el establecimiento de los fundamentos de la geodesia y de la cartografía modernas.

El aumento de la población mundial, así como las necesidades de comunicación, vivienda, desarrollo de la producción agrícola y expansión territorial, hicieron que esta disciplina superara la época de sus métodos primitivos.

La topografía avanzó notablemente después de los grandes movimientos bélicos a través de la historia. En la actualidad existe una urgente necesidad de elaborar planos y mapas topográficos con alta precisión, para determinar límites entre países, tareas en las que se complementa con la geodesia.

El aumento del costo de los terrenos y el progreso de la última parte del siglo XIX y, sobre todo, del siglo XX, hizo que se inventaran instrumentos y métodos en forma vertiginosa. En efecto, sobre todo en las últimas décadas, se han conseguido más avances científicos y tecnológicos que en todos los siglos anteriores. Así, ahora contamos con teodolitos de alta precisión, tanto ópticos como electrónicos, distanciómetros electrónicos de fuente luminosa y de fuente electromagnética, colimadores láser, la percepción remota por medio de fotografías aéreas, imágenes de satélites artificiales y el radar, que facilitan los trabajos topográficos.

1.3 Actividades y divisiones para su estudio

Las actividades principales de la topografía se realizan en el campo y el gabinete. En el primero se efectúan las mediciones y recopilaciones de datos suficientes, y en el segundo para dibujar en un plano una figura semejante al terreno que se desea representar. A estas operaciones se les denomina levantamientos topográficos (figura 1-3).

Sobre los planos se hacen proyectos (urbanizaciones, caminos, instalaciones deportivas, etc.), cuyos datos y especificaciones deben replantearse posteriormente sobre el terreno, a esta operación se le conoce como trazo.

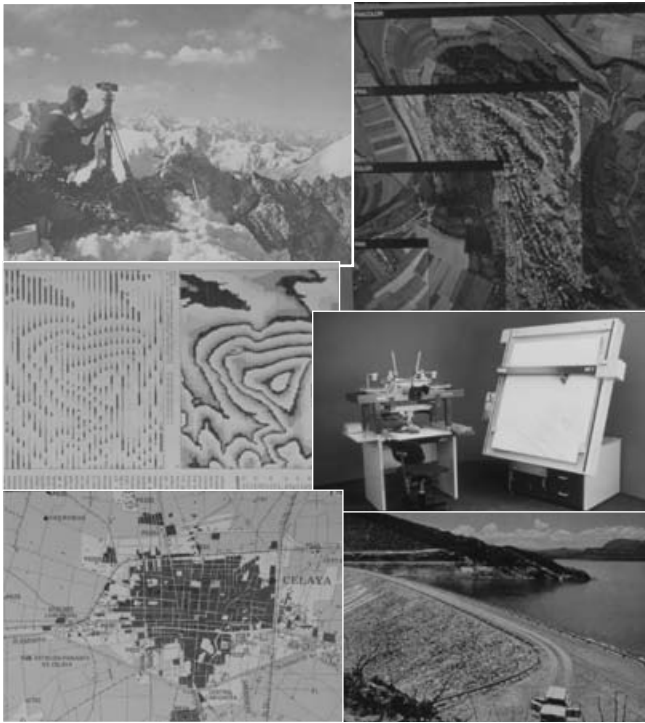


Figura 1-3. Obtención de planos por fotogrametría.

Entre las actividades de gabinete se encuentran los métodos y procedimientos para el cálculo y el dibujo.

La topografía se divide en: planimetría o planimetría, altimetría, planimetría y altimetría simultáneas, triangulación, trilateración y fotogrametría.

1.4 Aplicaciones a diversas profesiones

La topografía tiene aplicaciones en la ingeniería agrícola, tanto en levantamientos como trazos, deslindes, divisiones de tierra (agrodésia), determinaciones de áreas (agrimensura), nivelación de terrenos, construcción de bordos, canales y drenes. En la ingeniería eléctrica: levantamientos previos y trazos de líneas de transmisión, construcción de plantas hidroeléctricas, instalación de equipo para plantas nucleoeléctricas, etc. En la ingeniería mecánica e ingeniería industrial: Para la instalación precisa de máquinas y equipos industriales, configuraciones de piezas metálicas de gran precisión, etc. En la ingeniería minera: Para el levantamiento y trazo de túneles, galerías y lumbreras, cuantificaciones de volúmenes extraídos, etc. En la

ingeniería geológica: En la relación de las formaciones geológicas, determinación de configuraciones de cuencas hidrológicas, como apoyo fundamental de la fotogeología, etc. En la ingeniería civil: En los trabajos topográficos antes, durante y después de la construcción de obras, como carreteras, ferrocarriles, edificios, puentes, canales, presas, fraccionamientos, servicios municipales, etcétera.

Existen otras ramas, como la ingeniería hidráulica, forestal, ambiental o la arquitectura, pero la topografía, al hacer por medición directa o por cálculo, o bien, por restitución fotogramétrica, la representación gráfica del terreno constituye el punto de partida de diversos proyectos que requieren información de la posición, dimensiones, forma del terreno, etc., sobre el cual se va a realizar cualquier obra o un estudio determinado.

1.5 Cadenas

Definiciones

Ya se mencionó que la topografía es una aplicación de la geometría, en la que tenemos una correspondencia entre los elementos geométricos y su materialización sobre el terreno.

Así, en geometría, una cadena (puede ser abierta o cerrada) es una sucesión de elementos geométricos (figura 1-4).

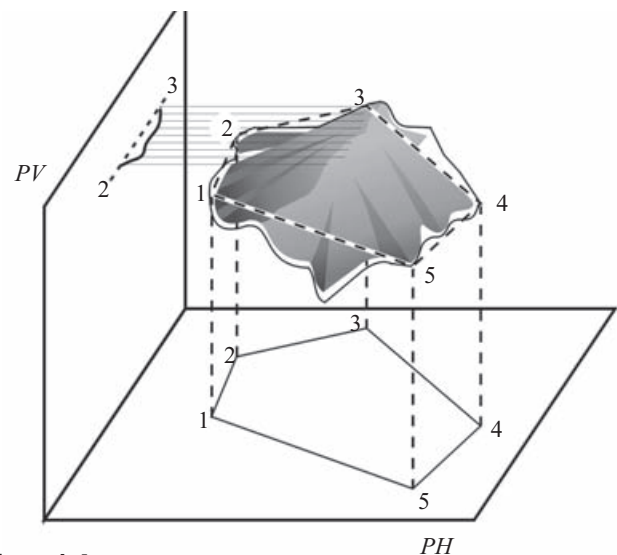


Figura 1-4.

Elemento geométrico. La geometría forma parte de un todo; por ejemplo, sus elementos son: los puntos, las líneas rectas y curvas, el sentido de una línea.

Objeto geométrico. Es “algo de lo que se habla en geometría”; pueden ser elementos en forma individual o ligada; por ejemplo, los puntos, las rectas, las curvas, diagonales, contornos, superficies, cuerpos, etcétera.

Cadena geométrica. Es un conjunto de elementos geométricos ligados entre sí.

Cadena topográfica

Esta cadena es una sucesión de elementos auxiliares, como vértices y lados, que se materializan sobre el terreno y se proyectan sobre un plano, para identificarlos como puntos, líneas, etc., como elementos de una cadena geométrica o poligonal.

La *planimetría* o *cadena planimétrica* es una de las divisiones de la topografía, que consiste en proyectar sobre un plano horizontal los elementos de la cadena o poligonal sin considerar su diferencia de elevación (figura 1-4).

La *altimetría* o *cadena altimétrica*, es la parte de la topografía que estudia la elevación de los puntos sobre la superficie terrestre, para dar su posición relativa o absoluta, y la proyecta sobre un plano vertical; referida a un plano de comparación cualquiera o a una superficie de comparación como el nivel del mar. La determinación de los valores correspondientes se consigue mediante su operación fundamental, que recibe el nombre de nivelación y puede considerarse como un tipo de levantamiento (figura 1-4).

La *planimetría y altimetría simultáneas*, son la parte de la topografía que estudia los métodos y procedimientos de medición y representación gráfica de los elementos que componen las cadenas planimétrica y altimétrica simultáneamente (figura 1-5).

Sistemas de referencia

Los planos del meridiano, del horizonte y el vertical, se usan en topografía para proyectar sobre ellos los objetos geométricos para conocer su posición en dos o tres dimensiones, formando sistemas de coordenadas (x, y) , (x, y, z) , (n, e) , (r, θ) , que

son distancias a los ejes de referencia contenidos en los planos ya mencionados (figura 1-6).

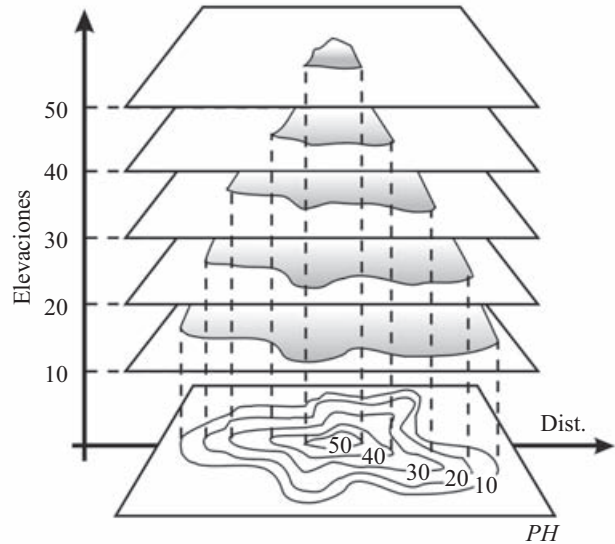


Figura 1-5.

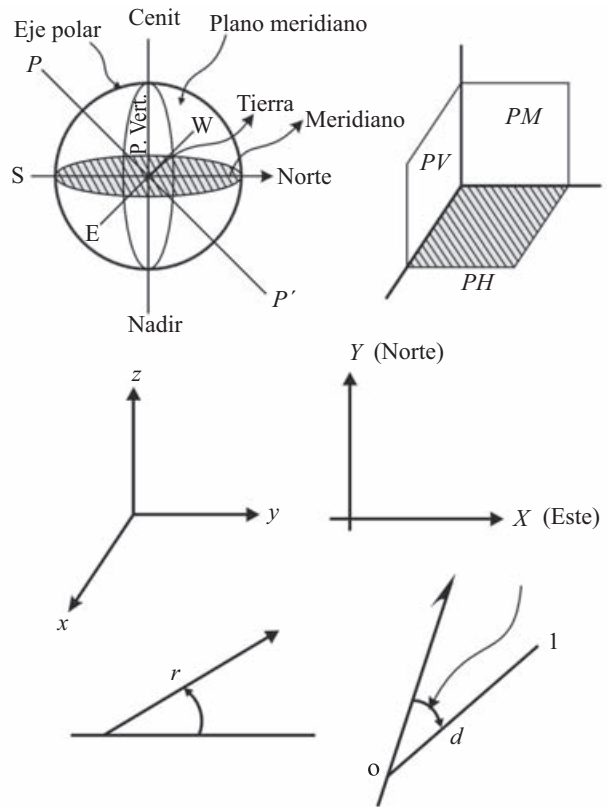


Figura 1-6.

Plano meridiano. Es el que pasa por un punto cualquiera de la Tierra, y contiene el eje polar; divide la esfera celeste en dos partes iguales, describiendo un círculo máximo por el cual pasa la línea cenit-nadir (vertical del lugar).

Plano del horizonte. Es un plano perpendicular a la vertical que pasa por un punto cualquiera de la Tierra, describiendo otro círculo máximo, como el que se describe del plano meridiano.

Meridiano. Es la línea que resulta de la intersección del plano-meridiano con el plano del horizonte. Se le conoce como línea norte-sur o meridiana.

Plano vertical. Es un plano perpendicular a los planos del horizonte y del meridiano y contiene la vertical del lugar.

1.6 Valores

En este apartado estudiaremos los valores correspondientes a los diversos elementos geométricos, en forma aislada o concatenada.

Medidas de longitud	Sistema inglés	Sistema Internacional de Unidades (en metros)
milímetro	0.03937 pulg	0.001
centímetro	0.39370 pulg	0.010
decímetro	3.93700 pulg	0.100
metro	1.09360 yard 3.28080 pies	
	39.37000 pulg	1.000
decámetro	10.93600 yard	10.000
hectómetro	109.36100 yard	100.000
kilómetro	0.62137 millas	1000.000
pulgada	0.08330 pies	0.0254
pie	12.00000 pulg	0.3048
yarda	3.00000 pies 36.00000 pulg	0.9144
milla	1 760.00000 yard	
	5 280.00000 pies	1609.3410
vara		0.8380
legua		4019.0000

Valores conocidos

Siempre es posible conocer o establecer las coordenadas de un punto.

Valores desconocidos

Son las distancias entre los puntos o vértices de una poligonal, sus ángulos, las direcciones de sus lados, el área del terreno o de una poligonal y, en su caso, los volúmenes que se requieran.

Sistema de unidades

En general, se usan las unidades del Sistema Internacional de Unidades, y se incluyen las equivalencias con el sistema inglés; también se usan unidades de medida usadas en el pasado, pero que se presentan en escrituras y documentos de tipo legal, en relación con terrenos, deslindes, etcétera.

De acuerdo con las consideraciones anteriores, a continuación se da un cuadro de las medidas más usuales en topografía, así como sus equivalencias.

Áreas	Sistema inglés	Sistema Internacional (m²)
metro cuadrado	1.196 yard cuadr. 10.764 pies cuadr.	
	1 550.000 pulg cuadr.	1.000
área	119.600 yard cuadr.	1 00.000
hectárea	100.000 áreas 2.471 acres	1 000.000
kilómetro cuadrado	100.000 hectáreas 0.386 mill. cuadr.	1 000 000.000
pulgada cuadrada	0.007 pies cuadr.	0.000542
pie cuadrado	144.000 pulg cuadr.	0.078027
yarda cuadrada	9.000 pies cuadr. 1 296.000 pulg cuadr.	0.836130
acre	4 840.000 yard cuadr. 43 560.000 pies cuadr.	
	0.405 hectáreas	4 046.870
varas cuadradas		0.7072

Volumen	Sistema inglés	Sistema Internacional (m³)
metro cúbico	1.308 yarda cúbica	
	35.315 pies cúbicos	
	264.189 galones	1.000
pie cúbico	0.037 yarda cúbica	
	1 728.000 pulg cúbica	
	7.473 galones	0.0217956
pulgada cúbica	0.000579 pies cúbicos	0.00001261
galón	231.000 pulg cúbica	0.0037853
Otras equivalencias útiles		
360°	= 400°	
0.9°	= 1 ^{oo} = 0.0157097 rad	
0.01°	= 1 ^c = 0.009° = 00°00'32.4"	
0.0001°	= 1 ^c = 0.00009° = 00°00'00.324"	
en los que:		
o ' "	= grados, minutos y segundos de arco, sexagesimales	
g c cc	= grados, minutos y segundos de arco, centesimales	
rad	= radianes	
π	= 3.141592654	
°F	= (9/5)(°C + 32)	
°C	= (5/9)(°F - 32)	
g	= 9.81 m/s ²	
	= 32.16 pies/s ²	
en las que:		
°F	= Grados Fahrenheit	
°C	= Grados Centígrados	
g	= Aceleración de la gravedad a nivel del mar y con una latitud igual a 45°	
π	= Número pi	
1 kg	= 2.20462 libras	
1 atmósfera	= 1.03322 kg/cm ²	
	= 14.695 lb/pulg ²	
1 kg/cm ²	= 0.967831 atmósferas	
	= 14.223 lb/pulg ²	

PLANIMETRÍA

Una vez que ya se conocen los elementos geométricos para los trabajos de topografía, en este tema veremos cómo se determinan los valores correspondientes, ya sea por medida directa o por cálculo.

2.1 Coordenadas de los puntos

Es posible leerlas de manera directa sobre un plano o mediante coordinatógrafos.

2.2 Distancias entre dos puntos de poligonales

Para determinar una distancia entre dos puntos, se hace mediante instrumentos y procedimientos, ya sean elementales o complicados y sofisticados, según los objetivos que se persigan, así las longitudes por medir y los instrumentos de que se disponga.

Las distancias se pueden determinar por referencias, a pasos, con longímetros o cintas de diversos tipos, con odómetros, con telémetros, por procedimientos indirectos o taquimétricos (véase el tema 4), mediante distanciómetros electrónicos (de fuente luminosa o electromagnética), etcétera.

Así veremos algunos de ellos, y en temas subsiguientes se verán los otros.

Para *levantamientos a pasos* es importante conocer la distancia promedio de nuestros pasos normales, así como el número de ellos al recorrer una distancia dada.

Para conocer la longitud de nuestros pasos, primero localizamos una línea recta de longitud conocida y la recorremos n veces; luego contamos el número de pasos, y los resultados los sumamos y los dividimos entre n . Así obtendremos el promedio.

Existe un dispositivo llamado *podómetro* para el conteo de pasos, que se coloca en una pierna y al terminar el recorrido, basta con multiplicar el número de pasos por su longitud para conocer la distancia.

Número de pasos	Sentido	Distancia conocida (m)*
318	A-B	250
315	B-A	250
317	A-B	250
318	B-A	250
316	A-B	250
317	B-A	250

$$\text{Promedio} = 316.833 \text{ pasos}$$

$$\text{Distancia} = \frac{250.000}{316.833} = 0.789 \cong 0.80 \text{ m/paso}$$

Nota: El procedimiento es más adecuado en el caso de terrenos planos o sensiblemente planos; si se desea medir una distancia inclinada, se tendrá que determinar la longitud del paso en estas condiciones.

Medidas de distancias con longímetros y elementos auxiliares. Hay diversos tipos de longímetros y se mencionan algunos a continuación:

- Cadena de agrimensor
- Cintas de lienzo
- Cintas de nylon
- Cintas de dacrón reforzadas con fibras de plástico
- Cintas de fibra de vidrio
- Cintas de nylon con alma de acero
- Cintas de acero cubiertas con polímero
- Hilos de metal invar

a) *Cadenas de agrimensor* (figura 2-1). Que en la actualidad no se usan, son varios eslabones de hierro unidos unos a otros, que forman una cadena con empuñaduras en sus dos extremos. Cada eslabón está formado por un alambre grueso terminado en un anillo por sus dos extremos y se unen cada dos eslabones por otro anillo intermedio. La longitud de cada eslabón es de 20 centímetros, incluyendo las empuñaduras en los extremos de la cadena. En México se fabricaron cadenas de 10 y 20 metros, muy pesadas, razón por la cual ya no se usan.

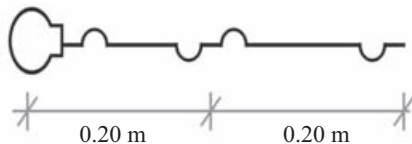


Figura 2-1.

b) *Cintas de lienzo*. Se fabrican con base en hilo tejido con refuerzo de hilos metálicos (cobre) o con fibra de vidrio, con un recubrimiento de plástico.



Figura 2-2. Cinta de lienzo.

- Cintas de nylon*. Se fabrican en este material y vienen en cajas circulares o en crucetas, que son de metal o de plástico de alto impacto.
- Cintas de dacrón reforzadas con fibras de plástico*. Son parecidas a las anteriores y su carátula está graduada, tanto en unidades del sistema inglés como del sistema métrico decimal.
- Cintas de fibra de vidrio*. Tienen un alma de fibra de vidrio y una cubierta de polivinilo de cloruro (PVC), como se muestra en la figura 2-3.
- Cintas de nylon con alma de acero*. Están en una gran variedad de combinaciones; en las figuras 2-4 y 2-5 se presentan dos tipos.
- Cintas de acero cubiertas con polímero*. Construidas en acero con coeficiente de dilatación $0.000011 \text{ } ^\circ\text{C}$; deben ser resistentes a la oxidación y corrosión. Además, su graduación tiene que ser resistente a la abrasión, pues las marcas van desapareciendo al medir, al extraerlas de la cruceta y al enrollarlas (figura 2-6).

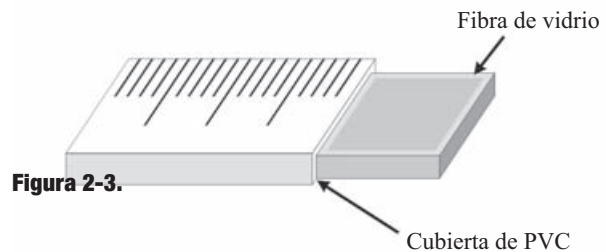


Figura 2-3.

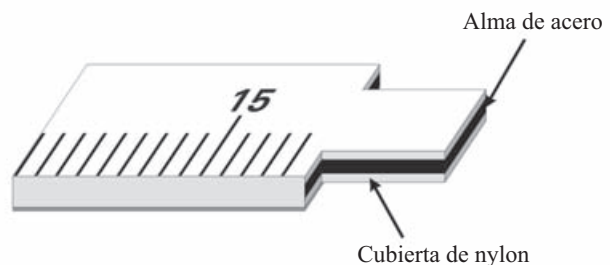


Figura 2-4.

h) *Hilos de metal invar.* Para medidas de mayor precisión (figura 2-8) se utilizan los hilos de invar, inventados por el doctor Carlos E. Guillaume en 1907, ganador del Premio Nobel en 1920. Es una aleación de hierro (Fe), níquel (Ni) y cobalto (Co), con una proporción de 63.6, 36 y 0.4%, respectivamente.

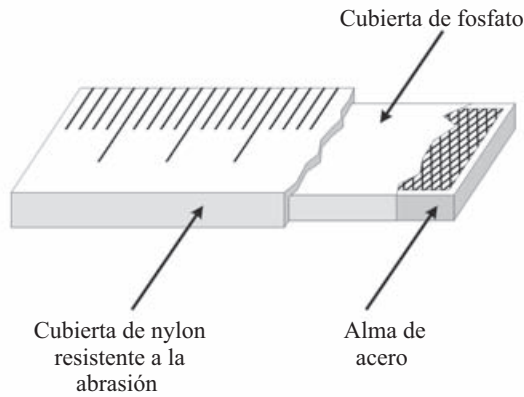


Figura 2-5.



Figura 2-6.

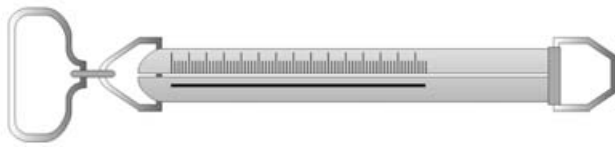


Figura 2-7.

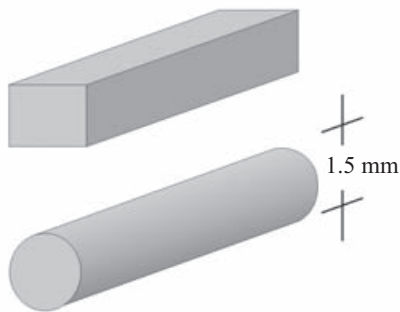


Figura 2-8.

El níquel tiene un coeficiente de dilatación casi nulo (0.0000009 °C).

Los hilos se construyen de sección cuadrada o circular, aproximadamente de 1.5 mm, terminados en los extremos por pequeños cilindros con una ranura para hacer pasar una plomada, y están unidos a manerales con dinamómetros de resorte (figura 2-7). Con una tensión determinada, la catenaria o curva que forma el hilo extendido equivale a la separación entre las ranuras fijas, ya conocida, de 20, 30 m, etcétera.

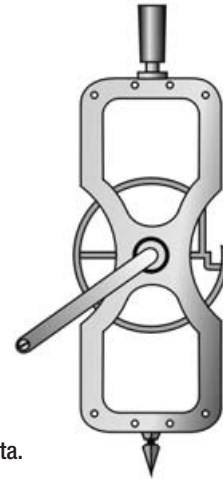


Figura 2-9. Cruceta.

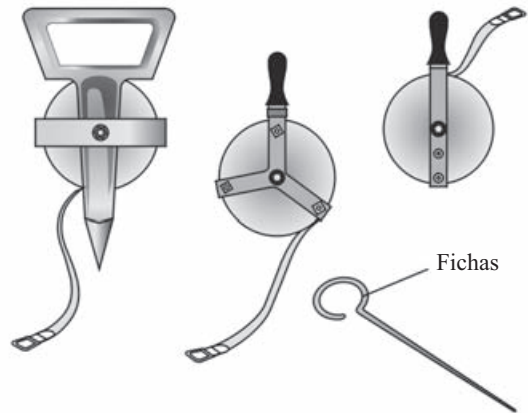


Figura 2-10. Diversos tipos de longímetros con cruceta y una ficha de alambroón.

Como las cintas b, c, d y e son muy frágiles, son para trabajos de menor precisión y para mediciones urbanas o de predios construidos, en tanto que las cintas f, g y h son más resistentes para trabajos de campo; además, tienen más precisión por la menor deformación ante los cambios de temperatura.



Figura 2-11. Plomada.

Para hacer las mediciones y los trazos con cinta es necesario contar con elementos auxiliares como plomadas, estacas o trompos, fichas, niveles tubulares de burbuja, balizas (jalones), etcétera (figuras 2-11 y 2-12).

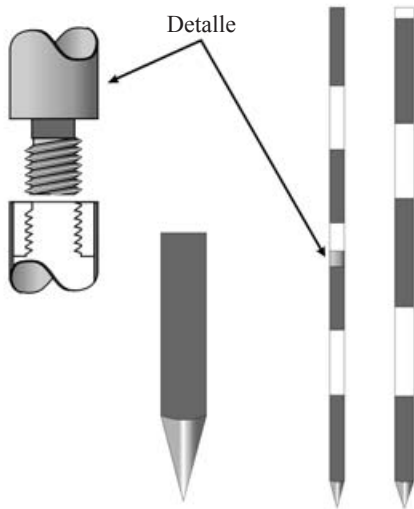


Figura 2-12. Balizas desmontable y rígida.

Algunos problemas que suelen presentarse en mediciones y trazos topográficos se pueden solucionar por medio de cintas y elementos auxiliares. Los puntos que se indican en los problemas siguientes se pueden marcar con fichas, estacas, trompos, etcétera.

Dada una línea AB , levante una perpendicular por el punto a (figura 2.13).

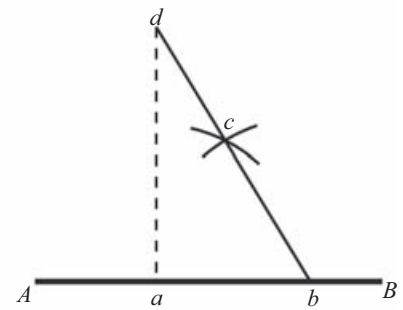


Figura 2-13.

SOLUCIÓN: Marcar el punto c equidistante al punto a . Sobre la prolongación del lado bc , marcar el punto d a una distancia bc a partir del punto c . El punto d es la solución del problema.

Baje una perpendicular a la línea AB desde un punto d (figura 2-14).

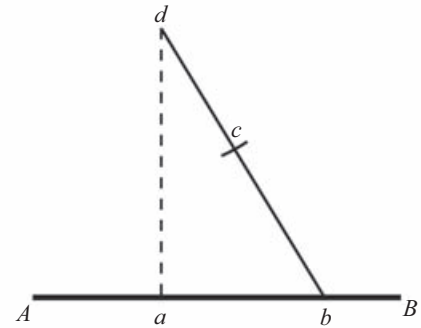


Figura 2-14.

SOLUCIÓN: Marcar el punto b sobre la línea AB y luego el punto c a la mitad de db . A partir de c se mide una distancia igual a cb y se marca el punto a sobre la línea AB . El punto a resuelve el problema.

Los problemas anteriores se pueden resolver por medio de los números pitagóricos 3, 4, 5 (figura 2-15).

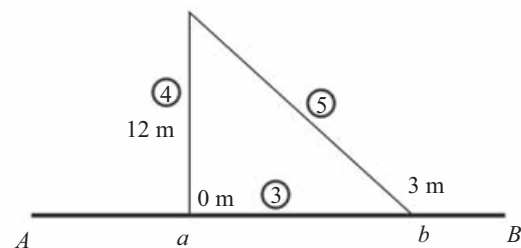


Figura 2-15.

SOLUCIÓN: Colocar la cinta en el punto *a*, se introduce una ficha a 3 m de distancia (punto *b*) y se marca otro punto *c* a 8 m. La operación debe hacerse hasta que coincida en el punto *a* la marca de 12 m de la cinta.

En un punto *d* trace una paralela a la recta *AB* (figura 2-16).

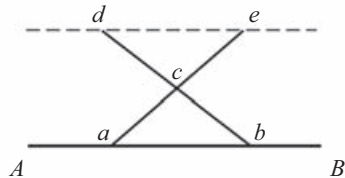


Figura 2-16.

SOLUCIÓN: Marcar los puntos *a* y *b* sobre *AB*; luego marcar el punto *c* a la mitad del segmento *db* y sobre la línea *ac* marcar el punto *e* a partir del punto *c*, a una distancia *a* = *ac*. El punto *e* resuelve el problema.

El problema anterior también se puede resolver estableciendo un cuadrilátero que contenga dos puntos de la recta *Ab* al punto *d*, para que los puntos *abd* queden a la mitad de su lado correspondiente (figura 2-17).

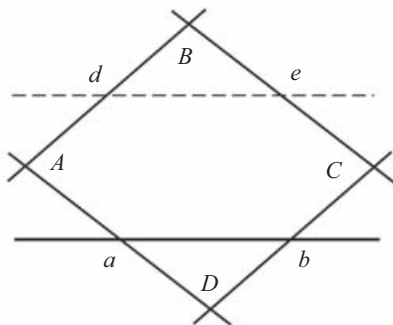


Figura 2-17.

Prolongación de un alineamiento cuando hay un obstáculo.

SOLUCIÓN: Llevar una línea *ABa* que libere el obstáculo. Por los puntos *a*, *b* y *c* se levantan, de manera perpendicular, y se definen triángulos semejantes, para hallar las distancias *bb'* y *cc'* con las que se pueden marcar los puntos *b'* y *c'* que resuelven el problema (figura 2-18).

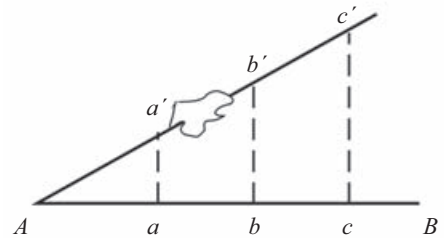


Figura 2-18.

Distancias conocidas: *Aa*, *Ab*, *Ac* y *aa'*; por tanto:

$$bb' = \frac{aa'Ab}{Aa} = cc' = \frac{aa'Ac}{Aa}$$

$$\therefore aa' = K \text{ (constante)}$$

$$bb' = KAbcc' = KAac$$

Levantamiento con cinta

Por *radiación*. El levantamiento se efectúa descomponiendo el polígono en triángulos (figura 2-19).

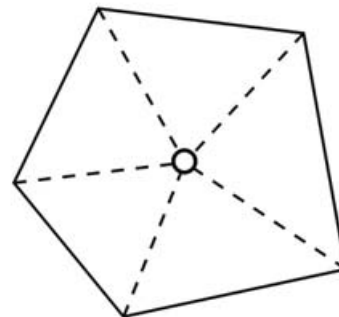


Figura 2-19.

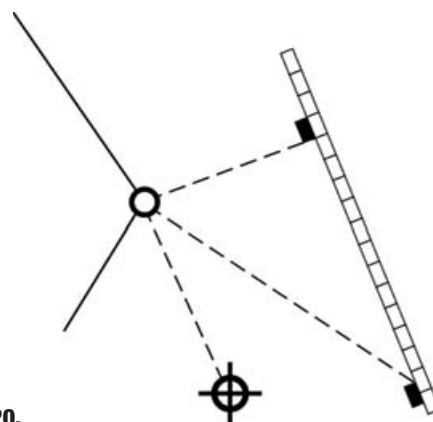


Figura 2-20.

Radiaciones desde un vértice de polígono

Sólo es necesario medir los lados del contorno y las radiaciones del punto 0 a cada vértice del polígono.

Por *lados de liga*. Se miden las distancias del contorno y los ángulos se definen midiendo pequeñas distancias a partir de cada vértice, como se indica en la figura 2-21. Convienen valores de 5 o 10 m para las distancias en los lados del contorno para facilitar el cálculo.

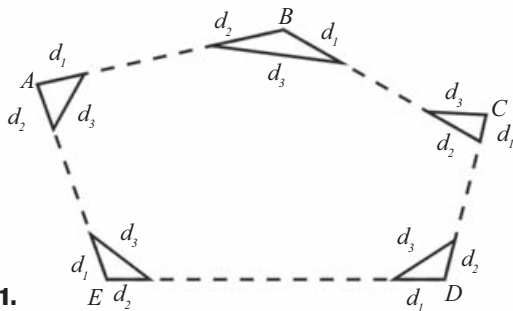


Figura 2-21.

Por *prolongación de alineamientos*. Se define un polígono envolvente sobre el cual se miden las distancias entre los puntos que resultan de la prolongación de los alineamientos del polígono (figura 2-22).

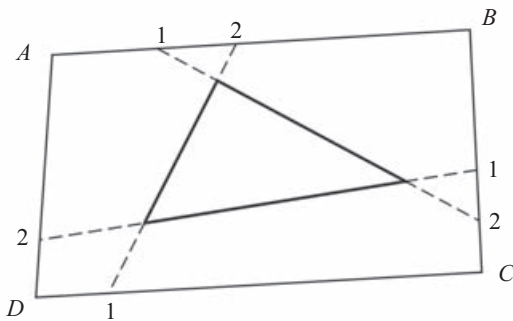


Figura 2-22.

Se miden las distancias A_1 , A_2 , B_1 , B_2 , C_1 , D_2 , etcétera.

Por *coordenadas*. Primero se define un sistema de ejes coordenados “ x ” y “ y ”, desde cada vértice del polígono se llevan perpendiculares a los ejes de proyección; bastará medir cada x y y de los vértices que forman el polígono. Este método es bueno para medir un terreno sin obstáculos (figura 2-23).

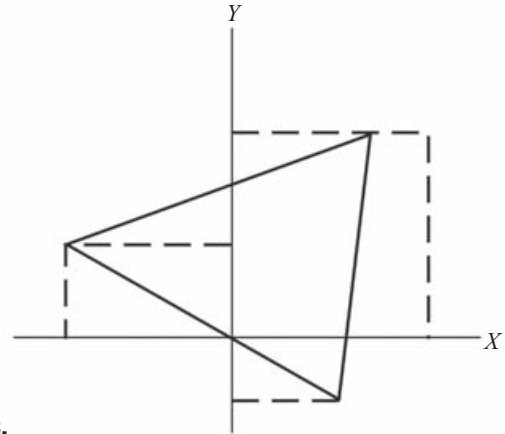


Figura 2-23.

Levantamiento de una curva. Dada una curva, se puede definir una línea que la corte en sus extremos y, a partir de uno de ellos, se levantan perpendiculares cada unidad. El levantamiento se hace midiendo la x y la y correspondiente (figura 2-24).

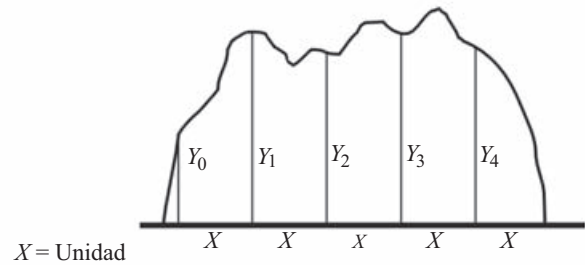


Figura 2-24. Criterio para la medición lineal en terreno horizontal y en terreno inclinado ($X = \text{unidad}$).

Terreno horizontal

Se requieren dos operadores para medir longitudes con la cadena de agrimensor, quienes definirán la alineación recta que se trata de medir; luego se sujeta la cadena por cada extremo, y se coloca detrás el operador más experimentado, quien habrá de dirigir la medición.

Como equipo complementario de medición es necesario un juego de fichas o agujas (11 tantos) y dos balizas.

Después el cadenero de atrás sustituirá la baliza origen por una ficha y colocará el cero de la cinta, mientras el otro operador que tiene las 10 fichas restantes mantiene la cinta bien tensa a ras del suelo sin tocarlo, y colocará en la alineación, tangente a una nueva ficha bien vertical en la

lectura previamente establecida; por ejemplo, 10 m, 20 m, etcétera. Luego el primer operador, enfilando la visual por las dos fichas, dirigirá la alineación hasta verlas con las balizas.

Después que dejó clavada la ficha delantera, el primer operador arrancará la que sirvió de origen y los dos avanzarán hasta alcanzar la ficha clavada, que utilizará como referencia para la nueva alineación de la cinta.

Así continuará clavando fichas el operador delantero, y el operador de atrás irá recogiendo las fichas, hasta que tenga 10 en su mano y una clavada, que servirá de origen a la medición siguiente. En ese momento entregará las 10 fichas al operador delantero, al mismo tiempo que anotará haber medido un hectómetro si la medida fue de 10 m, o el doble si fue de 20 metros.

En el primer caso, la medición total será tantos hectómetros como el número de veces que haya hecho el cambio de fichas; más tantos decímetros como fichas tenga en la mano el operador de atrás o decímetros, centímetros y milímetros que se observan sobre la cinta.

Es muy importante mantener la alineación correcta y la tensión constante y apropiada.

En la actualidad, básicamente el procedimiento es el mismo que el empleado con la cadena, solamente que, en vez de usarse ésta, se utiliza una cinta de acero o lienzo. En las longitudes de medida de precisión conviene clavar estacas a distancias de 20 a 30 m, según lo permita el terreno, y una vez colocados se procede a efectuar la medida de las longitudes parciales. La medida total será la suma de las longitudes parciales.

Terreno inclinado

En el caso de que el terreno esté inclinado, conviene clavar estacas o fichas a lo largo de la línea por medir, de manera que permitan poner horizontal la cinta, y que el desnivel permita tomar con seguridad la cinta y la plomada en el extremo donde se tiene que elevar la cinta para conseguir la horizontalidad. Poner el cero en la estaca o ficha de mayor nivel, si el terreno va descendiendo, y en el otro extremo se realiza la lectura extrema de la cinta, suspendiendo una plomada sobre el punto preciso de la

estaca que limita la medida. Para mayor precisión, se puede colocar la cinta horizontal por medio de un nivel de mano (figuras 2-25 y 2-26).

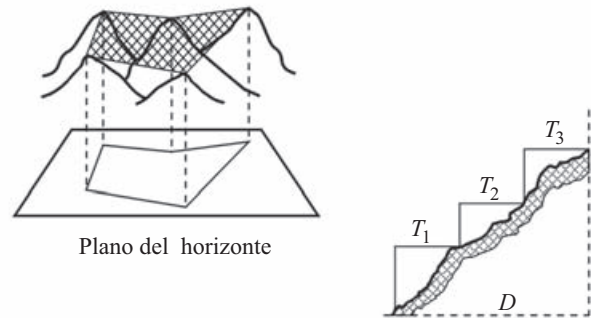


Figura 2-25. Proyección horizontal de lados y medidas de tramos.

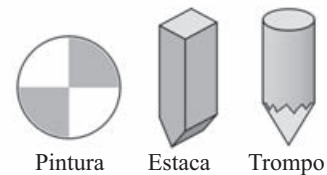
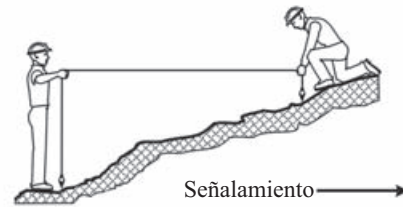


Figura 2-26. Tramo medido entre un vértice de poligonal y un punto alineado.

Si se presentan algunos errores al medir distancias, pueden compensarse si se hacen con una cinta corregida o comparada con un metro patrón, si se buscan métodos de levantamiento y registros para hacer comprobaciones en el campo, si se toman en cuenta los factores de temperatura, alineamiento, tensión, catenaria y otros; el error se reducirá, y aumentará la precisión.

El error por catenaria se presenta por efecto del peso de la cinta, que impide extenderla en toda su longitud y en forma horizontal (cuando no está apoyada directamente sobre el terreno). Entonces, describe una curva parecida a la parábola que recibe el nombre de catenaria.

Donde:

T = Tensión aplicada en ambos extremos, controlada mediante balizas y dinamómetros o mediante poleas y pesas

A, B = Extremos de la cinta

X = Longitud nominal de la cinta, esté o no comparada

W = Peso unitario de la cinta en kg/m

h = Flecha de la catenaria

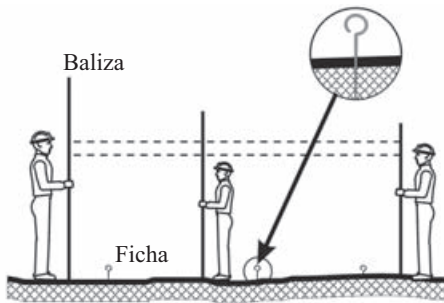


Figura 2-27. Alineación de puntos.

En un desarrollo basado en las características de la parábola, y considerando un momento respecto al punto B , se tiene que:

$$Th - \frac{WX}{2} \left(\frac{X}{4} \right) = Th - \frac{WX^2}{8} = 0$$

$$h = \frac{WX^2}{8T}$$

El valor de h se sustituye en la serie de la parábola desarrollada, despreciando por su pequeñez los términos del tercero en adelante. Entonces, el desarrollo queda:

$$X \left(1 + \frac{8h^2}{3X^2} + \dots \right)$$

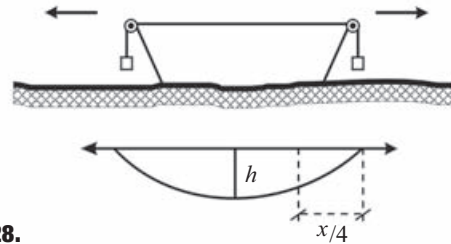
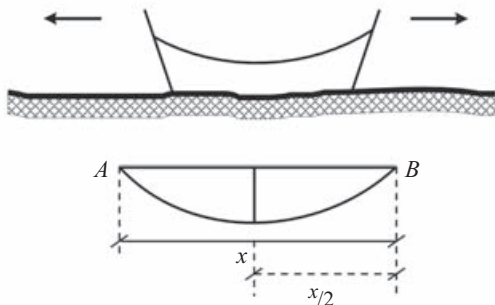


Figura 2-28.

Como el error por catenaria es de signo negativo, la corrección se aplicaría con signo contrario, así:

Corrección = $-c$ = desarrollo de la catenaria $-X$, finalmente:

$$c = X - X1 + \left(\frac{8}{3X^2} \right) \left(\frac{(WX^2)^2}{8T} \right)$$

$$= \frac{8X^2X^2}{(3)(8^2)T^2(X^2)} = \frac{W^2X^3}{24T^2}$$

Se evita el error por horizontalidad del longímetro, usando un nivel de burbuja. Si se trata de terreno plano se debe cuidar de que los extremos estén a la misma distancia del piso. Cuando el terreno está inclinado, se procurará que la separación de la cinta y el terreno sea semejante al desnivel entre ambos puntos, haciendo tantos escalones como sea necesario. Este error se presenta con signo negativo, pero con la práctica será mínimo o nulo.

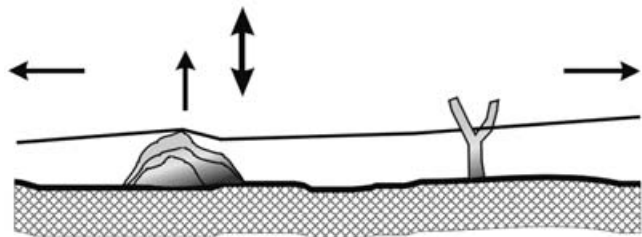


Figura 2-29.

Otro error es cuando parte de la cinta se apoya o se "atora" en alguna rama o piedra. Este error es negativo, pero basta dar una sacudida vertical a la cinta o levantarla más hasta que quede libre de obstáculos (figura 2-29).

Cuando no se alinean correctamente los puntos de los tramos por medir, en una distancia mayor que la longitud de la cinta, puede ocasionar graves errores también de signo negativo. Esto significa

que el alineamiento se hace con poco cuidado, o que se alineó a ojo con ayuda de las balizas, en lugar de utilizar un teodolito.

Si se cuenta con una cinta comparada en caso de requerirse mayor precisión, se deben hacer correcciones por tensión y por temperatura a las mediciones realizadas, respecto a las utilizadas por la comparación, que están anotadas en el certificado que extiende la Dirección General de Normas de la Secretaría de Industria y Comercio. O también con la tensión y temperatura observadas al contrastar la cinta a su vez con otra ya comparada.

La forma de aplicar esta corrección es:

$$CT = K(T - T_0)L, \text{ en donde:}$$

CT = Corrección por temperatura

K = Coeficiente de dilatación del material con que esté hecha la cinta

T = Temperatura de la cinta al momento de hacer la medición

T_0 = Temperatura de la cinta al hacer la comparación

L = Longitud medida (puede ser o no la longitud nominal de la cinta)

De igual manera:

$$ct = \frac{(t - t_0)}{E(s)} \text{ en la que:}$$

ct = Corrección por tensión

t = Tensión en kilogramos sobre la cinta en el momento de hacer la medición

t_0 = Tensión en kilogramos aplicada a la cinta al hacer la comparación con el modelo patrón

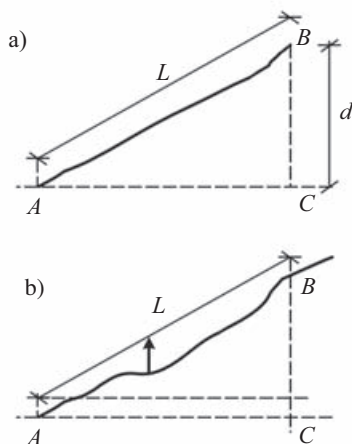


Figura 2-30a

E = Módulo de elasticidad del material de la cinta (el acero tiene un módulo de elasticidad de 18 a 20000 kg por mm²)

s = Área de la sección de la cinta, midiendo mediante micrómetro el ancho y el espesor.

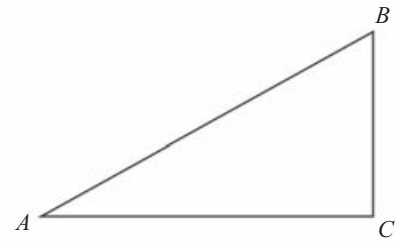


Figura 2-30b.

Debe considerarse el desnivel entre los extremos de la cinta. Si se determina el desnivel entre los dos puntos de apoyo, se hará corrección por inclinación. Asimismo, se hará la reducción al horizonte cuando se conozca el ángulo de inclinación (figura 2-30).

$$\overline{BC}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$$

$$\overline{BC} = d$$

$$d^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 - d^2$$

$$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - d^2}$$

$$\text{Corrección } c = \overline{AC} - \overline{AB}$$

$$c = -\overline{AB} + \sqrt{\overline{AB}^2 - d^2}$$

En otra forma:

Si la corrección $c = \overline{AC} - \overline{AB}$, multiplicando y dividiendo entre $(\overline{AC} + \overline{AB})$ se tiene:

$$c = \frac{(\overline{AC} - \overline{AB})(\overline{AC} + \overline{AB})}{(\overline{AC} + \overline{AB})} = \frac{(\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2)}{(\overline{AC} + \overline{AB})}$$

como $d^2 = (\overline{AC}^2 - \overline{AB}^2)$ según el triángulo rectángulo ABC , queda entonces:

$$c = \frac{d^2}{(\overline{AC} + \overline{AB})}$$

considerando que $\overline{AC} + \overline{AB}$ es aproximadamente el doble del tramo medido, es decir, $\overline{AC} + \overline{AB} = 2L$; por último, queda la corrección:

$$c = \frac{d^2}{2L}$$

Esta corrección no se hace cuando no es necesario hacer la reducción.

Para medir con cinta, hay que evitar las equivocaciones; para ello se mide varias veces la distancia en ambas direcciones y se apoya en distintos puntos intermedios.

Más adelante se explicarán más ampliamente los errores sistemáticos por defectos de la cinta, que disminuyen si se tienen en cuenta con mucho cuidado las verificaciones y correcciones ya explicadas. Pero los errores accidentales suelen presentarse como sigue:

- No colocar de manera vertical una ficha al marcar los pequeños tramos por medir o al moverla lateralmente con la cinta.
- Que el “cero” de la cinta no coincida con el punto donde se inicia una medición.
- Variaciones de tensión, pues si la medición se hace con dinamómetro se presentan pequeñas variaciones a pesar de que se dé la misma tensión.
- Lectura extrema de la cinta, en toda su longitud (nominal) o un tramo de ella, puede no estar sobre el punto a medir, o que las fracciones que se interpretan no coincidan con el lugar exacto del punto.



Figura 2-31. Odómetro y detalle de lectura.

Mediciones con odómetros o ruedas perambuladoras. Estos aparatos se utilizan para mediciones simples en banquetas, paredes, pisos, etc. Aunque también se llegan a usar en levantamientos topográficos expeditos, no tienen gran precisión.

El odómetro es una rueda cuyo diámetro está bien definido y posee un contador de vueltas que indica en forma digital las medidas realizadas (figura 2-31).

En la construcción se emplea para cuantificación de instalaciones, trazo de líneas, etcétera.

Mediciones con telémetro. Este instrumento resulta muy útil en terrenos muy accidentados y de difícil acceso, pues no requieren equipos auxiliares como balizas o estadales, a menos que el telémetro posea un limbo horizontal para medidas angulares y pueda ser colocado sobre un trípode. En este caso será necesario precisar las visuales hacia puntos de poligonal o radiados.

El fundamento de este tipo de aparatos es que se presenta a nuestros ojos para distinguir la tercera dimensión o profundidad, es decir, la visión estereoscópica, cuando con ambos ojos dirigimos la mirada a un punto en que la imagen de uno y otro ojo se sobreponen fundiéndose en una sola (figura 2-32).

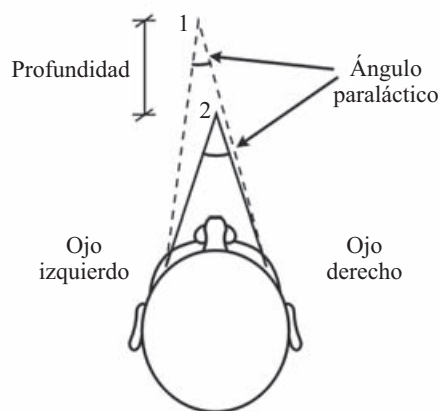


Figura 2-32. Visión estereoscópica.

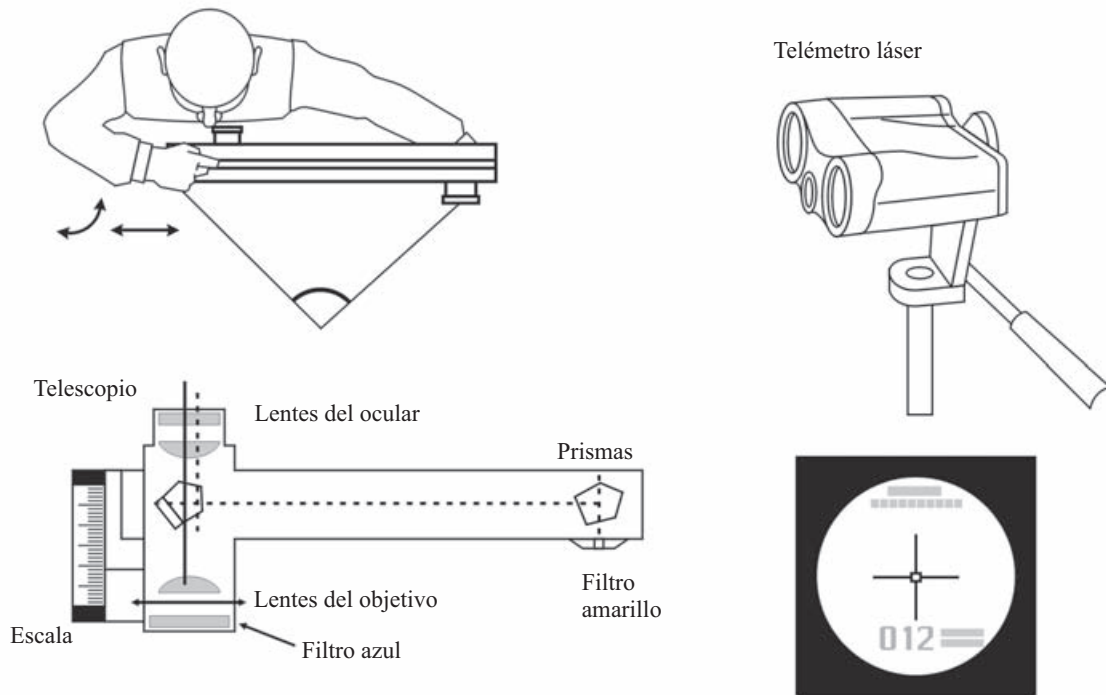


Figura 2-33. Principios del telémetro óptico.

Este aparato posee una caja, circular o cuadrangular, de unos 60 cm. Unos al centro, y otros en uno de los extremos, posee un telescopio con una escala graduada que, según el recorrido horizontal se funden las imágenes para proporcionar las distancias en relación con la base del aparato definida al momento de hacer la medición por la distancia entre los dos prismas pentagonales extremos y el ángulo paraláctico (figura 2-33).

- Rango de mediciones del telémetro:
De 7.5 a 1000 m
- Longitud de la base:
0.5 m
- Longitud total:
0.6 m
- Precisión:
Hasta 300 m \pm 1%
De 300 a 500 \pm 2%
De 500 a 1000 \pm 5%
- Amplificación del telescopio:
De 2X a 4X
- Ángulo de cobertura:
Hasta de 6°30'

Determinación de distancias por medio del distanciómetro electrónico (DE)

Estos instrumentos han tenido gran desarrollo a partir de la Segunda Guerra Mundial por las aplicaciones del RADAR, cuyo principio es el chillido que emiten los murciélagos. Según la intensidad del eco se determinan la dirección y la distancia al objeto que refleja el sonido.

Este principio ha permitido diseñar aparatos de medición de distancias largas, que habían sido siempre muy engorrosas por otros medios.

Los actuales distanciómetros electrónicos, que funcionan con ondas luminosas y electromagnéticas, nos remiten a los primeros experimentos para determinar la naturaleza de la luz. En 1666, el físico inglés Isaac Newton (1642-1727) consiguió establecer la descomposición de la luz en sus colores primarios y enunció los postulados de su naturaleza corpuscular.

Más adelante, el físico y geómetra holandés Cristian Huygens (1629-1695) diseñó y construyó el muelle espiral de los relojes e hizo estudios sobre la refracción de la luz y propuso la teoría de que la luz tenía una naturaleza ondulatoria.

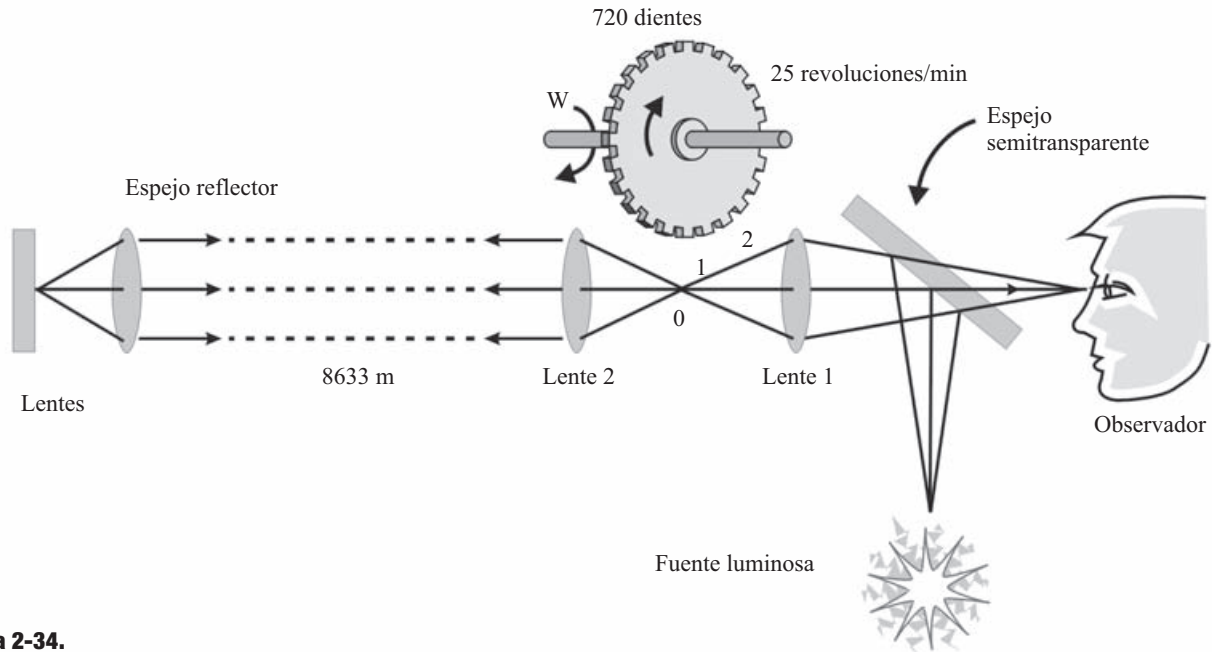


Figura 2-34.

Uno de los más notables intentos fue del matemático, físico y astrónomo Galileo (1564-1642), quien con métodos rudimentarios intentó medir la velocidad de la luz sin conseguirlo, pero sus trabajos constituyeron un precedente notable como todo lo que realizó.

Luego el astrónomo danés Olaf Roemer (1644-1710), en 1676 determinó la velocidad de la luz mediante estudios realizados en los eclipses de Júpiter, y encontró un valor de 299 000 km/s.

El astrónomo inglés James Bradley (1693-1762), quien descubrió la aberración de la luz, determinó un valor más aproximado de la velocidad de la luz en 1728. Sin embargo, fue en 1849 cuando el físico francés Armand Hippolyte Louis Fizeau (1819-1896) determinó un valor más aproximado de la luz mediante una rueda giratoria dentada, un espejo semitransparente, un reflector y una fuente luminosa. Con esos elementos pudo determinar una velocidad de 313 000 km/s después de un gran número de observaciones (figura 2-34).

El físico francés León Foucault (1819-1868) demostró el movimiento de rotación de la Tierra mediante péndulos y, en forma experimental, calculó un valor de 300 000 km/s para la velocidad de la luz.

Sin embargo, los métodos de Fizeau y Foucault fueron mejorados por el físico estadounidense

Albert A. Michelson (1852-1931), quien recibió el Premio Nobel en 1902. En 1926, en sus experimentos modificó la trayectoria de la luz y obtuvo un valor de 299 796 km/s para la velocidad de la luz. Luego, midiendo la velocidad de la luz en el vacío, intentó dar un valor más preciso; pero sus experimentos los concluyeron, tres años después de su muerte, sus colaboradores Pease y Pearson. Ellos después de 2885 medidas diferentes encontraron un valor promedio para la velocidad de la luz de 299 744 km/s, que entonces era el valor más preciso.

Otro estudio fue realizado por el también físico estadounidense Raymond T. Birge (1887), quien concluyó que el valor más probable era 299 790 km/segundo.

La Unión Internacional de Geodesia y Geofísica (IUGG) estableció un patrón en el vacío para la luz visible y las microondas de radio, una velocidad de $299\,792.4 \pm 0.4$ km/s, pero se sabe que en el espacio la velocidad adquiere otros valores.

A continuación se dan los antecedentes de las ondas electromagnéticas que tienen la misma velocidad de la luz en el vacío y que también se utilizan para hacer mediciones de distancias.

James Clerk Maxwell (1831-1879), físico escocés, descubrió que la velocidad de las ondas electromagnéticas es la misma que la velocidad de

la luz, puesto que la misma luz es una radiación electromagnética.

Gustavo Hertz (1877-1975), físico alemán, realizó los experimentos para detectar las ondas electromagnéticas y demostró que se reflejaban en los objetos sólidos de la misma manera que los rayos luminosos. Hertz recibió el Premio Nobel en 1925.

Guillermo Marconi (1874-1937), físico italiano, Premio Nobel de 1909, descubrió que las ondas cortas eran útiles para la comunicación.

En 1935, el físico escocés Robert Alexander Watson'Watt (1862) logró realizar las primeras mediciones de distancias con microondas, pues logró seguir un avión aprovechando las reflexiones de las microondas que éste le enviaba en lo que posteriormente se convirtió en el RADAR (Radio Detection and Ranging). En 1948 surgió un distanciamiento electrónico de fuente luminosa, denominada **Geodímetro** (Geodetic Distance Meter), creado por el geodesta sueco Erick Bergstrand. Con los experimentos de Fizeau y conociendo la velocidad de la luz, sustituyó la rueda dentada y el espejo semitransparente por dispositivos ópticos, eléctricos y electrónicos, para determinar distancias (figura 2-37), basándose en expresiones como:

$$\text{Distancia} = \frac{T(\text{señal recibida}) - T(\text{señal emitida})}{2} = \text{Velocidad de la luz}$$

$$D = TL \frac{VL}{2}, \text{ en donde:}$$

D = Distancia

TL = Tiempo empleado por las ondas luminosas en su recorrido de ida y regreso

VL = Velocidad de las ondas luminosas en el vacío $299\,792.4 \pm 0.4 \text{ km/s}$

Así, en la pantalla correspondiente, se leía la lectura de la distancia, a la cual se aplican las correcciones por temperatura y presión y se reduce al horizonte por medio del ángulo vertical lo que contribuía a medir largas distancias con una precisión muy aceptable.

Para los primeros geodímetros se utilizaba una radiación monocromática visible, como onda portadora. Eran instrumentos electroópticos que usaban una lámpara de tungsteno o de vapor de mercurio, cuyo haz luminoso se regulaba por medio de una célula de Kerr y se transmitía mediante un sistema coaxial hasta un prisma reflector, que al recibir los rayos reflejados y transformados en impulsos eléctricos se podía determinar por diferencias de fases la distancia entre el punto de estación y el prisma reflector. Con un sistema especialmente adaptado para el efecto, alcanzaba precisiones de $5 \text{ mm} \pm 1 \text{ mm}$ por kilómetro y un error medio cuadrático de 20 mm en 5 km, como el geodímetro AGA 6B. De esa manera, era posible medir distancias de 5 km durante el día y 15 km por la noche, sin niebla, vapor de agua o partículas sólidas que impidieran la propagación de los rayos luminosos.

En la actualidad, este sistema se ha superado gracias al uso del rayo láser, con el que se puede medir, de día o de noche, distancias hasta de 60 km en una forma totalmente automatizada. Por ejemplo, los geodímetros AGA 8 y AGA 700, que son los más avanzados, se ilustran mediante fotografías y figuras en páginas posteriores.

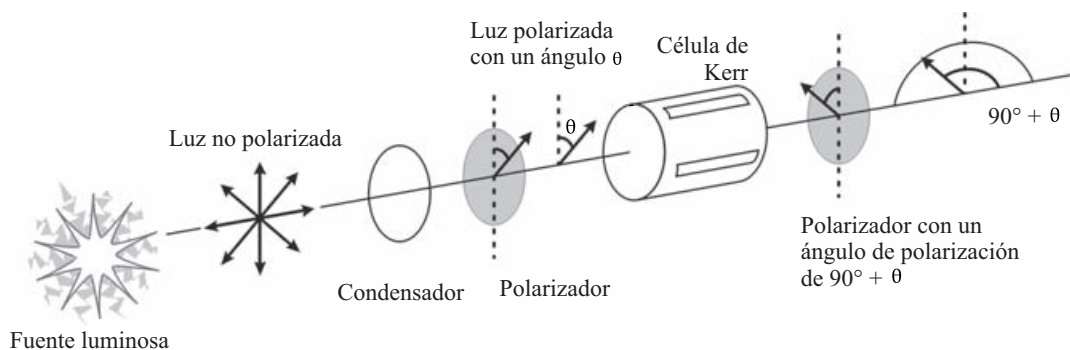


Figura 2-35. Principio del geodímetro.

Para continuar en el aspecto histórico de los distanciómetros electrónicos (DE), en 1957 el inglés T.L. Wadley utilizó ondas electromagnéticas en lugar de ondas luminosas. Estas ondas de radio eran emitidas por una estación maestra y las recibía y reflejaba una estación remota, ubicada en los extremos de la línea que unía ambos puntos con la característica de poderse intercambiar la maestra en remota, y viceversa, con sólo operar una tecla. Dicha onda de radio, de frecuencia y amplitud modulada, hacía diferencias importantes respecto al geodímetro. Por eso Wadley bautizó este aparato como telurómetro, del latín *telluris*, tierra y del griego *metron*, medida, para diferenciarlo del anterior.

El telurómetro requiere intervisibilidad entre las estaciones remota y maestra, y salvo en caso de lluvia, las mediciones pueden hacerse tanto de día como de noche sin alteraciones por niebla, vapor de agua, polvo, etc. Debido a que se trata de distancias grandes, es necesario reducirlas al horizonte y, dado el caso, considerar el elipsoide de revolución que describe la Tierra.

Las diferencias importantes del telurómetro son las de poseer intercomunicación, circuitos electrónicos muy compactos que lo hacen ligero, y sus accesorios son tan livianos y manejables como un teodolito.

Se han construido distintos tipos de telurómetros a partir del Tellurometer MRA 1, MRA2, MRA5 y el CA 1000. También están Wild DI 50 y DI 60, utilizados en topografía de precisión, en el apoyo terrestre para fotogrametría y en geodesia, pues la precisión que arrojan es de 3 millonésimas de la distancia medida más un error adicional del aparato de ± 12.5 mm, aunque influyen las condiciones meteorológicas.

Otros aparatos, como los de la empresa Hewlett Packard y los Auto Ranger de la compañía Keuffel and Esser, poseen en el aparato una sección emisora y una receptora en el mismo distanciómetro electrónico y un prisma reflector (figura 2-36).

La expresión de la distancia es similar a la del geodímetro:

$$D = TR \frac{VR}{2} \text{ en donde:}$$

D = Distancia

TR = Tiempo empleado por las ondas de radio en su recorrido de ida y vuelta

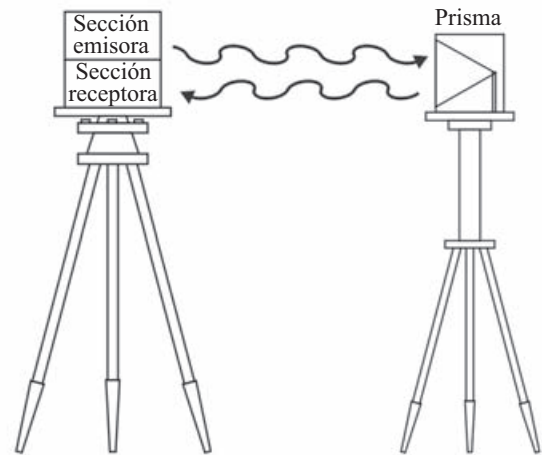


Figura 2-36.

VR = Velocidad de propagación de las ondas de radio en el vacío ($299\,792.4 \pm 0.4$ km/s)

Tanto el geodímetro como el telurómetro son aparatos para medir distancias entre 100 m y 100 km con precisión, ya sea para trabajos de topografía o geodesia. Aunque en el pasado eran aparatos pesados y de manejo complicado, resultaron un gran avance en las mediciones de distancias.

A finales de la década de los sesenta surgieron los DE de fuentes, tanto luminosa como electromagnética, con grandes avances en sus características electroópticas, de manejo sencillo, bajo peso y tamaño, así como elevada precisión. Han evolucionado en forma vertiginosa, que algunos de los que aquí aparecen quizá pronto estén discontinuados.

El principio de estos instrumentos consiste en determinar el tiempo que tarda una onda luminosa o electromagnética en hacer el recorrido de ida y vuelta. Estos aparatos emplean la técnica de medición de diferencia de fase y utilizan como onda portadora la radiación infrarroja, que se logra por medio de un emisor de arseniuro de galio o por rayo láser (light amplification by stimulated emission of radiation [amplificación de la luz mediante emisión estimulada por radiaciones]), ya sea de rubí o de gas helio-neón. Así, el rayo emitido llega a un prisma reflector y regresa, de modo que en función del tiempo de recorrido proporciona la distancia inclinada, la que será necesario corregir por temperatura y presión, así como reducirla al horizonte.



Figura 2-37. Distanciómetro Mini-Red-II Sokkia, montado sobre teodolito, mide hasta 800 m con rayo infrarrojo y prisma reflector.

La onda luminosa de rayo infrarrojo tiene menos alcance que la producida por el láser, mientras que los DE con base en rayo infrarrojo pueden medir distancias desde 800 hasta 7000 m. Con el láser es posible medir desde 12 hasta 60 km. Veamos lo siguiente.

Ranger IV, distanciómetro electrónico de la casa Keuffel and Esser que utiliza el rayo láser de helio-neón modulado en frecuencias múltiples para realizar una medida de fase entre el haz emitido y el reflejado por el prisma, puede medir desde 1 m hasta 12 km. Otros instrumentos de esta casa tienen las siguientes características:

- Autorranger, de 1 m a 2 km
- Microrranger II, de 1 m a 3 km
- Ranger IV, de 1 m a 12 km
- Ranger V, de 1 m a 25 km
- Ranger Master, hasta 60 km

Los distanciómetros electrónicos (DE) con rayos infrarrojos se pueden observar en las figuras 2-38 y 2-39.



Figura 2-38. Distanciómetro electrónico sobre teodolito (Leica) equivalente a una estación total primitiva.

Los prismas reflectores son el factor más importante en la precisión y alcance de los distanciómetros eléctricos, y se consideran, básicamente, los aspectos de potencia en la emisión, el tamaño y número de prismas y las condiciones atmosféricas.

Son prismas de tipo recto que reflejan los rayos en la misma dirección en que llegan. Sus características de precisión (figura 2-39) se deben a los lados del cristal, cuyas caras deben ser perfectamente paralelas, así como por la perpendicularidad precisa de las caras. El tamaño y número de los prismas definen tanto la precisión como las distancias máximas, según la potencia de emisión de la fuente de radiación utilizada. La distancia máxima ideal no se alcanza debido a los distintos factores atmosféricos: refracción, absorción y dispersión, partículas de polvo, humos, vapor de agua, lluvia, etcétera.



Figura 2-39. Distanciómetro Sokkia ED2L de luz infrarroja mide hasta 7000 m en condiciones óptimas.



Figura 2-40. Prisma sencillo abatible.

Las variaciones en la presión atmosférica y la temperatura son elementos importantes en las correcciones por refracción y al introducir las constantes de los aparatos.

La radiación que produce el suelo en longitudes de onda de luz visible, tanto como el infrarrojo,

causa lecturas diferentes en una misma medición. Esto sucede cuando el distanciómetro electrónico apunta en dirección del Sol o en una dirección próxima. El efecto puede disminuir o eliminarse fácilmente cuanto se mide en dirección contraria, o haciendo mediciones mientras el Sol cambia su posición para después rectificar la medida.

En los distanciómetros electrónicos de fuente electromagnética, en ocasiones la onda sufre desviaciones o reflexiones accidentales por: obstáculos, zonas arboladas, etc. Se puede apreciar que las fuentes del error son múltiples; por tanto, será necesario en cada trabajo hacer las consideraciones pertinentes según las características propias de cada aparato.



Figura 2-41. Estación total Sokkia C-4.

El tiempo es muy importante para los trabajos de topografía si se dispone de este tipo de instrumentos, porque al acelerar los trabajos de campo se abaten los costos, sobre todo los DE de fuente luminosa que nos proporcionan: distancia inclinada alimentando el ángulo vertical (algunos aparatos lo hacen en forma automática), la temperatura y presión atmosférica directas o con los valores correspondientes de las tabulaciones que los fabricantes proporcionan, así como las respectivas constantes de aparatos. Se puede obtener también la distancia reducida al horizonte y corregida por factores meteorológicos, así como el desnivel entre las dos estaciones, para anotarlas en una libreta de campo tradicional, en una libreta de campo electrónica (figura 2-42) o en cinta magnética, para que pasen a una computadora y sean procesados según un itinerario previo (figura 2-43).



Figura 2-42. Libreta electrónica de campo para pasar luego a la computadora los datos de campo en forma directa.

Hay varios aparatos para hacer mediciones o levantamientos topográficos, como los taquímetros autorreductores, las planchetas, métodos estadimétricos, etc., los que se verán con detalle en el tema 4. Todos ellos sirven para determinar distancias horizontales, o sea planimétricas, tema que se está tratando aquí.

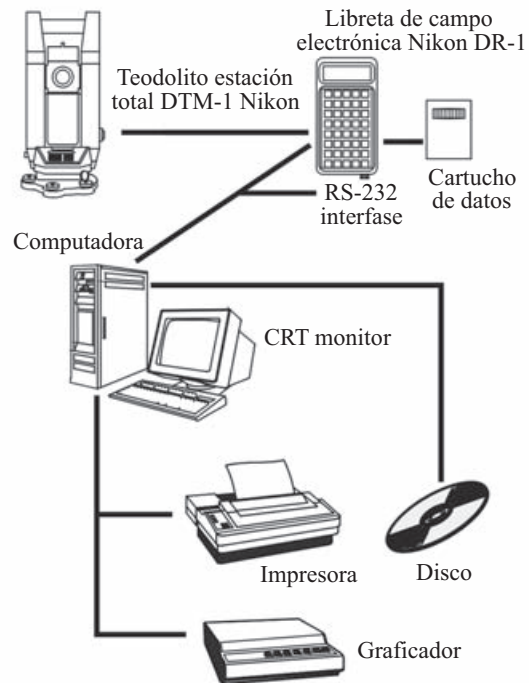


Figura 2-43. Modernos sistemas de procedimiento y representación de terrenos.

2.3 Determinación de ángulos

Es un elemento geométrico muy importante en la realización de levantamientos topográficos. La proyección de dos lados consecutivos sobre el plano del horizonte describe una abertura que define un sector de un círculo. Si coincide el centro del círculo con el vértice, dicho sector o arco se puede medir en forma similar al uso de un transportador en geometría (figura 2-44), mediante un goniómetro (del griego *gónia*, ángulo y *metrón*, medida), con las mismas condiciones del transportador sobre la hoja de papel, sólo que en el terreno y proyectando sobre el sistema de referencia que da el plano horizontal (figura 2-45).

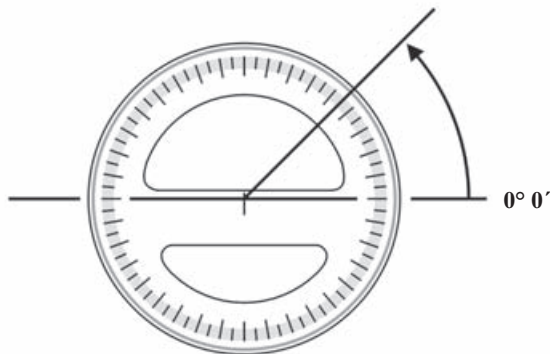


Figura 2-44. Dibujo de un ángulo con transportador.

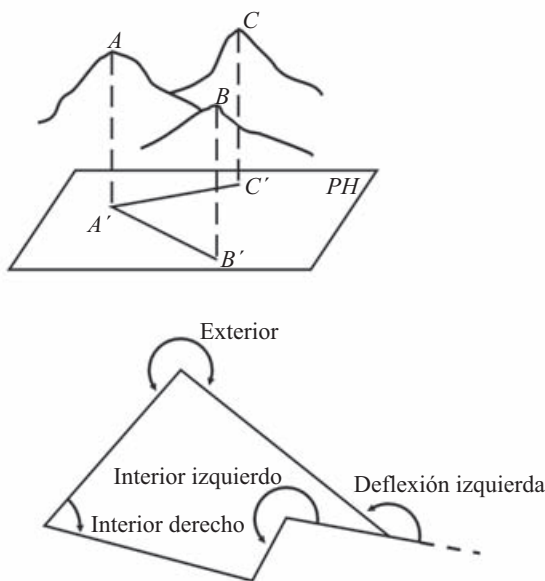


Figura 2-45.

Desde hace mucho tiempo existen varios tipos de goniómetros, pero aquí expondremos sólo la brújula y el teodolito. Las mediciones anulares se pueden realizar con el sentido del giro, a la izquierda o a la derecha; es decir, en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario. El valor angular interno o externo en las poligonales puede medirse desde un vértice, por vuelta de horizonte, cuantos ángulos sea necesario. También se puede medir el ángulo de deflexión que resulta de la prolongación de un lado con el que le sigue, ya sea el anterior o el posterior (figura 2-46).

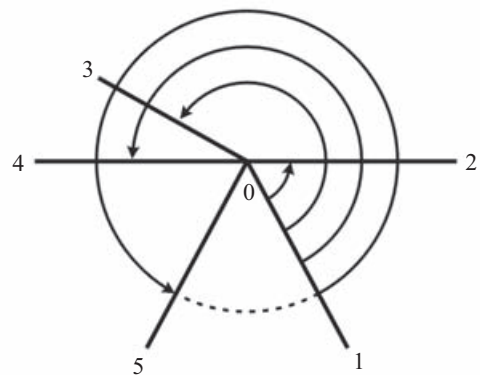


Figura 2-46. Levantamiento polar de vuelta de horizonte.

A los ángulos se les pueden asignar valores sexagesimales, centesimales o radianes.

Con los goniómetros se pueden medir ángulos sexagesimales o centesimales, según el caso, para lo cual tienen dispositivos adecuados. Los radianes se utilizan en el cálculo, en especial cuando se dispone de computadoras para las funciones trigonométricas de los ángulos.

En América y sobre todo en México, los goniómetros están graduados en grados sexagesimales, en tanto que en Europa la gran mayoría de los instrumentos topográficos modernos tienen graduación centesimal, que representa muchas ventajas.

En el sistema sexagesimal se hace una división del círculo en 360 partes iguales, denominadas grados ($^{\circ}$). A su vez, un grado se subdivide en 60 partes iguales, denominadas minutos ($'$), y un minuto dividido entre 60 da los segundos ($''$). Así, el valor angular de un arco de 10 grados, 10 minutos

y 10 segundos, se escribiría en la siguiente forma: $10^{\circ}10'10''$.

Ante la posibilidad de encontrar un goniómetro de graduación centesimal, en este caso el círculo se subdivide en 400 partes iguales. Así, una lectura de diez grados, diez minutos y diez segundos, se escribiría $10^{\text{g}}10^{\text{c}}10^{\text{cc}}$, aunque los goniómetros se presentan con lecturas digitales en grados y decimales de grado. Y esto constituye una gran ventaja para fines de cálculo, por ejemplo, 105.8224^{g} .

El círculo sexagesimal se subdivide en cuatro cuadrantes de 90° cada uno, en tanto que para el círculo centesimal, cada cuadrante equivale a 100^{g} . Por ello, las conversiones, de ser necesarias, se harían en la siguiente forma (figura 2-47):

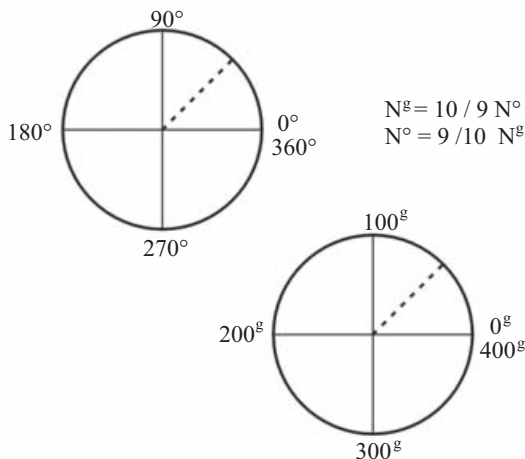


Figura 2-47. Sistemas sexagesimal y centesimal.

En muchos textos se incluyen tablas de conversión; sin embargo, es sencillo realizar cualquier conversión debida a textos editados en España o en Europa en general, o por proyectos de ingeniería elaborados por ingenieros europeos. A continuación se dan algunos ejemplos de conversiones.

Convertir $10^{\circ} 30' 36''$ a grados centesimales.

Paso 1. Convertir el ángulo a grados y decimales de grado:

$$36''/60'' = 0.6; 30' + 0.6 = 30.6'; 30.6/60' = 0.51; \text{ por tanto, } 10^{\circ} 30' 36'' = 10.51^{\circ}$$

Paso 2. Usemos la fórmula correspondiente:

$N^{\text{g}} = 10/9 (10.51^{\circ}) = 11.6778$ que es el valor centesimal correspondiente.

El ejemplo contrario. Si tenemos un ángulo centesimal de 75.1633^{g} ($17^{\text{g}} 6^{\text{c}} 33^{\text{cc}}$), aplicaremos la otra fórmula:

$N^{\circ} = 9/10 (75.1633^{\text{g}}) = 67.64697^{\circ}$. Si se desea conocer el valor en grados, minutos y segundos de arco sexagesimal se procede así:

$$0.64697 \times 60' = 38.8182'$$

$$0.8182 \times 60'' = 40.09'', \text{ por lo que } 75.1633^{\text{g}} = 67^{\circ}38'40.09''$$

Los radianes. Esta medida del arco de círculo debería estar en el tema correspondiente a valores que se determinan por medio del cálculo; sin embargo, debido a la secuencia relativa a las conversiones, mencionaremos que un radián se define por la relación existente entre un arco de círculo y su correspondiente radio; $\alpha = A/R$, en donde A es el arco y R el radio expresados en unidades de medida longitudinal, por lo que α es un número. Así, en geometría se cumple que:

$$\pi/180^{\circ} = \alpha/N^{\circ} \text{ y como } \alpha = A/R, \text{ entonces}$$

$N^{\circ} = 180^{\circ} \times (\alpha/\pi)$ para ángulos sexagesimales y con un razonamiento análogo:

$$N^{\text{g}} = 200 \times (\alpha/\pi) \text{ para ángulos centesimales.}$$

Métodos para la medición de ángulos

En topografía el uso de cualquier goniómetro o instrumento para medir ángulos, como el teodolito, tiene como fundamento lo siguiente.

Ante todo veremos cómo se mide un ángulo mediante el uso de un transportador, del arco de círculo descrito por dos líneas rectas: primero se apoya el transportador en el plano, de manera que describan tres planos paralelos, que finalmente los consideramos como uno en su proyección.

Luego se pone el centro del círculo en coincidencia con el vértice definido por las dos rectas; el cero de la graduación del círculo en coincidencia con una de las líneas y la intersección de la otra línea con el círculo descrito por el transportador, dará el valor correspondiente al ángulo deseado (figura 2-48).

En los trabajos topográficos las mediciones se realizan sobre el terreno, pero tienen la misma concepción geométrica, como aparece en la figura 2-48.

El eje de giro 1 debe ser perpendicular al plano del horizonte y pasar precisamente por el vértice del ángulo por medir; por tanto, el círculo graduado deberá estar en un plano perpendicular a dicho eje, es decir, paralelo al plano del horizonte. El eje 2 es perpendicular al eje 1, así como a la línea de

puntería, línea de colimación o línea de la visual (colimación es el fenómeno físico que consiste en dirigir la vista en una dirección y a un punto determinado). Todo lo anterior tiene por objeto reunir las condiciones geométricas necesarias para realizar la medición del ángulo BAC, como se hace con el transportador.

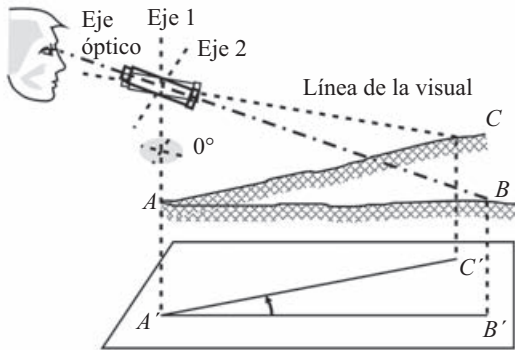


Figura 2-48 Proyección al plano horizonte y condición geométrica para la medida de ángulos.

La mayoría de los instrumentos topográficos tienen dispositivos ópticos y mecánicos que permiten hacer las mediciones con la garantía de que reúnen todas las condiciones geométricas. Al describir más adelante la brújula y el teodolito, se verá con mayor precisión y claridad lo antes dicho. Primero se mencionarán los métodos que se utilizan en las mediciones angulares:

Método simple. Este método consiste en colocar como origen de medición cero grados sobre la línea que une al vértice con cualquier punto de referencia. A partir de allí se puede medir el ángulo interno, externo o de deflexión en sentido positivo (sentido de las manecillas del reloj) o en sentido negativo (contrario a las manecillas del reloj), hasta el siguiente punto de referencia que defina el ángulo. Luego se lee en el círculo graduado el valor correspondiente al arco descrito entre las dos líneas (figuras 2-49 y 2-50).

Método de reiteración. En este caso el origen se toma de manera arbitraria en una lectura cualquiera definida de antemano, para ratificar los valores encontrados, compararlos y promediarlos para lograr mejores valores.

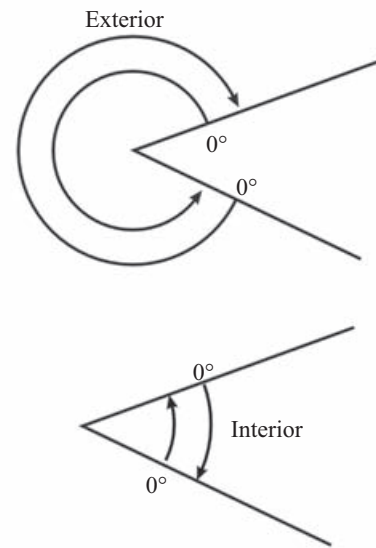


Figura 2-49.

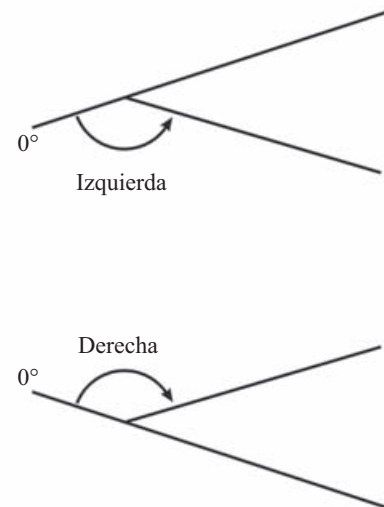


Figura 2-50.

El procedimiento consiste en fijar primero el número de reiteraciones que desean hacerse, luego se divide la circunferencia (360°) entre las reiteraciones y el cociente dará la diferencia de origen que deberá tener cada ángulo; este procedimiento es para minimizar errores de excentricidad y de graduación.

EJEMPLO

Es necesario hacer reiteraciones; por tanto, se divide $360/4 = 90$. En consecuencia, los orígenes serán: 0° , 90° , 180° y 270° .

Orígenes	Lectura final	Ángulo correspondiente
0°00'	26°02'	26°02'
90°00'	116°03'	26°03'
180°00'	206°03'	26°04'
270°00'	296°04'	26°04'
Promedio		26°03'

Para eliminar errores de colimación se toman medidas colocando el telescopio en posición directa y luego en posición inversa.

Método de vuelta de horizonte. En general se utiliza en trabajos topográficos en los que desde un vértice se tienen que tomar lecturas o hacer visuales n puntos. Así, se toma un lado como origen en cero grados y se gira hasta cada punto deseado; se hacen las lecturas correspondientes, se gira 360° y luego en sentido contrario para comprobar valores; la operación se repite cuantas veces sea necesario.

Método de direcciones. En este caso, el origen es arbitrario pero no previamente definido. A diferencia del método de reiteración y el valor angular, se resta a la lectura final la lectura inicial. Es un método muy seguro, sobre todo cuando se hace un buen número de series.

Lectura inicial	Lectura final	Ángulo correspondiente
130°42'10"	159°58'13"	29°16'03"
293°16'15"	322°32'19"	29°16'04"
389°35'06"	58°51'11"	29°16'05"
Promedio		29°16'04"

También se conoce como dirección al ángulo formado por la línea norte-sur o meridiana y una línea cualquiera que la intersecte. Cuando la medición se realiza considerando un círculo de 360° , que gira en sentido horario, es decir a la derecha o positivo, se denomina acimut, y cuando dicho círculo se divide en cuatro cuadrantes de 90° cada uno, hace que los ángulos descritos no sean mayores que 90° , se les denomina rumbos y se miden del norte al este, del norte al oeste, del sur al este y del sur al oeste (figura 2-51).

El origen de las lecturas en este método de direcciones debe iniciar en cero grados; pero esto no es estrictamente necesario, sobre todo cuando se usa un teodolito provisto de círculo de cristal y

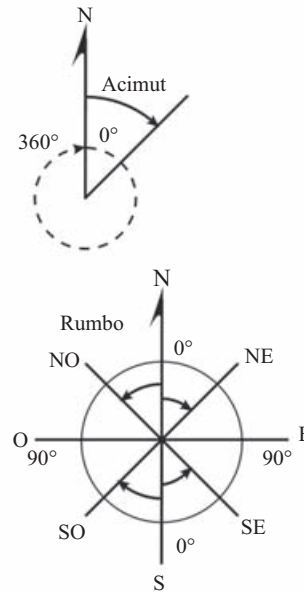


Figura 2-51. Ángulos de dirección (Acimutes y Rumbos).

micrómetro óptico. Lo normal es hacer las lecturas iniciales que tengan el instrumento al momento de comenzar las observaciones; lo mejor es buscar que la lectura inicial tenga un valor pequeño, por comodidad de lecturas. Esta operación no requiere más tiempo que el necesario, porque, como en todas las cosas, la rapidez es importante en tanto se logren todos los objetivos previstos.

Con un teodolito electrónico basta con oprimir un botón, que por impulso magnético coloca automáticamente el círculo en cero grados. Ya definida la línea de origen para la medición angular y luego de realizar el giro correspondiente, en una pantalla se puede leer el valor del ángulo en forma digital. Este método puede repetirse tantas veces como sea necesario, para tener mayor seguridad en la lectura o para lograr un promedio de todos los valores observados.

Método de repetición. En este método se toma como origen cualquier línea en cero grados, se gira hasta el lado con el cual se define el ángulo por medir y se regresa a la línea de origen, pero no se coloca en cero grados, sino en la lectura que se haya tenido al medir. Se repite varias veces esta operación y, como los valores se han ido acumulando (en la segunda, el doble; en la tercera, el triple, etc.), el valor angular de la última observación se divide

entre el número de veces que se hizo la repetición y el resultado será el valor angular correspondiente (se hacen tres o cuatro repeticiones, ya que la fricción del limbo puede arrastrar su graduación y perdería precisión).

Repetición	Valor acumulado
1	37° 20'
2	74° 42'
3	112° 03'

$112^{\circ}03' / 3 = 37^{\circ}21'$ valor promedio

Este método es muy confiable, ya que ofrece la ventaja de detectar errores, equivocaciones y errores acumulados por la apreciación de los valores.

En relación al acimut y el rumbo, pueden ser magnéticos o astronómicos según que la meridiana de referencia sea determinada por medios magnéticos (brújula) o por métodos astronómicos, como se verá en el siguiente apartado.

Rumbo magnético, fenómenos físicos que intervienen en su determinación y descripción de la brújula tipo Brunton

Hay muchos tipos de brújulas y gran cantidad de marcas en el mercado para las más diversas aplicaciones; por su uso más frecuente, sólo describiremos la tipo Brunton y mencionaremos que hay brújulas denominadas de topógrafo y la de reflexión.

La brújula Brunton se llama también miniteodolito o teodolito de bolsillo. Es un dispositivo de orientación, que basado en el magnetismo terrestre determina la dirección de las líneas en relación con la meridiana magnética, así como el ángulo que forma con la meridiana. Primero se hará una descripción general de esta brújula, antes de entrar en detalles.

Desde la antigüedad, la brújula ha servido al hombre durante mucho tiempo; antes de la aparición del teodolito y de otros instrumentos topográficos ya se utilizaba para la realización de mediciones angulares y para la orientación en los levantamientos de los terrenos. Aunque su origen y uso fue la navegación, en la actualidad sigue siendo un magnífico auxiliar en levantamientos y con sus trabajos complementarios se logra mayor precisión, en estudios de arqueología, geología, forestales, etcétera.

No muy precisa, pero sí muy práctica, la brújula cumple perfectamente bien ciertos fines. Se obtienen resultados satisfactorios en menor tiempo en los trabajos realizados en áreas pequeñas, o levantamientos de terrenos mayores, cuya representación gráfica se realiza a pequeña escala, y donde se requiere menor precisión de la que se podría obtener con un teodolito. Por ejemplo, si en un levantamiento topográfico con brújula se cometiera, por las mediciones angulares, un error de 3 m, si el plano tuviera una escala de 1:25 000 y no se hiciera ajuste alguno o compensación de los errores, 3 m representarían a esa escala 0.12 mm. Si la escala fuese 10 veces mayor, es decir 1:2500, el error representaría 1.2 mm. Como se verá después, si los errores están dentro de la tolerancia prevista, se compensan antes del dibujo.

La principal pieza de la brújula es una aguja imantada que gira libremente alrededor de su centro de gravedad y, dado que los polos magnéticos de la Tierra actúan como grandes imanes, dicha aguja tenderá siempre a estar alineada en esa dirección, siguiendo las leyes del magnetismo para definir la línea norte-sur o meridiana magnética.

El componente de la brújula tipo Brunton es una caja de latón con un círculo graduado con una escala graduada de 0 a 360°, con la que puede medirse un acimut, o un círculo subdividido en cuatro cuadrantes de 90° cada uno, para definir directamente los rumbos.

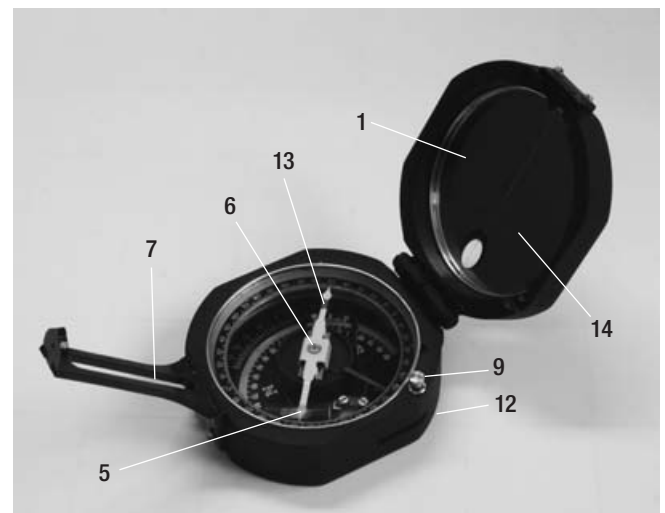


Figura 2-52.

- 1) Tapa de la brújula
- 2) Clisímetro o clinómetro. Índice que en ocasiones tiene un nonio
- 3) Nivel circular
- 4) Nivel tubular
- 5) Aguja magnética (punta orientada siempre al norte)
- 6) Pivote y eje de giro o eje acimutal
- 7) Pinula o mirilla
- 8) Círculo graduado
- 9) Tornillo para ajuste de la brújula y para corrección de la declinación magnética
- 10) Semicírculo graduado para medir ángulos de inclinación respecto a la horizontal definida por el nivel tabular
- 11) Bastón que sujeta la aguja magnética al cerrar la tapa de la caja y que nos sirve también para disminuir su movimiento cuando oscila demasiado
- 12) Caja de la brújula
- 13) Contrapeso en la parte de la aguja magnética que apunta al sur a fin de que la aguja permanezca horizontal una vez nivelada la caja de la brújula mediante el nivel circular
- 14) Línea que divide el círculo descrito por el espejo reflector de la tapa de la caja y el orificio por medio del cual se puede visar hacia abajo

Al centro del fondo de la caja, precisamente con el centro del círculo graduado, está un pivote alrededor del cual gira la aguja magnética, que por lo general es de acero duro, con punta muy aguda y está fija sobre un ágata o alguna otra roca dura. Alrededor del pivote, en forma independiente gira un dispositivo que tiene los siguientes elementos: un nivel circular de burbuja de aire dentro de un recipiente que contiene éter o bencina. Dicha burbuja también tiene los vapores de la sustancia en la cual está inmersa; esto y cierta curvatura del recipiente hacen que la burbuja vaya a la parte superior.

Es visible porque la cubierta es de cristal, y haciendo los movimientos de inclinación necesarios, se puede llevar la burbuja al centro para colocar la brújula en posición horizontal. Además tiene un

semicírculo graduado en dos sentidos, de 0 a 90°. A la izquierda y a la derecha del centro del semicírculo hay un índice (o un nonio) para hacer lecturas de ángulos de inclinación o verticales, apoyándose de un nivel tubular de burbuja colocado en posición paralela con el fondo de la caja. Ello tiene por objeto que la directriz de nivel defina la posición horizontal de la caja, pero colocada de manera transversal a la posición del nivel circular antes descrito (figuras 2-52 y 2-53).

Así se coloca la brújula de costado, sobre una tabla o en el terreno. Con la palanca que está fuera de la caja, por la parte trasera, se lleva la burbuja del nivel tubular al centro, de modo que el ángulo de inclinación formado por la directriz del nivel y el terreno pueda ser medido con el semicírculo graduado. A este dispositivo se le denomina clisímetro o clinómetro (figura 2-54).

La caja está cubierta con una tapa mediante una bisagra en uno de los extremos. La tapa tiene adentro un espejo circular con una línea que divide al círculo en dos partes iguales, que coinciden con la graduación de 0° del círculo graduado de la brújula. El espejo sirve para hacer visuales a través de él cuando no pueden hacerse en forma directa. En la parte más próxima a la caja, también tiene un claro para mirar hacia abajo al punto de estación, cuando se utiliza el espejo y apoyamos la brújula directamente en la mano.

En el lado opuesto a la tapa de la caja hay una pequeña mirilla o pinula, que embona dentro de la tapa de la brújula cuando está cerrada. Y su punto cuando está extendida nos sirve para hacer visuales, en forma similar a cuando hacemos puntería con un rifle, ya que dicha punta coincide con la línea del espejo y la línea imaginaria que pasa por 0 y 180° del círculo graduado cuando se trata de una brújula acimutal, y por 0 y 0° cuando la brújula mide rumbos como la que se muestra en la figura 2-53.

En la parte trasera de la caja existe una palanca o manivela, mediante la cual se puede operar el índice 2, para colocar el nivel tubular en posición horizontal cuando la burbuja está en el centro. Con dicho índice se puede leer el valor del ángulo de inclinación y el porcentaje de pendiente sobre el semicírculo graduado 10.



Figura 2-53. Brújulas tipo Brunton.

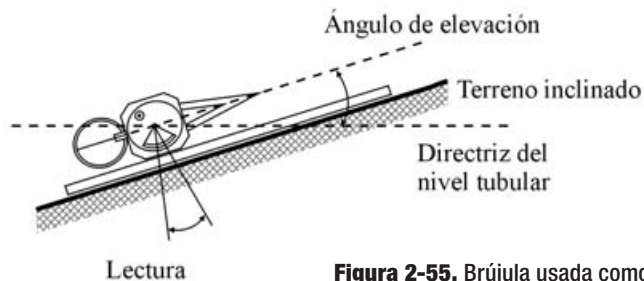


Figura 2-55. Brújula usada como clinómetro.

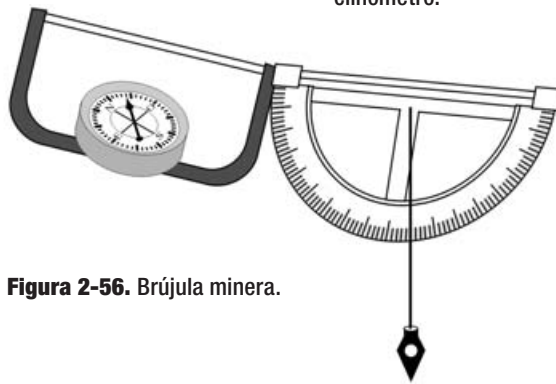


Figura 2-56. Brújula minera.

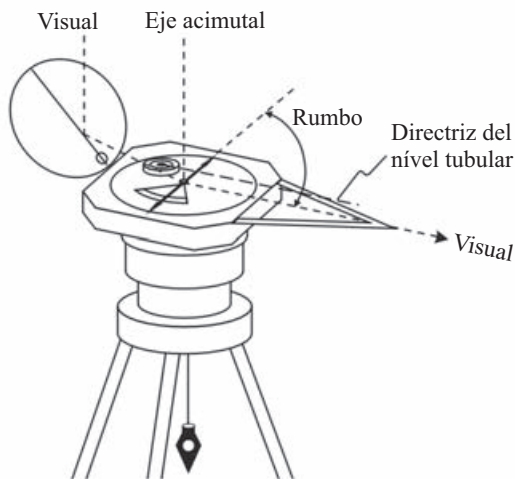


Figura 2-54. Uso de la brújula para medir ángulos horizontales.

Brújula de minero con clinómetro exterior [nótese las diferencias con la brújula tipo Brunton (figura 2-55)].

Para colocar a la brújula sobre el vértice en que se desea medir los ángulos, se contará con un trípode y una plomada. Si no se tienen estos utensilios (figura 2-56), se puede fabricar un bastón de madera como el que se describe en la figura 2-57.

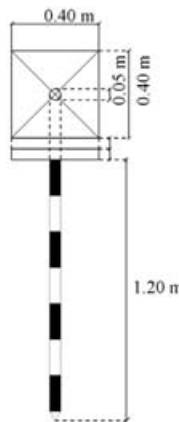
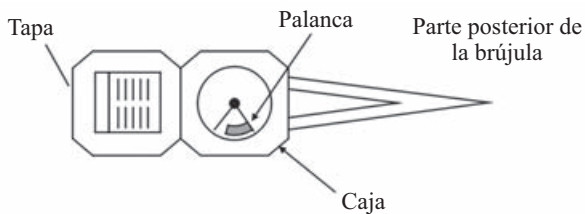


Figura 2-57. Bastón



Es posible realizar las mediciones con brújula aun sin tener los utensilios anteriores; es necesario sólo sujetar en la mano una plomada y la brújula. La maniobra no es sencilla y con menor precisión. Pero si se requiere rapidez o no se consigue un trípode o un bastón, se realizarán los procedimientos adecuados para satisfacer las necesidades geométricas de colocar el centro de la brújula sobre el punto desde el cual se desea medir: rumbos o acimutes. El eje imaginario de la vertical del lugar deberá ser perpendicular con el plano horizontal, sobre el cual se proyecta el conjunto de puntos por levantar (figura 2-58).

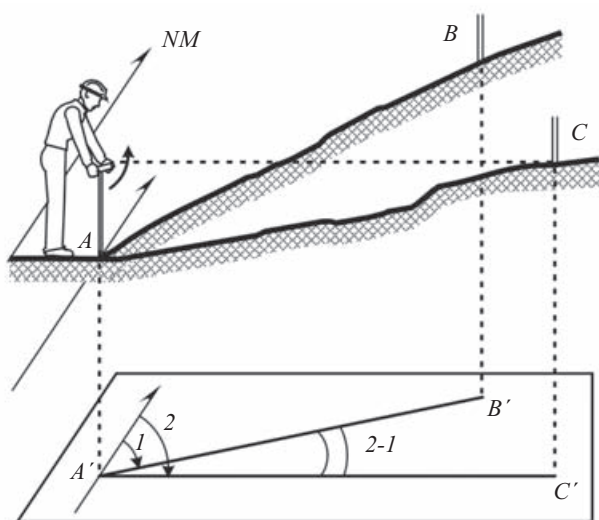


Figura 2-58. Condición geométrica de un levantamiento topográfico con brújula.

Por ejemplo, el ángulo BAC no se mide directamente con la brújula, se calcula a partir de rumbos o acimutes, es decir, las direcciones de A a B (figura 2-58) y de A a C (figura 2-58) mediante una simple resta: ángulos $B'A'C' = 2 - 1$.

Para determinar el rumbo o acimut, la aguja magnética apuntará siempre en dirección nort-sur, es decir, la meridiana magnética estará definida cuando esté centrada y nivelada o poniendo la brújula en posición horizontal. En nuestro hemisferio (norte), la punta de la aguja se dirige al norte para evitar que se incline en relación con la posición de la caja, que es tangente a la superficie terrestre; en la parte que se dirige al sur (el otro extremo de la aguja) tiene un contrapeso calibrado para cada caso y con ello la aguja girará libremente sobre el pivote. Luego, al girar la caja en cualquier sentido, la punta de la aguja que apunta al norte indicará el rumbo o acimut sobre el círculo graduado (figura 2-59).

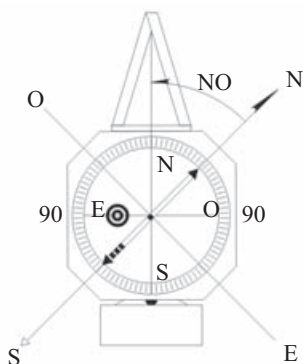


Figura 2-59.

En las brújulas acimutales el problema desaparece, ya que el círculo está de 0 a 360° y, conocido el acimut, es posible calcular el rumbo, y viceversa.

EJEMPLOS

Un acimut de 293° será un rumbo NO $67^\circ = (360 - 293^\circ)$.

Un rumbo SE 36° corresponde a un acimut de $144^\circ = (180 - 36^\circ)$, etcétera.

Fenómenos físicos que intervienen en la determinación de los rumbos o acimutes magnéticos

La aguja magnética de la brújula suele sufrir desviaciones o atracciones debidas a objetos relativamente cercanos que ejercen una atracción magnética llamada atracción local. Esto se debe a alguna acumulación de metales en el terreno o rieles de ferrocarril, torres de transmisión de electricidad, la hebilla de un cinturón, un llavero, etcétera.

Como estas alteraciones pueden ser frecuentes, será necesario buscar métodos de comprobación para que los levantamientos cumplan con los objetivos propuestos.

Otros fenómenos que se presentan se deben a tormentas magnéticas y alteraciones periódicas que se producen en el campo magnético de la Tierra, como variaciones diarias (diurnas y nocturnas, anuales, seculares, etc.). No es fácil conocer estas alteraciones para disminuirlas o evitarlas, como las atracciones locales, porque es necesario recurrir a procedimientos y observaciones de la astronomía práctica o de posición, o contar con un giróscopo para definir la meridiana astronómica y comparar con nuestra brújula la meridiana magnética observada. A la diferencia entre la meridiana magnética y la astronómica se le denomina variación o declinación magnética. Se le designa con la delta minúscula (δ), si se da el desplazamiento hacia el este o hacia el oeste. En algunas regiones de la República Mexicana se conoce la declinación magnética cada año, mediante el anuario del observatorio astronómico del Instituto de Astronomía de la Universidad Nacional Autónoma de México. A continuación, se anotan algunas, correspondientes a 1983.

Entidad federativa	Declinación (d) noreste
Aguascalientes, Aguascalientes	7° 40.7'
Mexicali, Baja California	4° 56.5'
Campeche, Campeche	8° 01.1'
Saltillo, Coahuila	8° 10.7'
Colima, Colima	7° 05.8'
Ciudad de México	7° 16.6'
Chilpancingo, Guerrero	7° 46.7'
Guanajuato, Guanajuato	7° 26.4'
Pachuca, Hidalgo	7° 27.0'
Toluca, Edo. de México	7° 40.5'
Morelia, Michoacán	7° 21.1'
Cuernavaca, Morelos	8° 05.2'
Monterrey, Nuevo León	7° 20.3'
Querétaro, Querétaro	7° 17.5'
Tlaxcala, Tlaxcala	12° 37.8'
Jalapa, Veracruz	6° 37.9'

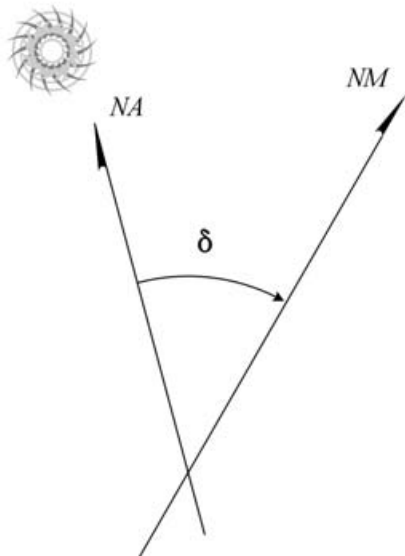


Figura 2-60. Declinación magnética.

Conocida la declinación magnética, se puede corregir sobre el círculo graduado de la carátula de la brújula con el tornillo de ajuste. Se corrige la cantidad angular en cada caso, para que los resultados sean lo más cercano a la orientación absoluta o astronómica. Este dato tendrá más validez, ya que un rumbo magnético de referencia cambia periódicamente y, si no se hacen las consideraciones pertinentes, al paso del tiempo sería difícil hacer las aclaraciones justas o precisas, sobre todo

en casos de problemas de tipo legal al restablecer linderos.

Las mediciones angulares de rumbos o direcciones de líneas aisladas o concatenadas en forma de poligonal (abierta o cerrada) se realizan con un sistema cartesiano definido por la meridiana y la línea este-oeste.

Entre dos vértices o puntos de una poligonal se pueden definir los rumbos desde ambos vértices y, como son ángulos alternos internos, de acuerdo con la geometría deben ser iguales, cambiando sólo de cuadrante. Esto permite conocer y corregir los errores que se presenten o desechar las observaciones y recurrir a métodos alternativos para realizar la medición angular de ese lado (figura 2-61).

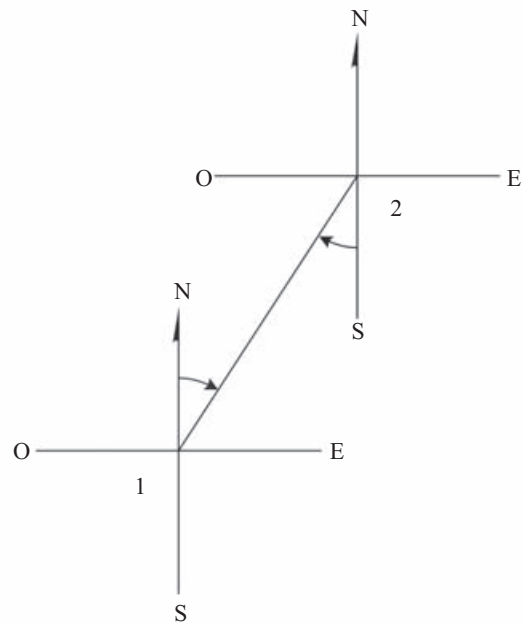


Figura 2-61. $R_{12} = NE x^\circ$ (noreste \times grados)
 $R_{21} = SE x^\circ$ (sureste \times grados).

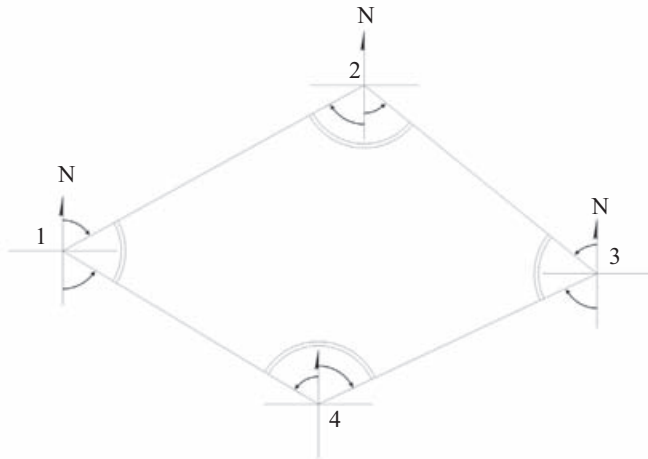
En el dibujo, las iniciales de los puntos cardinales este y oeste están invertidas, con el objeto de dar los rumbos en forma directa, dados los sentidos en que se miden los rumbos en forma directa, del norte al este de 0 a 90° del norte al oeste, del sur al oeste (NE, NO, SE, SO). Se podrán realizar varias observaciones en las dos direcciones cuando $R_{12} \neq R_{21}$ y se trata de la medida de un lado solo y promediar los valores cuya diferencia no exceda al doble de la aproximación de la brújula.

Cuando se trata de varios lados, en una poligonal abierta se compensará, tomando como base los lados que no presenten diferencias o que las tengan menores en sus valores directos e inversos.

Para una poligonal cerrada se procederá a corregir la diferencia acumulada, dividida entre el número de ángulos de la figura 2-62 como se explica, a continuación.

Cálculo de los ángulos interiores

Si se miden los rumbos (en sentido directo) desde cada uno de los vértices de la poligonal, se hace el análisis ayudados de una figura, para realizar las operaciones necesarias y así determinar los valores de los ángulos internos de la poligonal para la compensación.



Ángulo 1 = $180^\circ - (R_{12} + R_{14})$

Ángulo 2 = $R_{21} + R_{23}$

Ángulo 3 = $180^\circ - (R_{32} + R_{34})$

Ángulo 4 = $R_{43} + R_{41}$

En donde R_{12} , R_{23} , R_{34} , etc. son los rumbos directos de los lados.

Figura 2-62.

Compensación angular

Primero se verifica que la suma de ángulos interiores sea igual a $180^\circ \times (n - 2)$, donde n = número de vértices y, si la diferencia no rebasa la tolerancia especificada para los objetivos particulares, se procede a la compensación dividiendo la diferencia entre n . Así, $C = \pm d/n$.

Ya determinados el valor y el signo de C , se ajustan los ángulos y se procede a corregir los rumbos, tomando como base el lado cuyos rumbos directo e inverso sean iguales y sumando o restando en cada vértice los nuevos valores de los ángulos compensados como en el ejemplo siguiente.

EJEMPLO

Un levantamiento realizado con una brújula tipo Brunton arrojó los siguientes resultados (figura 2-63).

Lado distancia*	Rumbo directo	Rumbo inverso
A-B	SE 89°42'	NO 89°42'
B-C	SE 12°00'	NO 15°00'
C-D	SO 39°45'	NE 42°30'
D-E	NO 72°45'	SE 72°30'
E-A	NE 23°45'	SO 24°00'

* Se omite este dato por no ser relevante para el ejemplo. Las diferencias angulares entre rumbo directo e inverso son relativamente grandes según lo expresado en párrafos anteriores; pero el ejemplo es muy útil en cuanto a la ilustración de los errores y su compensación.

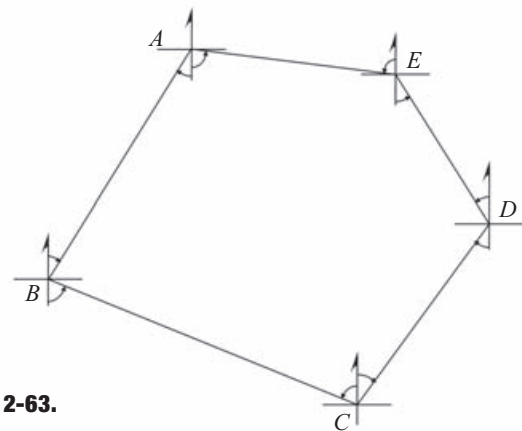


Figura 2-63.

Cálculo de los ángulos interiores:

Ángulo A = $89^\circ 42'$
 + $24^\circ 00'$
 113°42'

Ángulo D = $72^\circ 45'$
 + $42^\circ 30'$
 115°15'

(Ver figura 2-65.)

Ángulo B = $180^\circ 00'$
 - $89^\circ 42'$
 90°18'
 + $12^\circ 00'$
 102°18'

Ángulo E = $72^\circ 30'$
 + $23^\circ 45'$
 96°15'
 180°00'
 - $96^\circ 15'$
 83°45'

$$\begin{array}{r}
 \text{Ángulo } C = 39^{\circ}45' \\
 + 15^{\circ}00' \\
 \hline
 54^{\circ}45' \\
 180^{\circ}00' \\
 - 54^{\circ}45' \\
 \hline
 125^{\circ}15'
 \end{array}$$

Condición de cierre angular $180^{\circ} (n - 2) = 180^{\circ} (5 - 2) = 540^{\circ}$

Suma de ángulos interiores

$$\begin{array}{r}
 \text{Ángulo } A \ 113^{\circ}42' \\
 \text{Ángulo } B \ 102^{\circ}18' \\
 \text{Ángulo } C \ 125^{\circ}15' \\
 \text{Ángulo } D \ 115^{\circ}15' \\
 \text{Ángulo } E \ 83^{\circ}45' \\
 \hline
 \text{Suma} \ 540^{\circ}15'
 \end{array}$$

Por tanto, la diferencia d es de $15'$ en demasía, es decir, su signo es $+$; por eso, a la corrección C se le dará el signo contrario $-$; así, $C = 15'/5 = -3'$, ($C = d/n$), y así los ángulos quedan:

$$\begin{array}{r}
 \text{Ángulo } A \ 113^{\circ}39' \\
 \text{Ángulo } B \ 102^{\circ}15' \\
 \text{Ángulo } C \ 125^{\circ}12' \\
 \text{Ángulo } D \ 115^{\circ}12' \\
 \text{Ángulo } E \ 83^{\circ}42' \\
 \hline
 \text{Suma} \ 540^{\circ}00'
 \end{array}$$

A partir del lado $A-B$ que presenta el mismo rumbo en posición directa e inversa y analizar de manera gráfica la poligonal, se corrigen los rumbos de los lados para que correspondan con la compensación angular y tengan los mismos valores en las dos direcciones (figura 2-65).

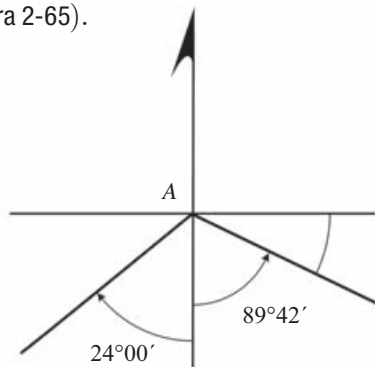


Figura 2-64. Condición de cierre angular $180^{\circ} (n - 2) = 180^{\circ} (5 - 2) = 540^{\circ}$

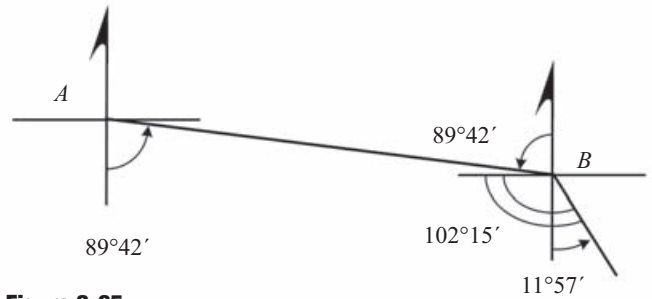


Figura 2-65.

$$\begin{array}{r}
 \text{Rumbo del lado } A-B = \text{SE} \ 89^{\circ}42' \\
 \text{Más el ángulo } B \quad \quad \quad + 102^{\circ}15' \\
 \hline
 191^{\circ}57'
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Menos el semicírculo} \quad \quad - 180^{\circ}00' \\
 \text{Nos resulta el rumbo SE} \quad \quad 11^{\circ}57' \text{ que es el} \\
 \text{rumbo del lado } B-C \quad \quad \quad \underline{11^{\circ}57'} \\
 \text{Más el ángulo } C \quad \quad \quad + 125^{\circ}12' \\
 \text{restando de } 180^{\circ} \quad \quad \quad \underline{180^{\circ}00'} \\
 \text{nos da ahora SO} \quad \quad \quad 42^{\circ}51' \\
 \text{rumbo del lado } C-D \quad \quad \quad 42^{\circ}51'
 \end{array}$$

Mediante un análisis gráfico y con los correspondientes valores, se obtienen de manera sucesiva los rumbos hasta llegar al rumbo $A-B$. Después, para verificar resultados si hubiese alguna diferencia, serán equivocaciones aritméticas que habrá que corregir.

$$\begin{array}{l}
 \text{Rumbo de } D-E = \text{NO } 72^{\circ}21' \\
 \text{Rumbo de } E-A = \text{NE } 23^{\circ}57' \\
 \text{Rumbo de } A-B = \text{SE } 89^{\circ}42'
 \end{array}$$

Ahora se supondrá que los valores de los rumbos inversos son idénticos, sólo que en cuadrantes opuestos.

También se debe mencionar que la brújula de telescopio excéntrico proporciona más precisión por su tamaño, círculo mayor, base de sustentación, soporte de un trípode más robusto, telescopio y nivel tubular sobre el tubo del telescopio de gran sensibilidad. Además, mejor posibilidad de centrado. Sin embargo, estos aparatos son poco usados en México y por ello sólo los mencionaremos en esos términos.

El teodolito

El instrumento para medir ángulos, llamado teodolito, de origen desconocido, posiblemente proviene del griego *theao*, mirar y *hodos*, camino. Al

parecer la etimología no corresponde al objeto, ya que de hecho es un goniómetro, pero no se conoce la razón para llamarlo teodolito.

El teodolito fue perfeccionado por el óptico inglés Jesse Ramsden (1735-1800) después de varios intentos. Más adelante, y después de algunos cambios, el alemán Reichembach construyó un teodolito que prácticamente es igual a los actuales de nonio o vernier.

Este instrumento teodolito constituye el más evolucionado de los goniómetros, ya que con el teodolito es posible realizar desde las más simples mediciones hasta levantamientos y replanteos muy precisos; en la actualidad existe una gran variedad de modelos y marcas.

En estos teodolitos se combinan una brújula, un telescopio central, un círculo graduado en posición horizontal y un círculo graduado en posición vertical. Con estos elementos y su estructura mecánica se pueden obtener rumbos, ángulos horizontales y verticales. Asimismo, mediante cálculo y el apoyo de elementos auxiliares, pueden determinarse distancias horizontales, verticales e inclinadas.

Una importante variante del teodolito es el taquímetro autorreductor, creado por el italiano Ignacio Porro (1801-1875). El taquímetro, del griego *takhyo*, rápido y *metron*, medida, contiene también un dispositivo óptico que permite conocer distancias y desniveles en forma directa, sin hacer cálculo alguno.

Además, el teodolito se puede utilizar como equialtímetro o nivel (descrito en el tema 3). El teodolito es un instrumento muy flexible y fundamental para la práctica de la ingeniería.

Tipos de teodolitos

Existen varios tipos de teodolito: de nonio o vernier, de micrómetro óptico, teodolito electrónico y taquímetros autorreductores (ver tema 4 y apéndice A).

Teodolito de vernier. En México y en otros países de América a este instrumento se le da el nombre de *tránsito*, tal vez debido a un anglicismo pues en Europa continental recibe el nombre de teodolito. No se conoce exactamente el origen de esta diferencia. Se ha especulado al respecto y no hay un acuerdo; se dice, por ejemplo, que

gracias a la posibilidad de que el telescopio del tránsito gire sobre su eje 180° lo hace diferente del teodolito. Efectivamente, en el pasado fue así y algunos equipos muy especializados (utilizados en astronomía de posición muy precisa) no realizan un giro completo del telescopio sobre su eje. En la actualidad, y desde hace mucho tiempo, la mayoría de este tipo de goniómetros gira sobre su eje a lo que coloquialmente se le denomina “vuelta de campana”.

Aquellos instrumentos mediante los cuales se realizan mediciones angulares se les llama tránsito, cuya aproximación se hace con un vernier sobre un círculo graduado en una superficie metálica. En general, se les denomina teodolito a aquellos goniómetros cuya óptica es más evolucionada con mecanismos más precisos y cuyas lecturas angulares se realizan en círculos hechos sobre cristal y se aproximan mediante un micrómetro de tipo óptico y un microscopio. También se da ese nombre a los goniómetros de tipo electrónico, instrumentos con los que se obtiene mayor precisión y rapidez de operación.

Estos tipos de instrumentos en varios países han desplazado casi totalmente a los tránsitos de nonio; sin embargo, en otras naciones aún los utilizan tanto en la docencia como en los trabajos de ingeniería. Tienen algunas ventajas, como su durabilidad, la facilidad para realizar algunas reparaciones, etc., y algunas desventajas, como menor precisión, mayor lentitud de operación, mayor peso, etcétera.

La diferencia entre tránsito y teodolito es más bien desde el punto de vista tecnológico y de recursos económicos, ya que los principios geométricos son los mismos, y el uso de uno o de otro depende de los objetivos que se pretendan. Al respecto los aparatos de micrómetro óptico se han generalizado y su uso es muy frecuente, pero se usan aún los de lectura de vernier.

El denominado tránsito tiene una base de sustentación apoyada y atornillada sobre una cabeza metálica con tres patas extensibles, de madera o de aluminio, conocida como trípode o tripié. La base del tránsito se llama base niveladora y tiene cuatro tornillos niveladores opuestos 2 a 2 en forma perpendicular. También los hay con tres tornillos

niveladores colocados 2 a 1 en forma perpendicular. Con estos tornillos con cuerda estándar, al girar los opuestos en forma simultánea en el mismo sentido (ambos hacia adentro o hacia afuera), uno se acorta y el otro se alarga, esto hace que la base realice un movimiento basculante, para que con los niveles tubulares del limbo o plato horizontal se ponga el aparato en posición horizontal cuando la burbuja de aire atrapada en el nivel se localice en la parte superior, entre las marcas que existen.

- 1) Lente del objetivo con su respectiva sombra
- 2) Tornillo de sujeción del movimiento del telescopio (movimiento vertical)
- 3) Tornillo de enfoque de la lente de la retícula
- 4) Lente del ocular
- 5) Tornillo de enfoque del objetivo
- 6) Tornillo de movimiento lento del telescopio o tornillo tangencial del movimiento vertical
- 7) Soporte del telescopio
- 8) Brújula
- 9) Ventana para mirar el limbo o círculo horizontal con su correspondiente vernier
- 10) Tornillo de sujeción del movimiento horizontal del limbo, también llamado del movimiento particular
- 11) Tornillo de movimiento lento o tangencial del movimiento particular
- 12) Tornillos niveladores
- 13) Cabeza metálica de trípode
- 14) Tornillo de sujeción del movimiento general del aparato
- 15) Tornillo de movimiento lento o tangencial del movimiento general
- 16) Niveles tubulares del círculo horizontal
- 17) Trípode
- 18) Tornillo de sujeción de la aguja de la brújula
- 19) Círculo vertical con su respectivo vernier
- 20) Nivel tubular de burbuja del telescopio
- 21) Tornillo de la retícula

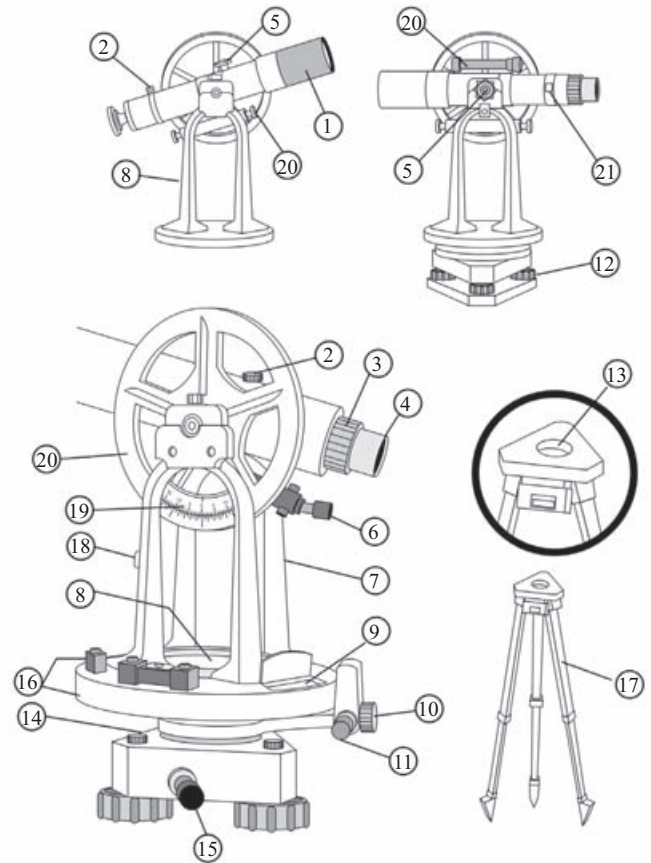


Figura 2-66. Teodolito de vernier.

Hay otros tránsitos que están montados sobre una cabeza en forma de rótula y un solo tornillo que sujeta el movimiento. Sólo con la mano se lleva una burbuja de nivel circular al centro, en forma aproximada, para luego afinar con otro tornillo tangencial. Los hay también con una base basculante, que consta de un semicírculo que mediante un tornillo de cuerda sinfín realiza movimientos de inclinación o basculantes. Estos dos últimos dispositivos son más frecuentes en los teodolitos de micrómetro óptico.

Luego, sobre el plato que cubre al círculo horizontal se apoyan los soportes del telescopio que, al girar sobre dos cojinetes en 180°; describen lo que se denomina vuelta de campana alrededor del eje de alturas, que es perpendicular al eje acimutal, para cumplir con la condición geométrica correspondiente.

Junto con la base nivelante se encuentra un tubo o caja de forma cónica con un eje de giro o eje

acimutal, que coincide con el centro del aparato, en particular con el centro del círculo graduado o *limbo horizontal*. El eje es colineal con la vertical (línea cenit-nadir) que se materializa con la plomada, cuyo soporte en forma de gancho coincide también con el eje acimutal.

Los tránsitos modernos sustituyen la plomada tradicional que pende de un hilo por un dispositivo óptico que, gracias a un prisma reflector, permite ver a través de un pequeño anteojito, colocado horizontalmente abajo del círculo graduado, una línea perpendicular a la línea del eje óptico de esa lente, hacia cualquier punto sobre el que se desee centrar el aparato, en la actualidad además vienen provistos de un emisor laser que facilita el centrado (figura 2-67).

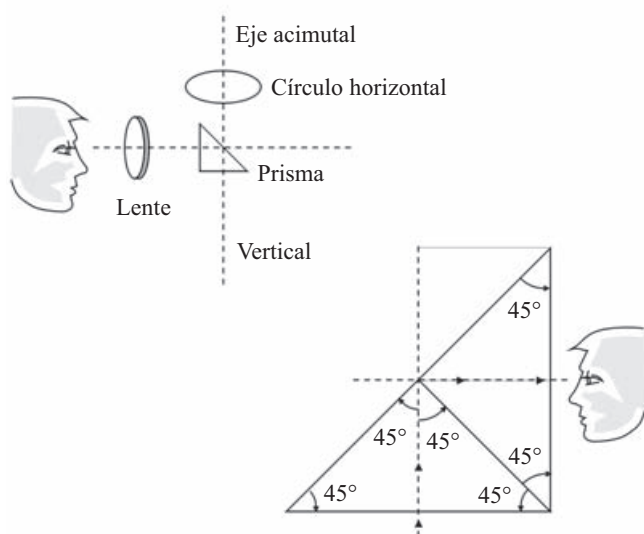


Figura 2-67. Plomada óptica y detalle del prisma a 45°.

- 1) Soporte
- 2) Tornillos niveladores (tres)
- 3) Base niveladora
- 4) Nivel circular de la base niveladora
- 5) Disco móvil del círculo horizontal o limbo horizontal
- 6) Telescopio de aumento para lectura de ángulos
- 7) Ventana de iluminación del limbo horizontal
- 8) Nivel tubular del limbo horizontal

- 9) Plomada óptica
- 10) Lentes del ocular
- 11) Cubierta de los tornillos de la retícula
- 12) Telescopio
- 13) Círculo o limbo vertical
- 14) Nivel tubular del telescopio
- 15) Mirilla
- 16) Lentes del objetivo
- 17) Tornillo de fijación del movimiento vertical
- 18) Tornillo de enfoque del objetivo
- 19) Tornillo de movimiento lento o tangencial del movimiento vertical
- 20) Nivel tubular
- 21) Tornillo tangencial de la alidada
- 22) Tornillo de fijación de la alidada (se le llama también tornillo del movimiento particular)
- 23) Tangencial del movimiento general
- 24) Tornillo de fijación del movimiento general (libera o sujeta el limbo horizontal)

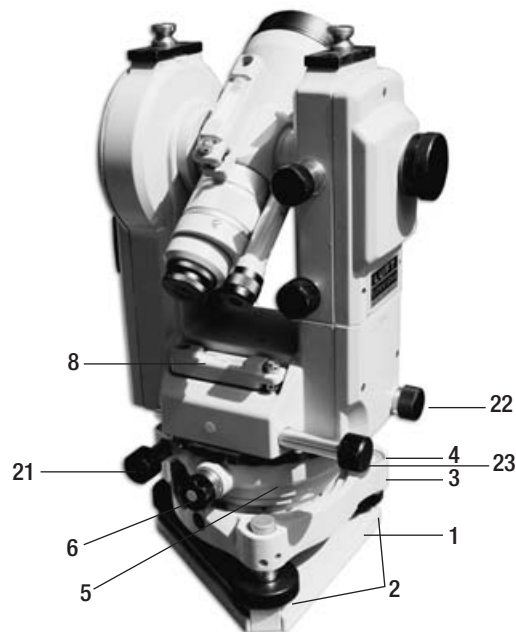


Figura 2-68. Tránsito de lectura de nonio con los círculos cubiertos y plomada óptica.

Telescopio

Las partes principales del telescopio son el objetivo, la retícula y el ocular (figura 2-69).

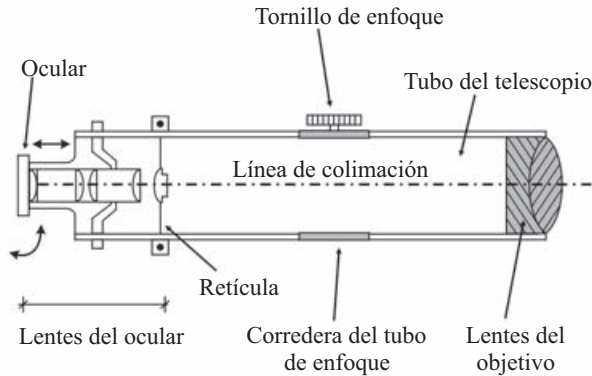


Figura 2-69. Telescopio de enfoque externo.

La línea de la visual o línea de colimación es una recta imaginaria que coincide con el eje óptico de las lentes y que cruza la intersección de los hilos o marcas de la retícula, cuando se dirige una visual hacia cualquier punto.

Para ver perfectamente definidos la retícula y el punto deseado, es necesario realizar el enfoque, tanto del ocular como del objetivo. Hay telescopios de enfoque interno, como el que se muestra en la figura 2-70.

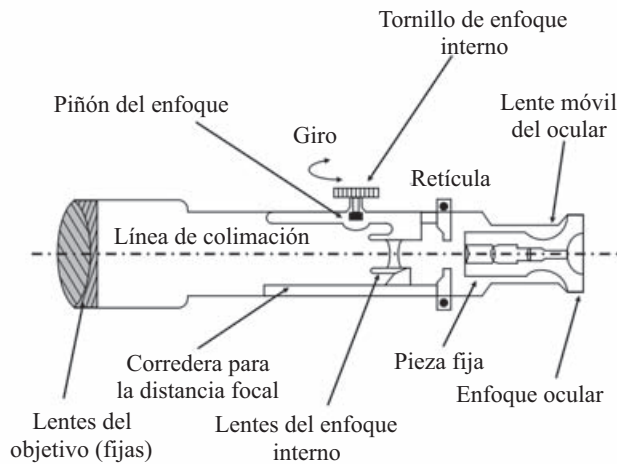


Figura 2-70. Telescopio de enfoque interno.

De hecho, todos los telescopios modernos poseen enfoque interno e imagen directa gracias a sus sistemas de lentes que definen un sistema convergente.

Por lo general, la retícula o cruz filar está grabada sobre cristal, o con hilos delgados de platino definida por dos líneas, una horizontal y una vertical (figura 2-71).

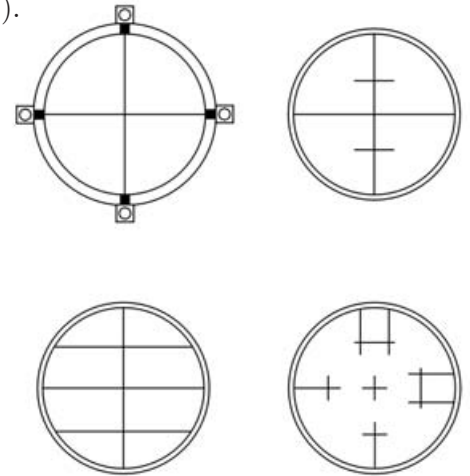


Figura 2-71. Diversos tipos de retícula.

En el plano de la retícula se forma la imagen proyectada por las lentes del objetivo: una biconvexa al exterior y una planoconvexa al interior. Luego, el ocular proyecta la imagen ampliada al ojo del observador. Con sus lentes planoconvexas, cuya concavidad se encuentra opuesta una a la otra, el ocular hace las veces de un microscopio.

Los telescopios modernos tienen lentes que corrigen e invierten la imagen. Sólo en forma esporádica se han de utilizar telescopios de imagen invertida.

Círculo horizontal o limbo horizontal

En los tránsitos de nonio se trata de un círculo graduado sobre un disco, de bronce, latón, acero u otros metales, con un borde plateado, donde están grabadas las divisiones que pueden corresponder a espacios de 30 o de 20 minutos.

Las graduaciones se presentan a la izquierda y la derecha numeradas de 0 a 360° con una pequeña inclinación en los números; en el sentido en que aumenta la numeración para evitar confusiones. Las graduaciones correspondientes a 1, 5, 10°, etc., están marcados con líneas de diferente longitud; hay

tránsitos cuya menor división entre cada grado es de 10 a 15 minutos.

Por supuesto que las marcas presentan irregularidades, pero sólo con un microscopio se pueden distinguir. Con ayuda de una lupa, parecen regulares, para esto introduce pequeños errores angulares.

Debido a que el limbo gira sobre el eje acimutal, puede girar libremente o sujeto al índice de un círculo concéntrico, llamado *alidada*. Para colocar una visual en un punto, habiendo colocado el índice de la alidada en coincidencia con el *cero* del limbo, se sujeta el tornillo de movimiento general y se suelta el tornillo de movimiento particular (figuras 2-66 y 2-68), se describe un ángulo a partir de una línea con origen en cero grados.

Una vez que el índice está sobre una marca correspondiente a un valor angular exacto, se hace la lectura, pero si está entre dos marcas será difícil estimar una lectura precisa. Es ahí donde interviene el nonio, pues la menor división del limbo tiene que ser subdividida para llegar a una lectura más aproximada al valor real del arco descrito.

Vernier

Inventado en 1631 por el científico francés Pierre Vernier, es un dispositivo que sirve para interpretar con mayor aproximación las fracciones angulares que el índice marca sobre los limbos, debido a subdivisiones lineales o fracciones de arco (figuras 2-72 y 2-73). Al vernier le llaman también “nonio”, en honor del científico portugués Pedro Nunes (1492-1577), quien inventó un sistema de lecturas con círculos concéntricos divididos en partes iguales, es decir, 89, 88, 87, etc., con las que lograba mayor aproximación en las lecturas de ángulos. Los dos dispositivos, aunque muy diferentes entre sí, cumplen con el mismo cometido. El nonio, mejorado por Clavius en 1593 y por Tycho Brahe en 1602, es el precursor del vernier, que en la actualidad es el nombre más generalizado para este dispositivo de aproximación, tanto para mediciones lineales, de diámetros, etc., como de valores angulares.

En la figura 2-72 el vernier tiene n divisiones en el espacio que abarcan $n - 1$ de la escala graduada. Así $(n - 1)L = nL'$, en donde:

L = longitud de una división del vernier (la más pequeña)

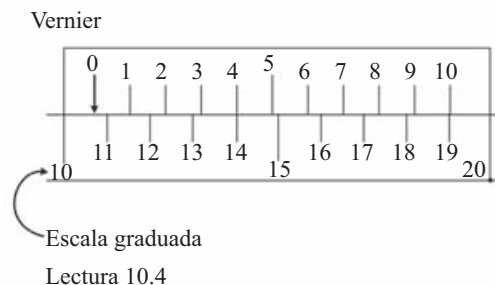


Figura 2-72. Ejemplo de un vernier.

L' = longitud de una división del nonio (la más pequeña)

$$L' = \frac{(n - 1)L}{n}$$

Si llamamos aa a la aproximación del aparato en el que usamos un vernier, tendremos:

$$aa = L - L' = L - \frac{(n - 1)L}{n} = \frac{nL - nL + L}{n} = \frac{L}{n}$$

que expresado en palabras nos quedaría:

$$aa = \frac{\text{longitud de la menor división de la escala}}{\text{número de divisiones del vernier}}$$

Vernieres circulares

El vernier circular tiene el mismo principio que el vernier lineal y la expresión anterior es igualmente válida (figura 2-77). Así:

$$aa = \frac{\text{valor de la división más pequeña del limbo}}{\text{número de divisiones del vernier}}$$

En la figura 2-73. Si AB es un arco del limbo y ab es otro arco concéntrico de igual radio, tenemos n divisiones en el vernier y $n - 1$ divisiones en el limbo.

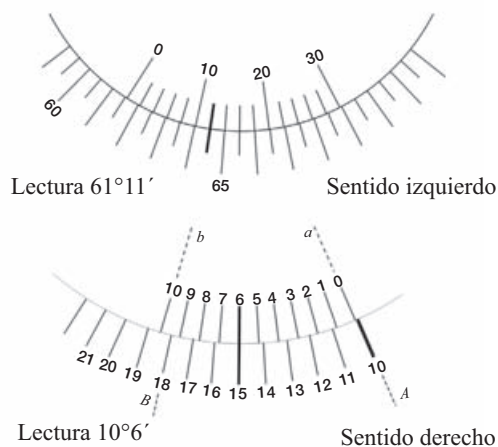


Figura 2-73. Círculo horizontal.