Editorial de la Universidad
Tecnológica Nacional

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

Arq. Susana Beatriz Agotegaray

2009

Capítulo 1

Capítulo 2

Capítulo 3

Capítulo 4

Facultad Regional Haedo
Universidad Tecnológica Nacional - U.T.N.
Argentina

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN
(Capítulo 1)

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

El ser humano es naturalmente comunicativo y desde épocas remotas ha tratado de comunicarse con los seres próximos a través de diferentes formas de expresión:

- gestual
- oral
- escrita
- gráfica

El lenguaje es el principal medio de comunicación humana desde el punto de vista social, y la sociedad actual se ha constituido alrededor de una cultura lingüística.

Sin embargo, en todas las épocas y culturas se utilizaron símbolos. Desde las primeras pinturas rupestres, pasando por los jeroglíficos y hasta la actualidad, en la cual gracias a la globalización estamos reconociendo los mismos emblemas (Internet, aeropuertos, estadios deportivos, hoteles, códigos de tránsito, etc.) y creando una lengua universal y sintética que permite trasladarnos, con el apoyo de este lenguaje auxiliar de características propias, y transmitir mensajes: *es la representación gráfica*

Tanto arquitectos como ingenieros utilizan la expresión gráfica como medio de comunicación, que es la base del dibujo técnico para representar lo que es concebido en su imaginación. Éste debe tener tres características: *gráfico, universal y preciso.*

Es *gráfico* porque las palabras se suplantan por líneas, símbolos y cifras. Es *universa*l ya que puede ser comprendido en cualquier parte del mundo, sin importar el idioma. Y, *preciso*, dado que un plano o un conjunto de planos de un determinado proyecto deben coincidir y corresponderse en el momento de ensamblado.

FUNDAMENTOS

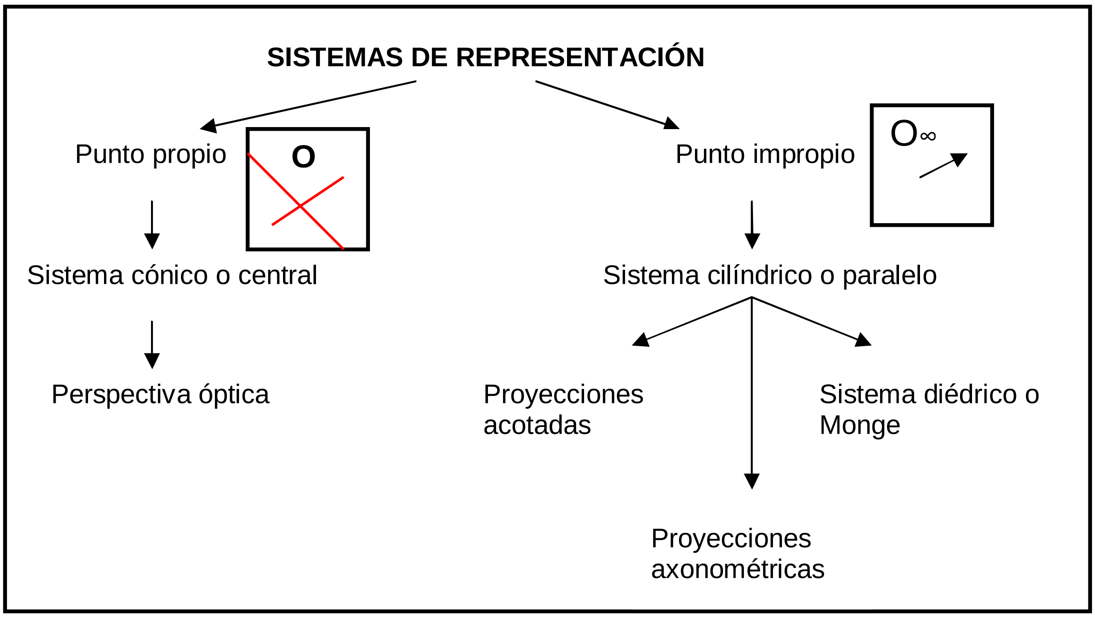
Los sistemas de representación son los medios que sirven para expresar gráficamente las ideas.

Hasta la Edad Media no se utilizaron sistemas que representaran las tres dimensiones de un objeto como se conocen en la actualidad. Se le debe a Gaspar Monge, matemático francés, que en el siglo XVIII en su *Tratado de Geometría Descriptiva* desarrollara las bases de esta ciencia.

La **Geometría Descriptiva** es la parte de la Matemática que resuelve gráficamente los problemas geométricos. Es el pasaje de un sistema tridimensional (objetos en el espacio) a un sistema bidimensional (representación de los objetos en el plano).

Los tres elementos geométricos básicos para la representación gráfica son: **el punto, la recta y el plano**. Estos tres elementos abstractos fueron utilizados por los griegos en la antigüedad en el perfeccionamiento de la geometría. A partir de ellos se genera cualquier otra forma compleja tales como segmentos, curvas, superficies, poliedros, etc.

El siguiente cuadro explica sintéticamente los fundamentos de los **Sistemas De Representación**



Los sistemas de representación pueden separarse en dos grupos:

a. *sistema cónico o central*
b. *sistema cilíndrico o paralelo*

Para comprender el principio de cada uno de ellos deben tenerse en cuenta dos elementos geométricos el *punto propio* y el *punto impropio*

El punto propio queda determinado por dos rectas que se cortan y se denomina con una letra mayúscula. Por ej.: **O**

De acuerdo con la definición euclídea *“dos rectas se denominan paralelas cuando prolongadas indefinidamente no se cortan”*. Puede decirse que dichas rectas se cortan en un punto infinitamente alejado, en un nuevo elemento que no contradice a Euclídes: *el punto impropio* y se representa con una letra mayúscula, el subíndice infinito y un vector que indica dirección pero no sentido. Por ej .: $\mathbf{O}_\infty$ (figura 1)

En la proyección de un objeto se necesitan tres elementos: un centro de proyección (que puede ser propio o impropio), rectas o rayos proyectantes y un plano de proyección.

Las rectas o rayos proyectantes parten del centro de proyección hacia el objeto y en su intersección con el plano se halla la proyección buscada.

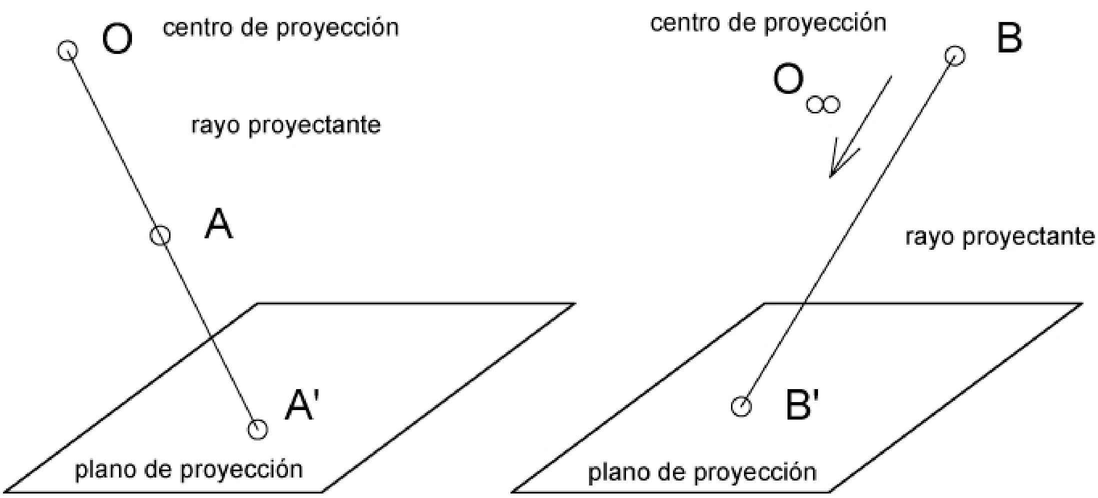


Figura 1

En el ***Sistema cónico o central*** el centro de proyección es un punto propio **(O).** De él parten rayos proyectantes hacia cada punto del objeto en el espacio y su intersección con un plano (horizontal o vertical) determina la proyección buscada. Dentro de este sistema se encuentra la *perspectiva óptica,* utilizada en arquitectura.

En el ***Sistema cilíndrico o paralelo*** el centro de proyección es un punto impropio **(O_∞)** y las proyecciones pueden ser ortogonales u oblicuas.

En este grupo se hallan las *proyecciones acotadas* (utilizadas para representaciones topográficas); el *sistema diédrico* o *Monge* (planos de obra, de máquina, aeronáuticos) y las *proyecciones axonométricas.* (Figura 2)

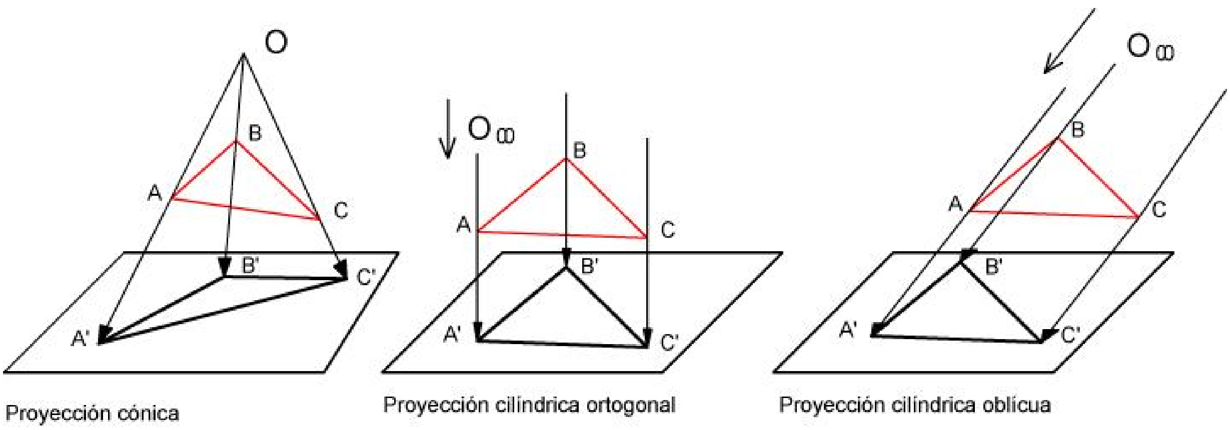


Figura 2

SISTEMA DIÉDRICO O MONGE

Este sistema consta de dos planos perpendiculares entre sí: uno *horizontal,* **PH,** y otro *vertical,* **PV**, siendo su intersección *la línea de tierra,* **LT.** Dividen al espacio en cuatro sub-espacios llamados *cuadrantes* o *diedros* (ángulo entre dos planos), de ahí proviene su nombre (diédrico) y en reconocimiento a Gaspar Monge, que fue su inventor.

Los objetos ubicados en el espacio se proyectan en forma perpendicular sobre cada plano de proyección (proyección cilíndrica ortogonal) por lo tanto cada objeto tiene dos proyecciones o dos imágenes

Para representar los objetos del espacio (tres dimensiones) en el plano (dos dimensiones) se abate el plano horizontal **PH** haciéndolo coincidir con el vertical **PV** utilizando la línea de tierra **LT** como eje o pivote. (Figura 3)

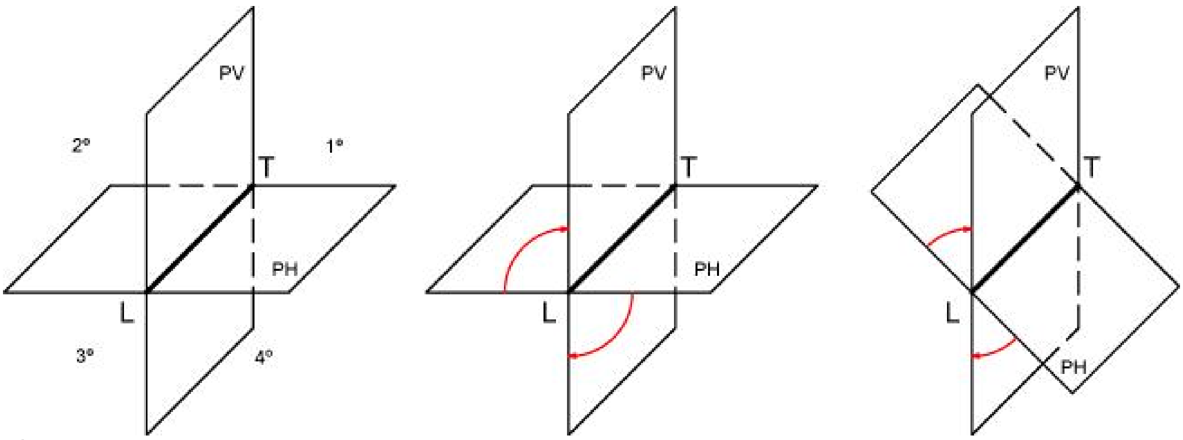


Figura 3

1. Representaciones

1.1. El punto

Cada punto en el espacio tiene dos proyecciones una horizontal **A’** y otra vertical **A’’.** Cuando se abate el plano horizontal **PH** sobre el vertical **PV** tales proyecciones se ubican sobre una misma recta perpendicular a la línea de tierra, ya que la proyección **A’** gira junto con el plano horizontal. (Figura 4)

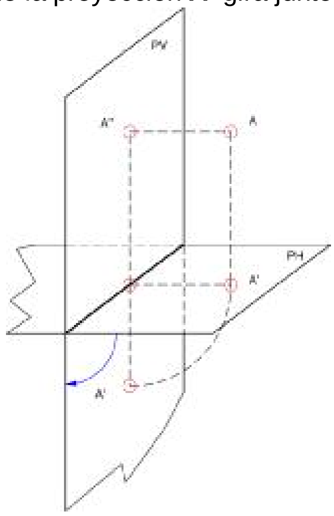


Figura 4

1. 1. 2. Cota, alejamiento y desviación

La ubicación del punto en el espacio queda determinada por la **cota,** el **alejamiento** y la **desviación**

La **cota** es la distancia o altura del punto **A** al plano horizontal **PH** y en el sistema diédrico o Monge está representada por la medida desde **A’’** a la línea de tierra **LT.**

El **alejamiento** es la distancia del punto **A** al plano vertical **PV** y es la medida desde **A’** a la línea de tierra **LT** (Figura 5).

La **desviación** es la distancia entre el punto **A** y el plano de perfil **PP** y se representa por la medida desde **A’’’** a la línea de tierra **LT**. (Figura 10)

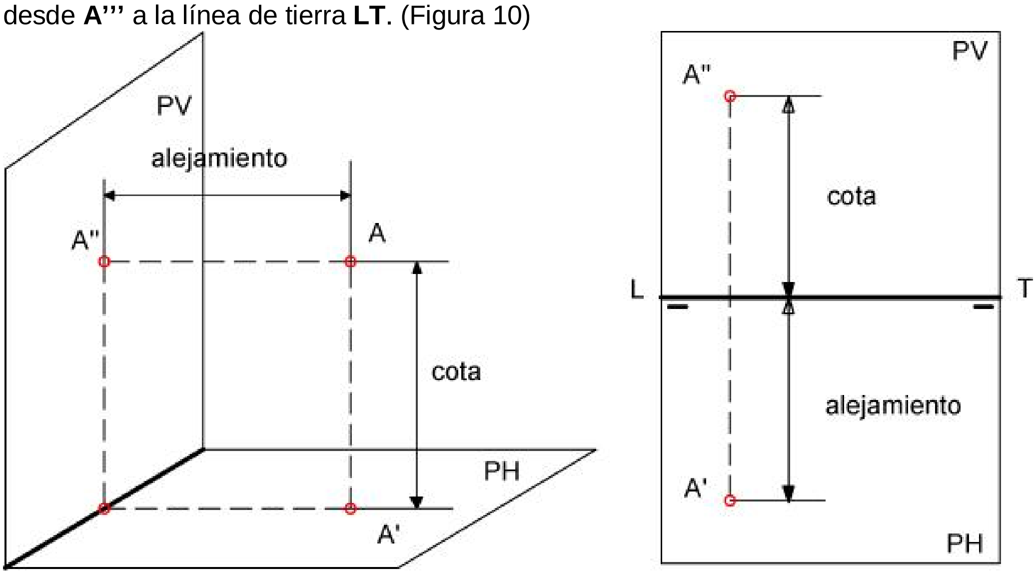


Figura 5

Si un punto se encuentra en el primer diedro o cuadrante, por ejemplo el punto **A**, tiene *cota positiva* porque está encima del plano horizontal, **A'' sobre LT,** y *alejamiento positivo* porque está delante del plano vertical, **A' debajo de LT.**

El observador siempre se encuentra en el primer cuadrante, por lo tanto todos los objetos que se hallen en los restantes cuadrantes se representan con línea discontinua

En el segundo cuadrante el punto **B** tiene cota positiva, **B'' sobre LT**, y el alejamiento es negativo, **B' sobre LT,** porque se encuentra detrás del plano vertical **PV**

En el tercer cuadrante el punto **C** tiene cota negativa, **C'' debajo de LT,** y alejamiento negativo, **C' sobre LT,** porque se halla detrás del plano vertical **PV.**

Por último el punto **D** del cuarto cuadrante tiene cota negativa, **D'' debajo de LT,** y alejamiento positivo, **D' debajo de LT**, porque se halla delante del plano vertical **PV.**

Resumiendo: A cota +, alejamiento +
B cota +, alejamiento –
C cota - , alejamiento –
D cota - , alejamiento +

De acuerdo a lo expresado en el párrafo anterior las posiciones de los puntos en los cuatro cuadrantes en el espacio es la siguiente: (Figura 6)

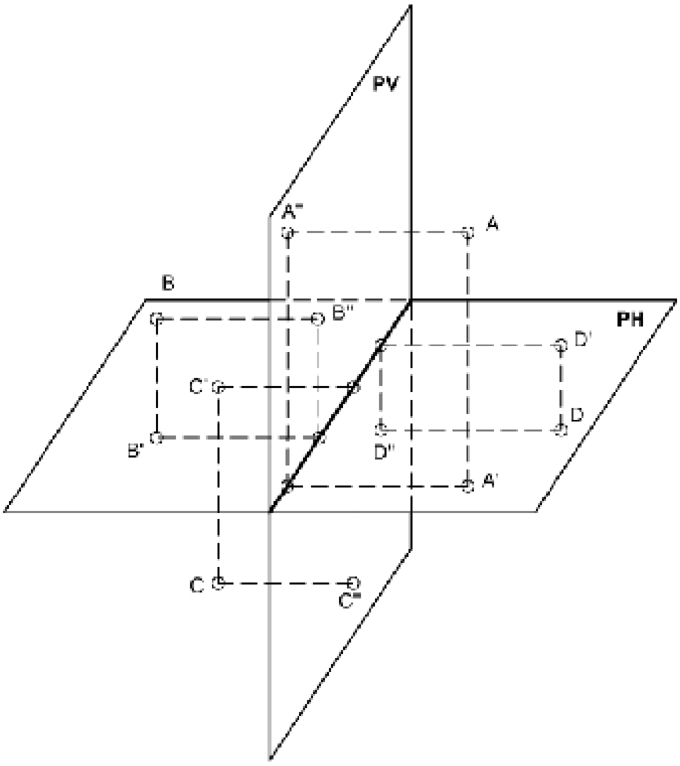


Figura 6

Abatiendo el plano horizontal **PH** la figura descriptiva correspondiente es: (Figura 7)

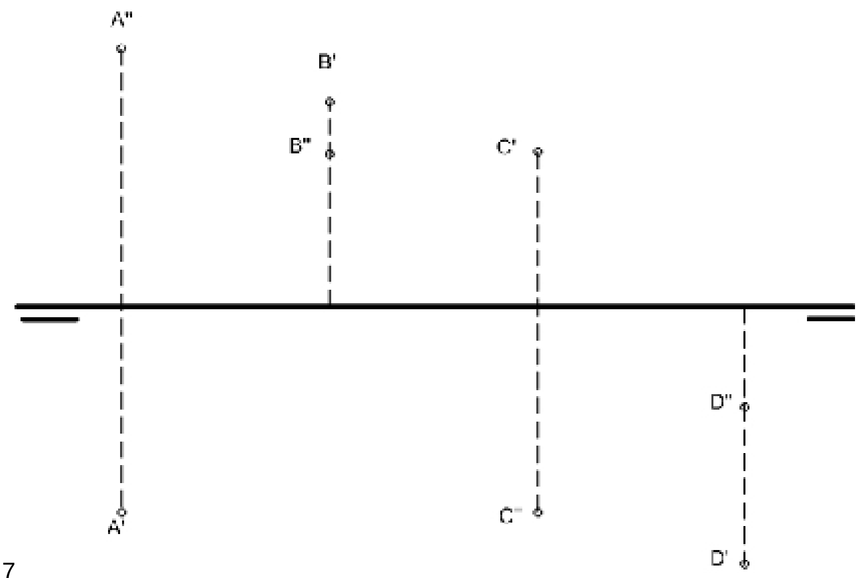


Figura 7

1.1.3. ¿Para qué sirve el tercer plano de proyección?

Para lograr la ubicación exacta de un cuerpo en el espacio se necesita un tercer plano de proyección: el plano de perfil **PP**. Los tres forman un triedro trirrectángulo

La intersección entre los tres planos determinan los ejes **X, Y, Z,** cuyas coordenadas permiten conocer la posición de cualquier objeto del espacio (Figura 8).

La coordenada **X** coincide con la línea de tierra y sobre ella se mide la **desviación;** sobre la coordenada **Y** se mide el **alejamiento** y sobre la coordenada **Z,** la **cota.**

La **desviación** de un punto es la distancia del mismo hasta el plano de perfil **PP.**

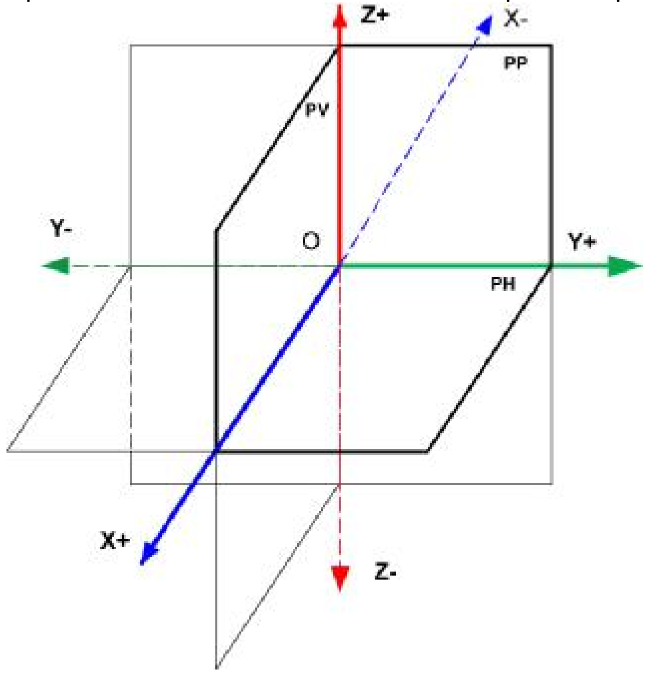


Figura 8

1.1.4. Representación de un punto mediante las tres proyecciones principales

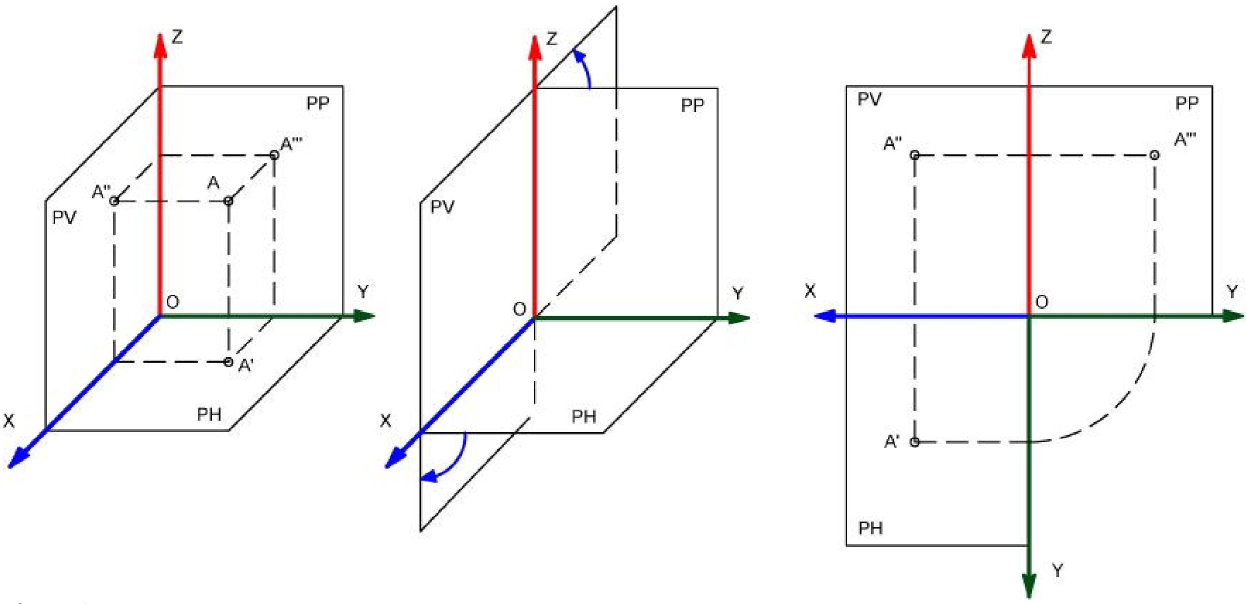


Figura 9

El plano de perfil **PP** se abate girando sobre el eje **Z** hasta coincidir con el plano vertical **PV** (Figura 9).
Las coordenadas se dan en el orden **XYZ** especificándose las unidades
Ejemplo: las coordenadas del punto A son (20, 30, 50) dadas en mm

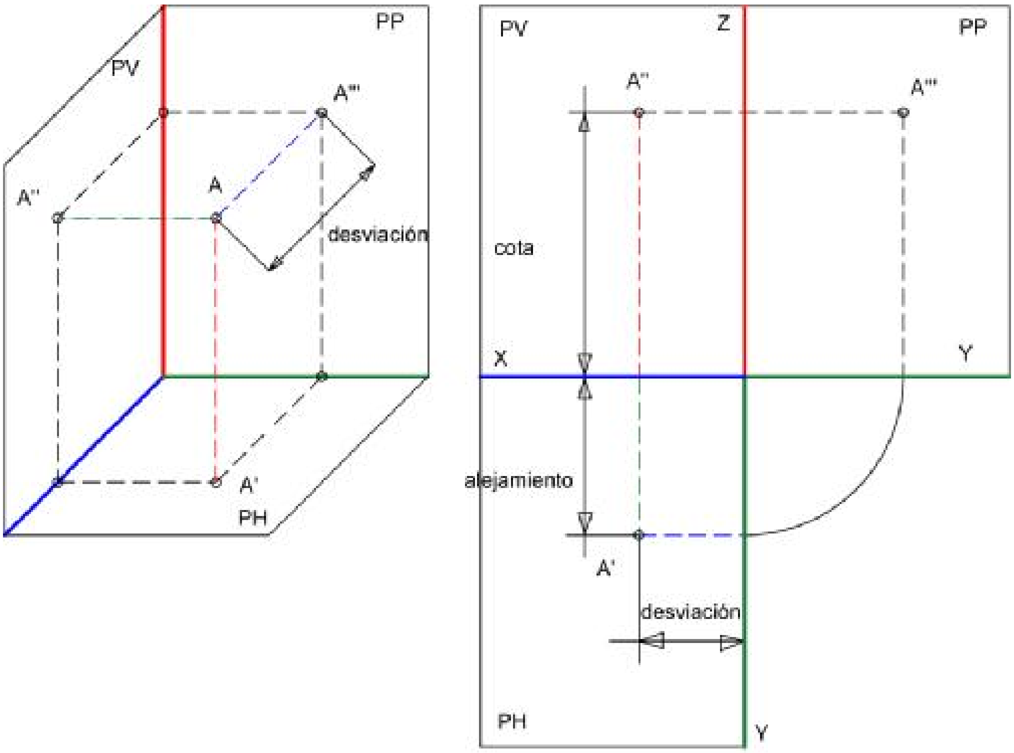


Figura 10

1. 2. La recta

Una recta queda definida por dos puntos. Conociendo ya la representación del punto puede procederse a la representación de la recta en el espacio y en su forma descriptiva. (Figura 11)
La recta **r** está determinada por los puntos **A** y **B** siendo sus proyecciones respectivas **A', A''** y **B', B''.** Para hallar las proyecciones de la recta **r,** bastará con unir las proyecciones homónimas **A'** con **B'** y **A''**con **B''**, obteniendo **r'** (proyección horizontal) y **r''** (proyección vertical)

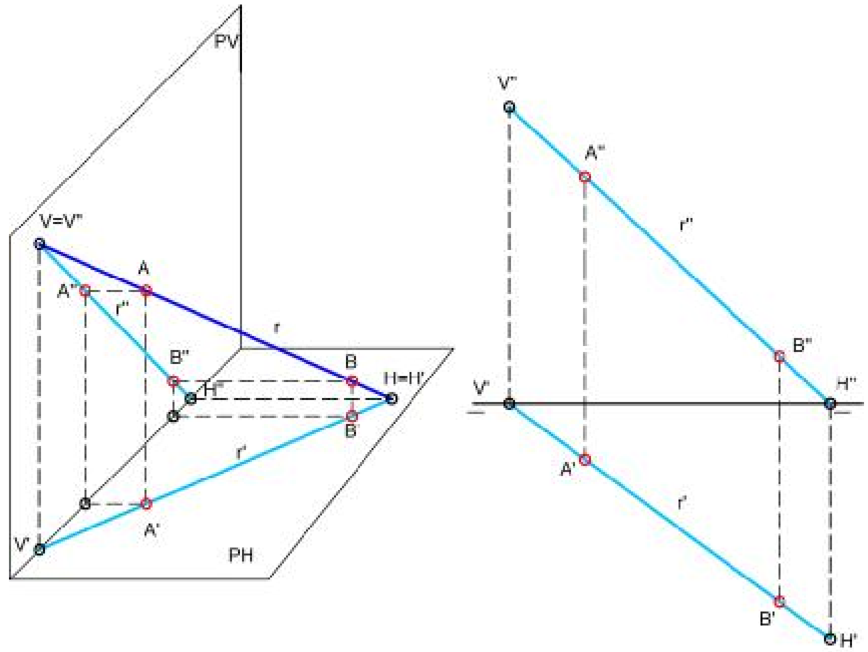


Figura 11

1. 2.1. Trazas de la recta

Si se prolonga la recta **r** hasta cortar los planos horizontal **PH** y vertical **PV,** se obtienen los puntos **H** (sobre el plano horizontal) y **V** (sobre el plano vertical) denominados **trazas de la recta**. Son las intersecciones de la recta **r** con los planos de proyección **PH** y **PV.** (Figura 12)

Las rectas se representan con línea continua sólo si se encuentra en el primer cuadrante, cuando pasan a otro, ya sea por la traza horizontal **H** o por la traza vertical **V** se dibujan con línea discontinua.

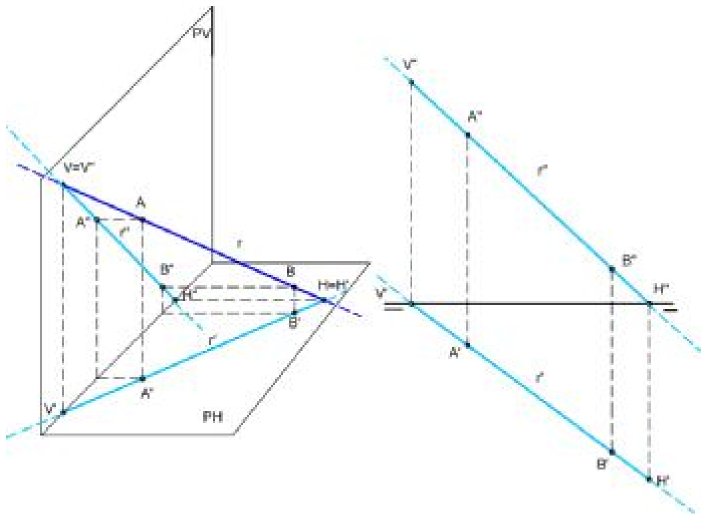
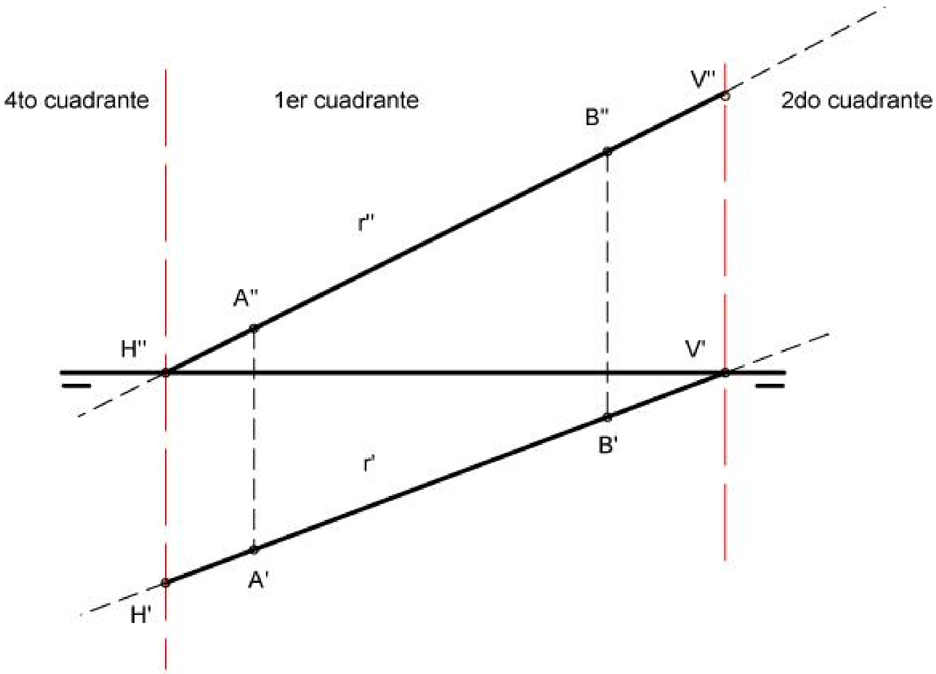


Figura 12

Cada recta atraviesa tres cuadrantes. Para saber por dónde pasa una recta deben conocerse sus trazas

Ejemplos:



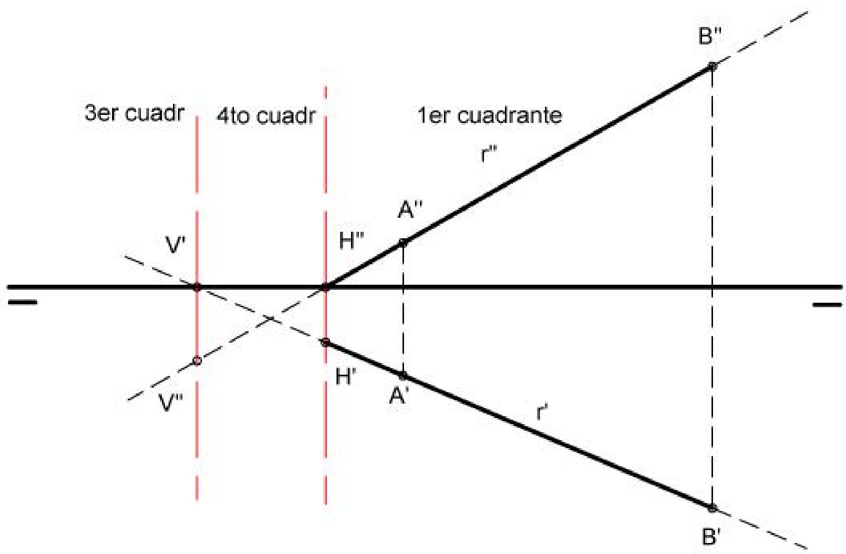


Figura 13

1.2.2. Posiciones de la recta

a. Recta horizontal: es paralela al plano horizontal, tiene traza con el plano vertical. En su representación diédrica **h'** forma ángulo con **LT** y **h''** es paralela a **LT** (Figura 14)

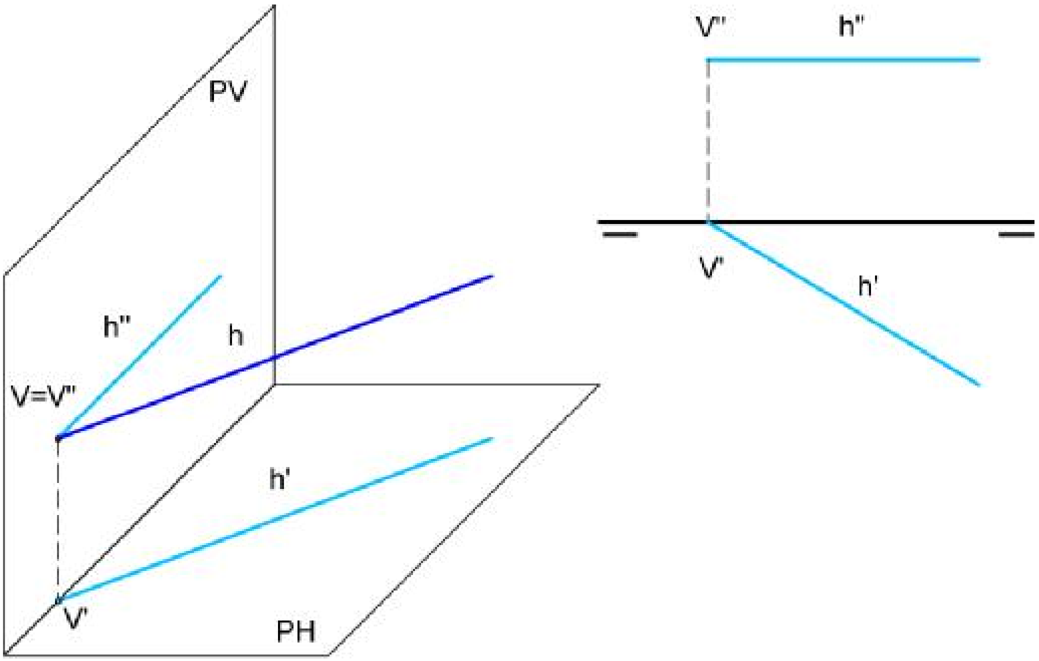


Figura 14

b. Recta frontal: es paralela al plano vertical, tiene traza con el plano horizontal. En su representación diédrica **f''** forma ángulo con **LT** y **f'** es paralela a **LT** (Figura 15)

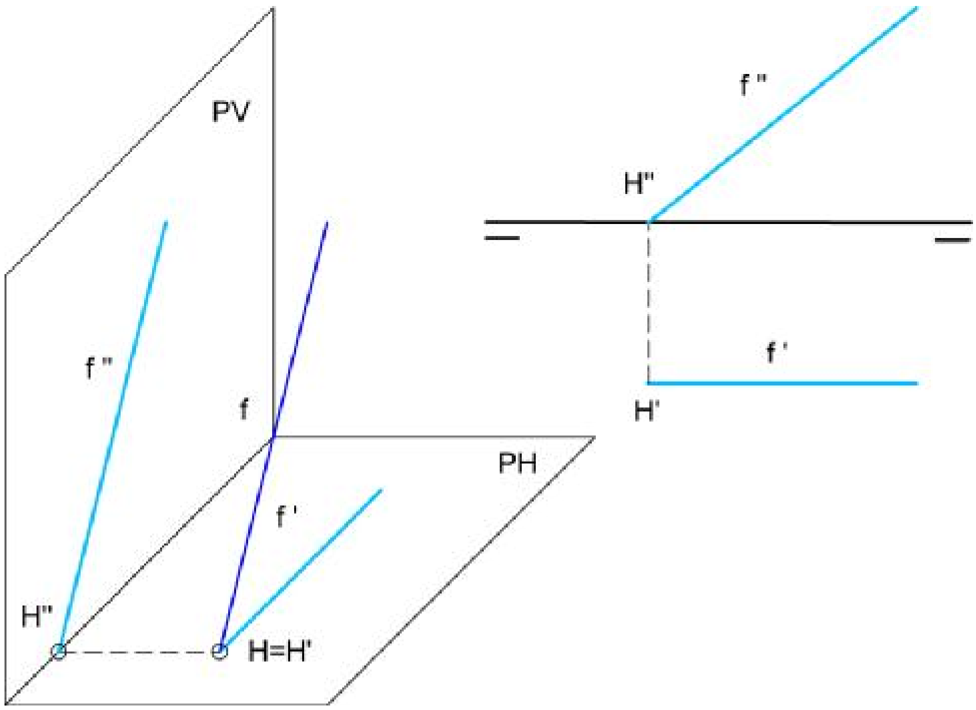


Figura 15

c. Recta paralela a la línea de tierra: es paralela a **PH** y **PV,** por lo tanto sus proyecciones **p'** y **p''** son paralelas a **LT** (figura 16)

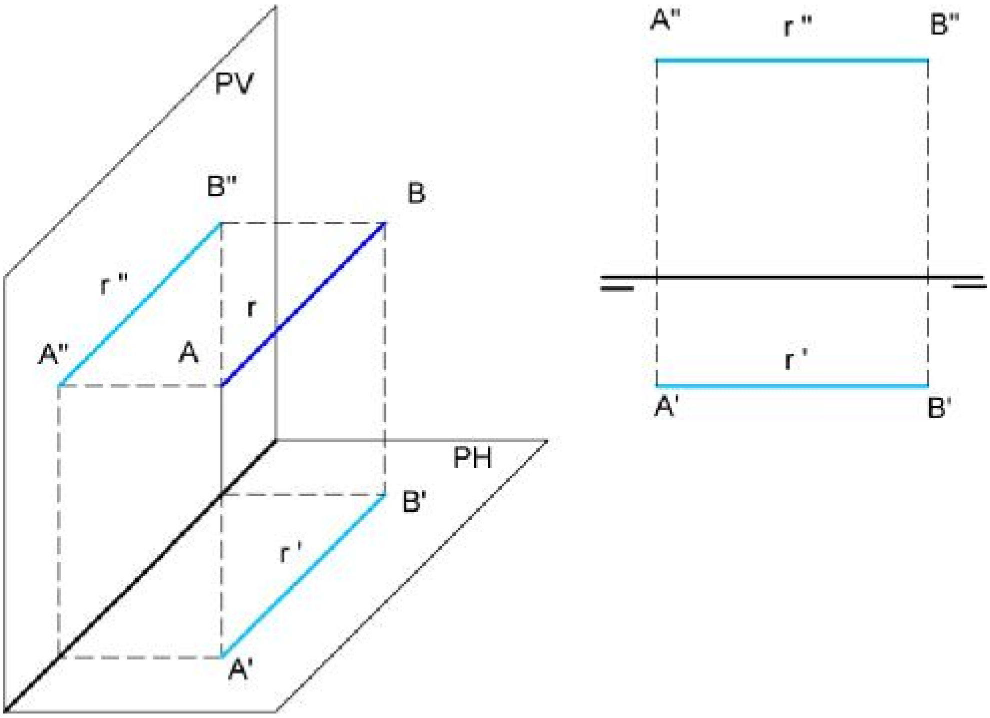


Figura 16

d. Recta de perfil (no pasa por LT): es paralela al plano de perfil, tiene trazas con **PH** y **PV**. Sus proyecciones **p'** y **p''** son perpendiculares a **LT.** Para conocer su inclinación se necesita el plano de perfil **PP** (Figura 17)

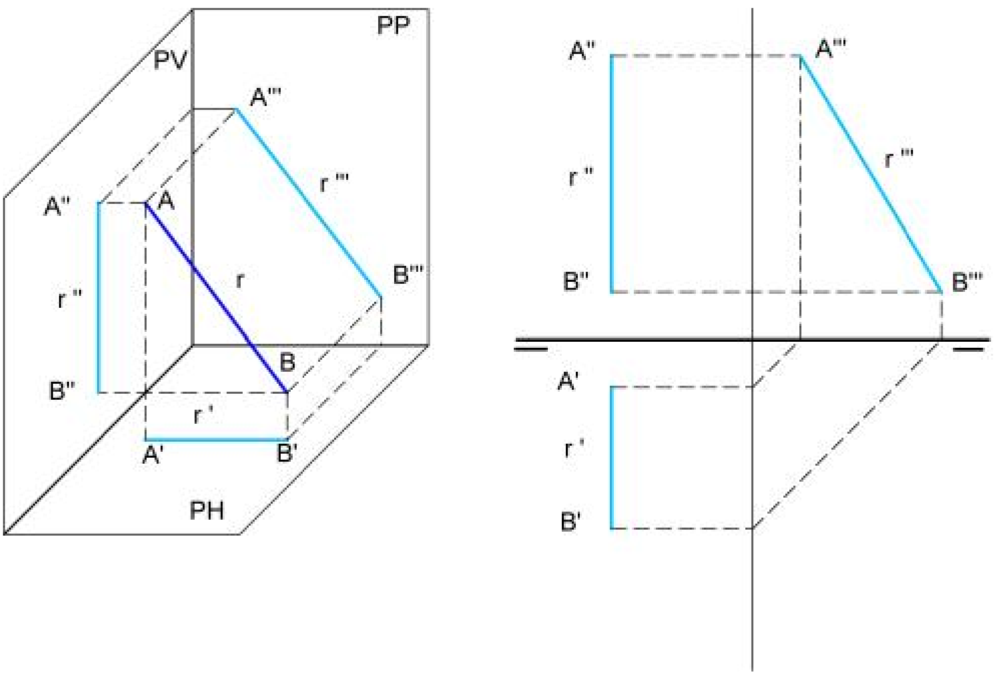


Figura 17

e. Recta vertical: es paralela al plano **PV** y perpendicular a **PH**, tiene traza con **PH**. Su proyección **v''** es perpendicular a **LT** y **v'** es un punto que coincide con la traza de la recta. (Figura 18)

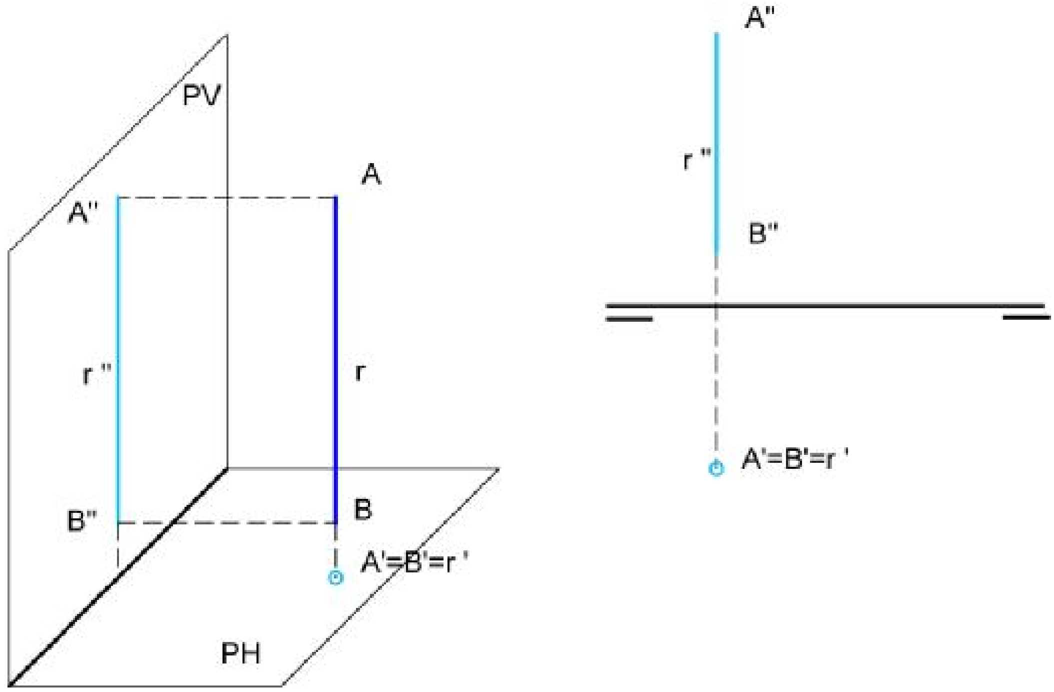


Figura 18

f. Recta de punta: es perpendicular al plano **PV** y paralela a **PH**, tiene traza con **PV.** Su proyección **p'** es perpendicular a **LT** y **p''** es un punto que coincide con la traza de la recta. (Figura 19)

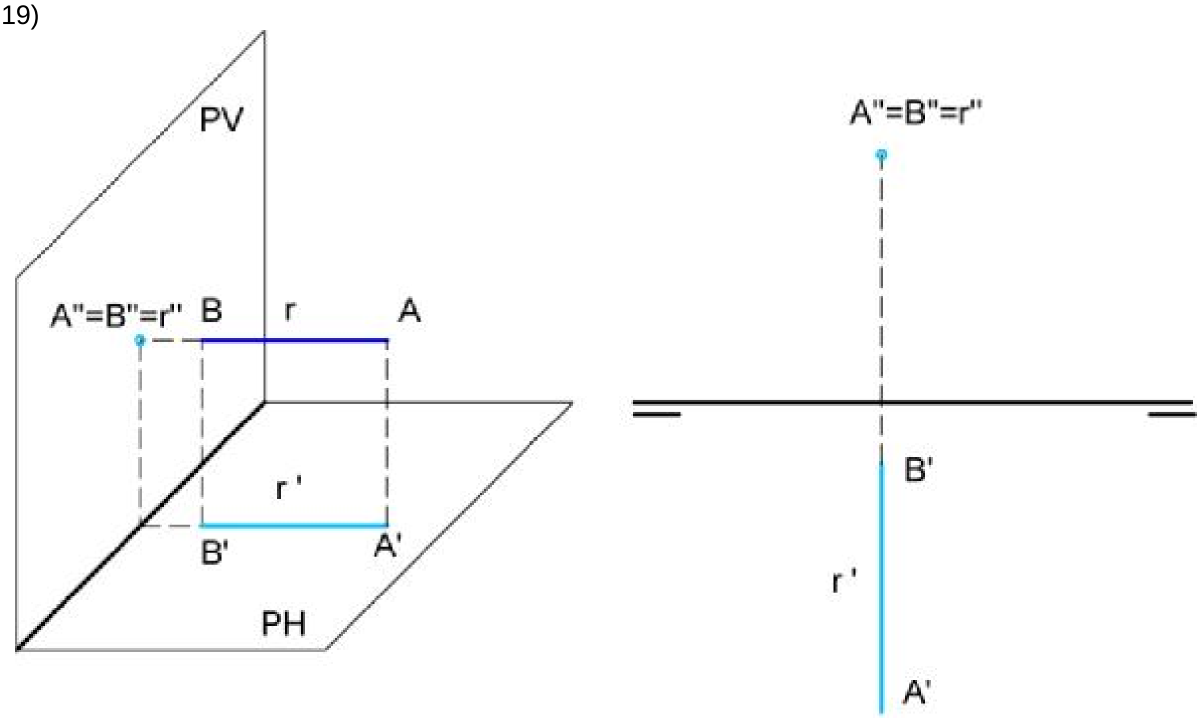


Figura 19

g. Recta genérica o de posición general: es oblicua a los planos de proyección **PH**, **PV y PP.** Sus proyecciones **r', r'' y r'''** forman cualquier ángulo con **LT** (Figura 20)

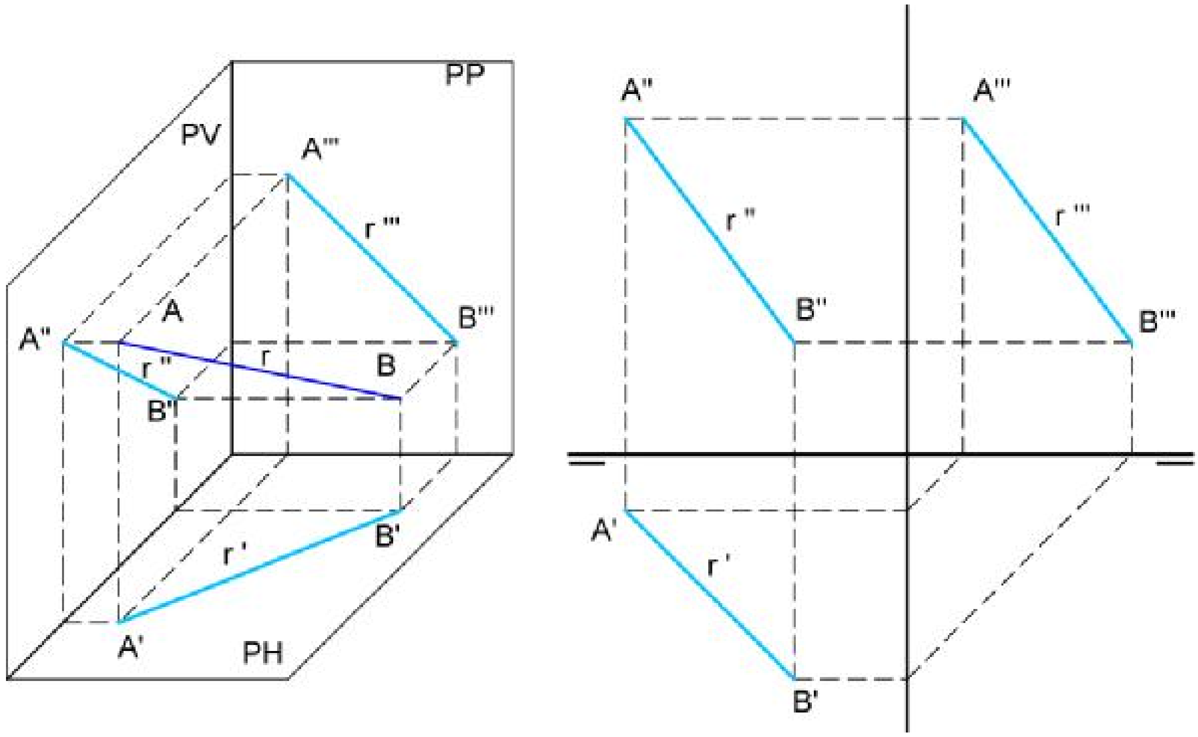


Figura 20

1. 3. El plano

El plano es la superficie más sencilla que existe y los elementos que lo determinan son:

a. Una recta y un punto exterior a ella (Figura 21 a)
b. Tres puntos no alineados (Figura 21 b)
c. Dos rectas que se cortan (Figura 21 c)
d. Dos rectas paralelas (Figura 21 d)

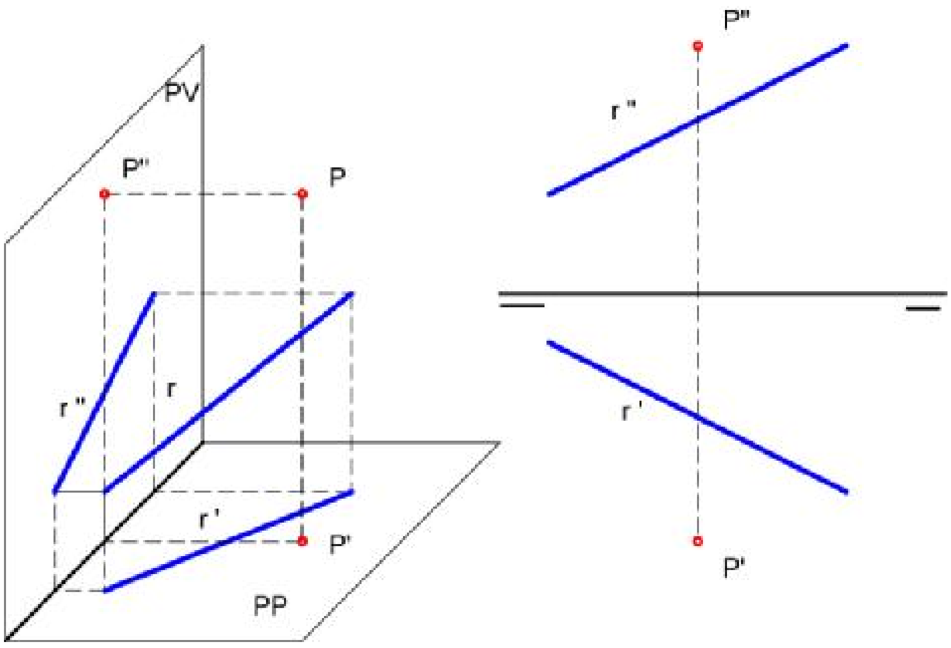


Figura 21 a

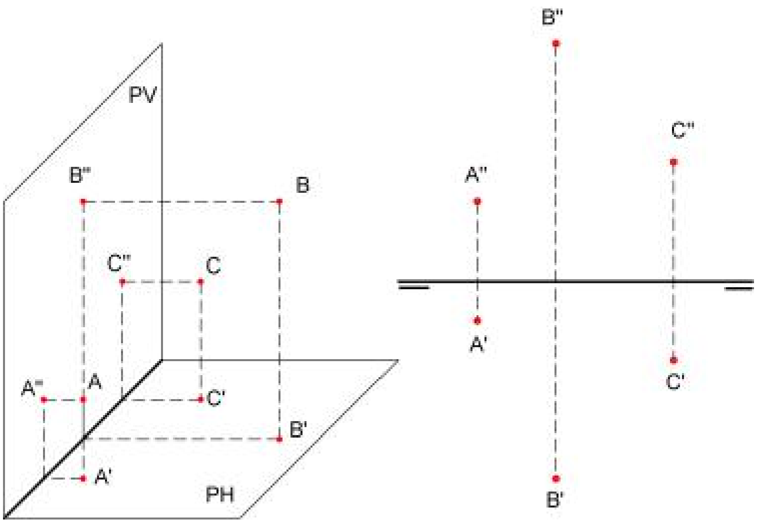


Figura 21 b

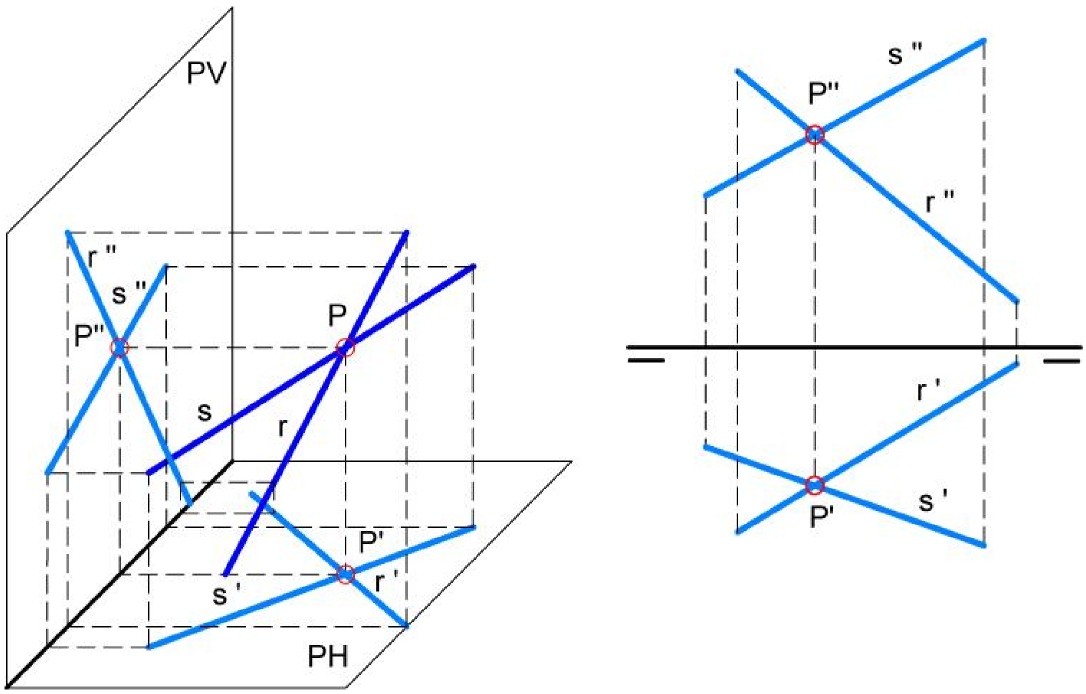


Figura 21 c

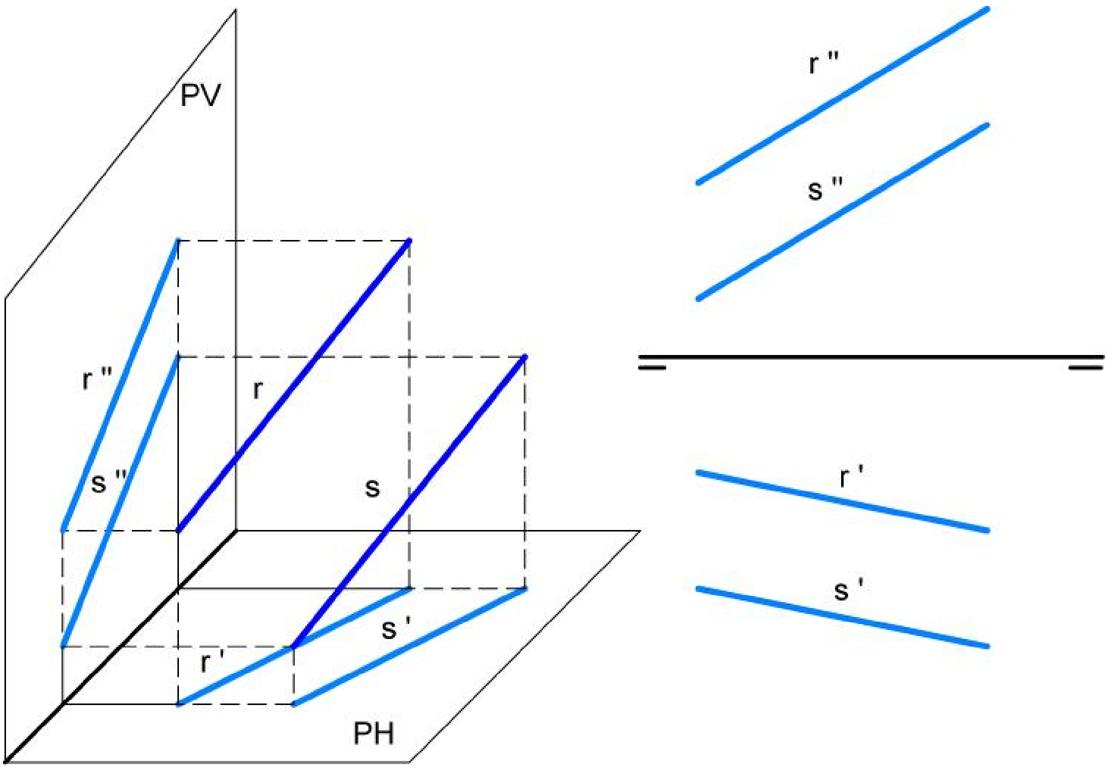


Figura 21 d

1. 3.1. Representación del plano

La intersección de dos planos es un recta y la de tres planos un punto. El plano se representa mediante sus rectas de intersección con los planos de proyección. Esta recta se llama traza y suele denominarse con una letra griega (por ejemplo **α1, α2 y α3**) o con una letra mayúscula con el subíndice correspondiente al plano de proyección (por ejemplo **P1, P2 y P3**). En este trabajo se ha optado por designar las trazas del plano con letras griegas.

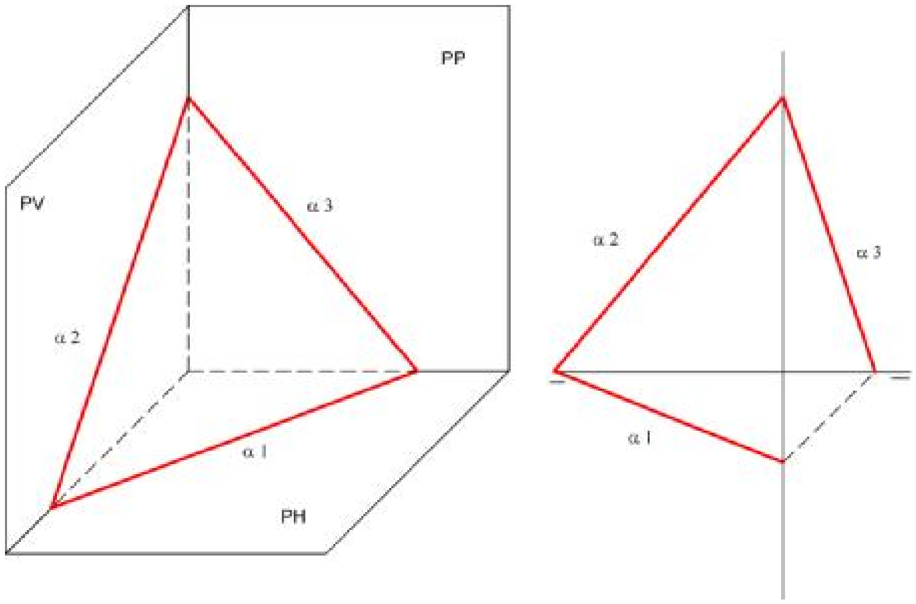


Figura 22

1. 3. 2. Posiciones del plano

a. Plano horizontal: es paralelo al plano horizontal de proyección **PH,** por lo tanto perpendicular a los planos: vertical **PV, determinando la traza α2**, y de perfil **PP, determinando la traza α3.** Los elementos contenidos en él se proyectan en verdadera magnitud sobre el plano horizontal (Figura 23 a).

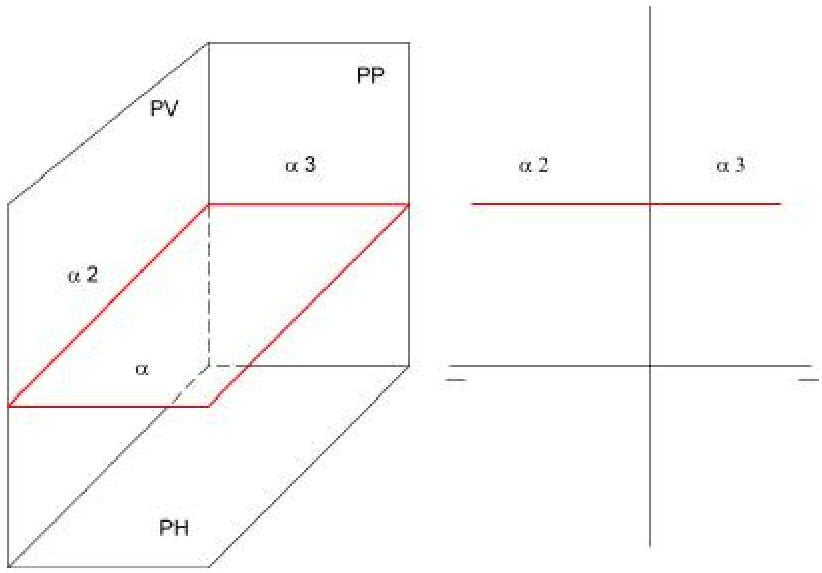


Figura 23 a

b. Plano frontal: es paralelo al plano vertical de proyección **PV,** por lo tanto perpendicular a los planos horizontal **PH (traza α1)** y de perfil **PP (traza α3).** Los elementos contenidos en él se proyectan en verdadera magnitud sobre el plano vertical (Figura 23 b).

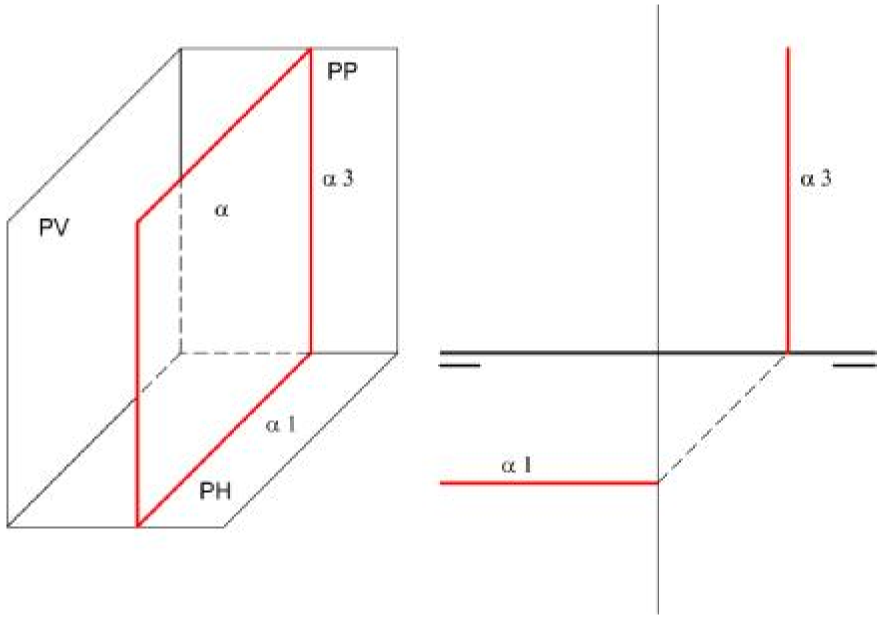


Figura 23 b

c. Plano de perfil: es paralelo al plano de perfil **PP,** por lo tanto perpendicular a los planos: horizontal **PH (traza α1)** y vertical **PV (traza α2).** Los elementos contenidos en él se proyectan en verdadera magnitud sobre el plano de perfil (Figura 23 c).

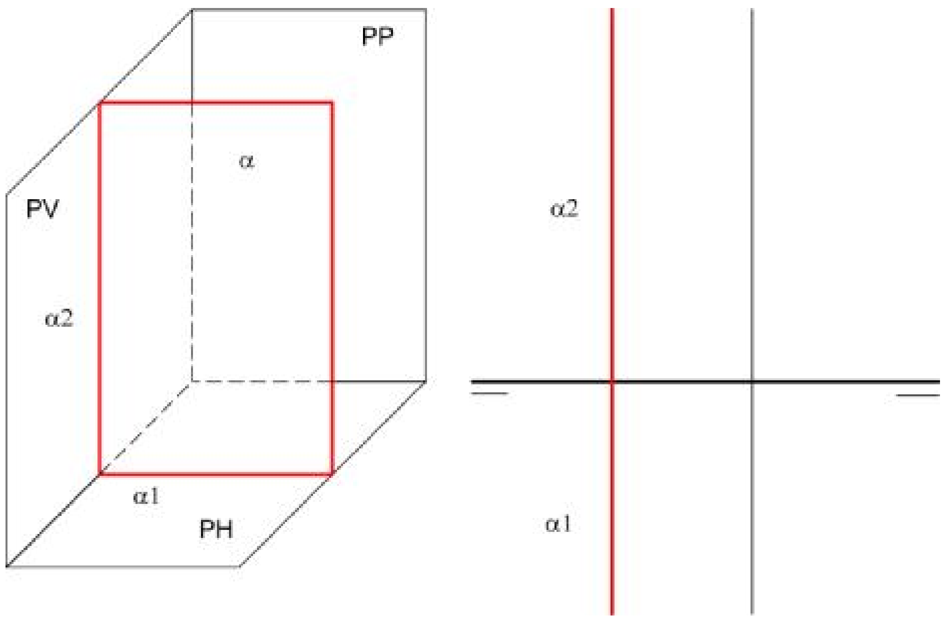


Figura 23 c

d. Plano proyectante horizontal: es perpendicular al plano horizontal **PH**. En la figura descriptiva la traza horizontal **α1** forma un ángulo cualquiera con la línea de tierra **LT** y la traza vertical **α2** es perpendicular a **LT** (Figura 23 d).

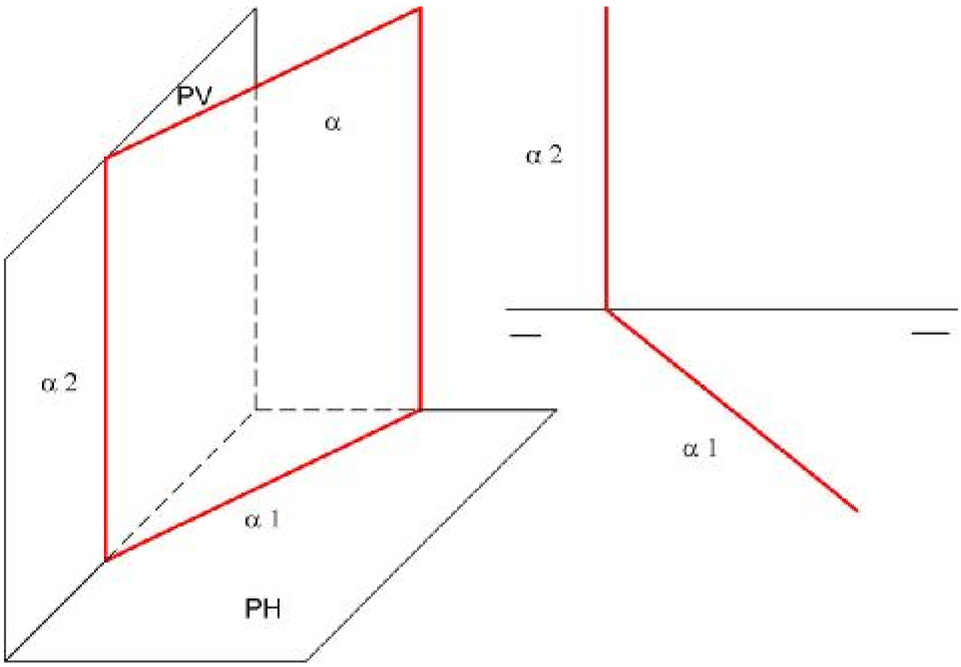


Figura 23 d

e. **Plano proyectante vertical:** es perpendicular al plano vertical **PV.** En la figura descriptiva la traza vertical **α2** forma un ángulo cualquiera con la línea de tierra **LT** y la traza horizontal **α1** es perpendicular a **LT** (Figura 23 e).

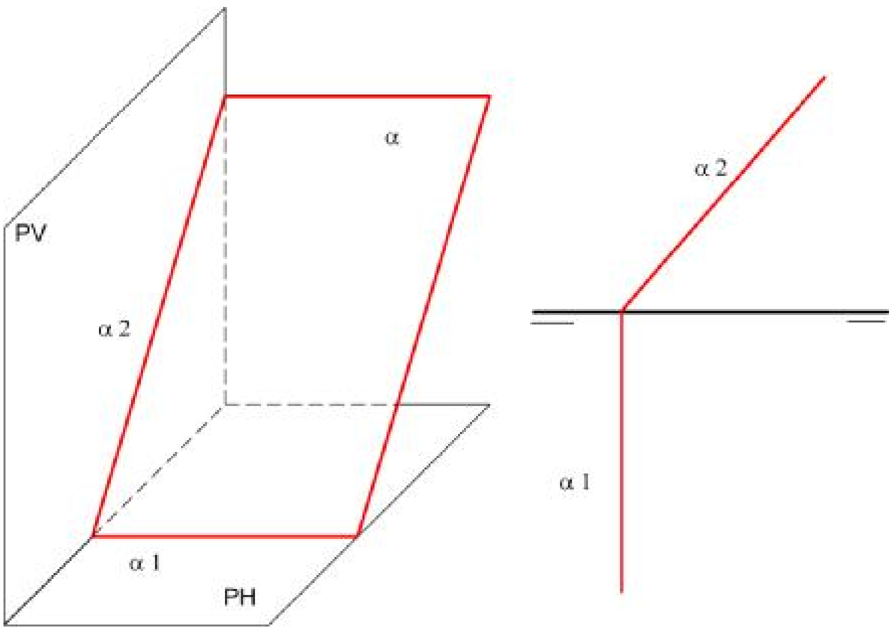


Figura 23 e

f. Plano proyectante de perfil o plano rampa: es perpendicular al plano de perfil **PP**. En la figura descriptiva las trazas horizontal **α1** y vertical **α2** son paralelas a **LT** (Figura 23 f)

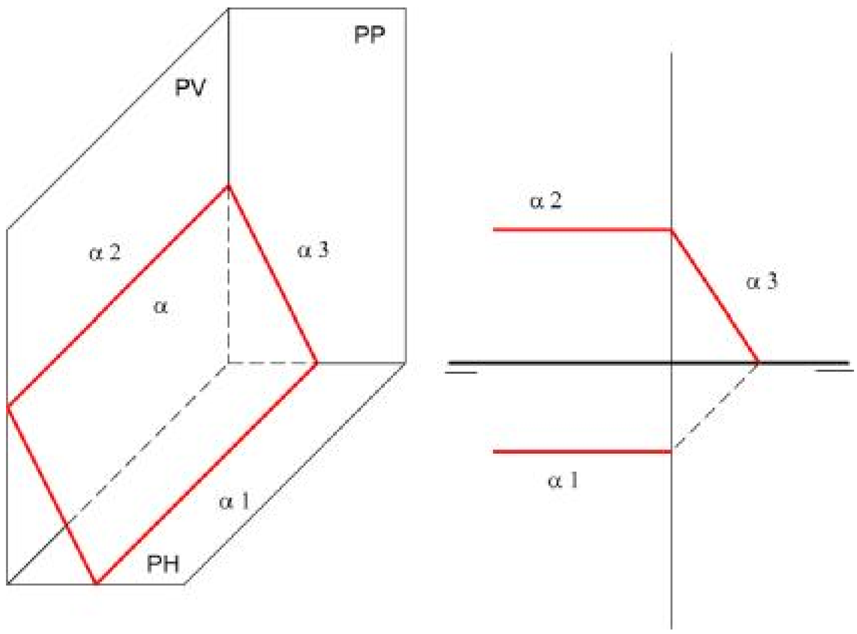


Figura 23 f

g. Plano de posición general u oblicuo: forma un ángulo cualquiera con los planos de proyección (figura 23 g). Trazas **α1, α2** y **α3.**

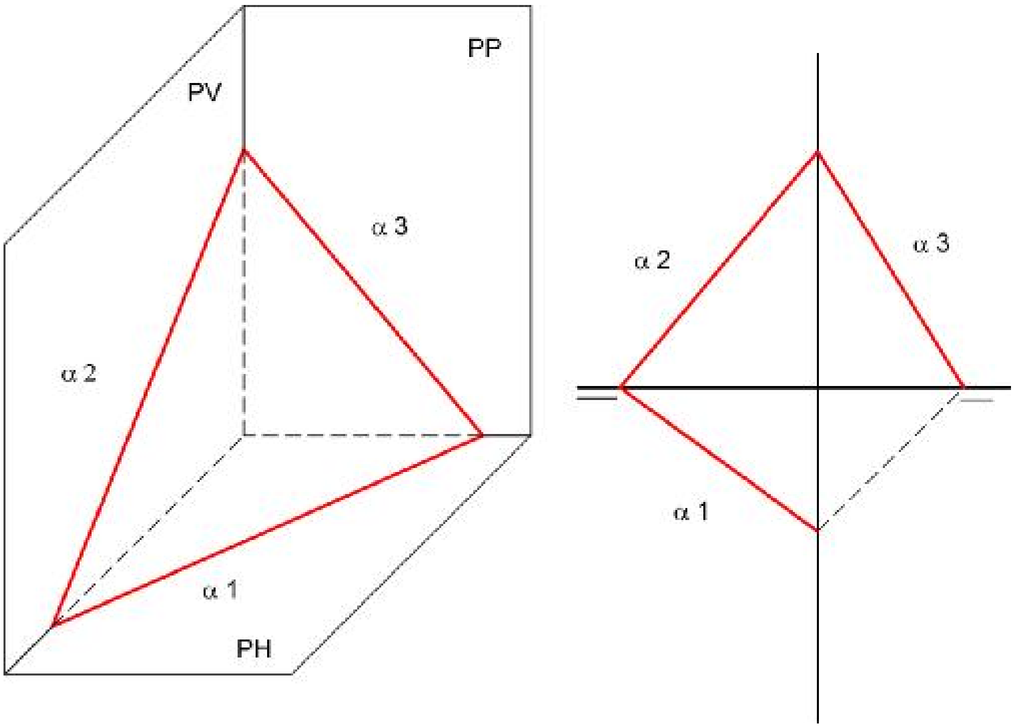


Figura 23 g

1.3.3. Relaciones de pertenencia

a. **Pertenencia entre punto y recta:** un punto pertenece a una recta cuando sus proyecciones están contenidas en las proyecciones homónimas de la recta (Figura 24 a)

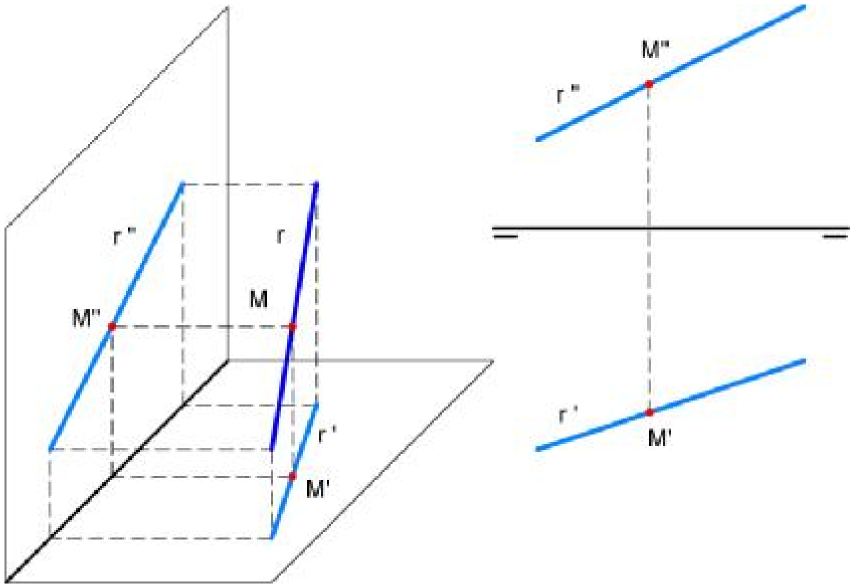


Figura 24 a

b. **Pertenencia entre recta y plano:** una recta pertenece a un plano cuando sus trazas están contenidas en las trazas homónimas del plano (Figura 24 b)
c. **Pertenencia entre punto y plano:** un punto pertenece a un plano cuando pertenece a una recta del plano (Figura 24 c)

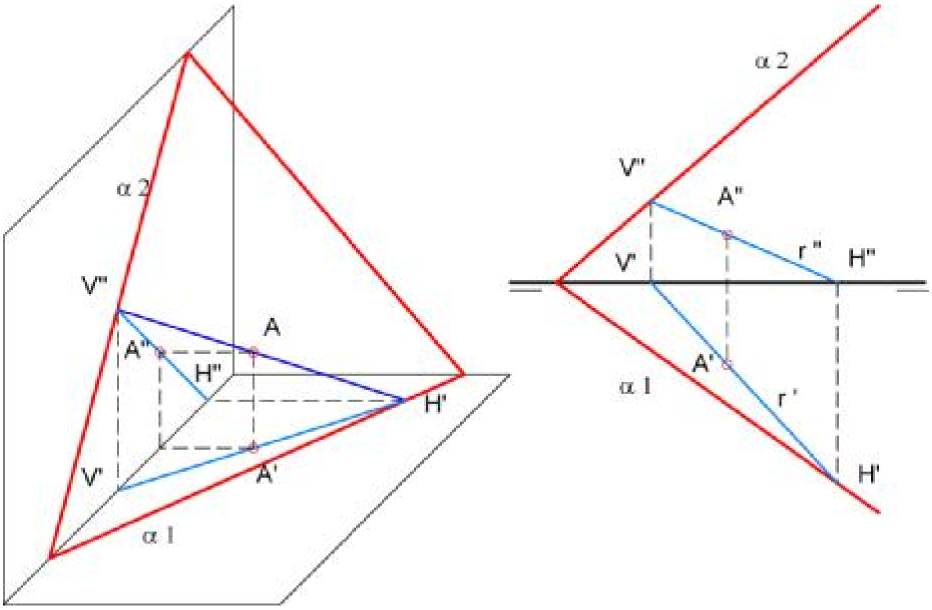


Figura 24 (b y c)

1. 3. 4. Rectas notables del plano

a. Recta horizontal: es la recta horizontal que pertenece al plano. Su traza **V (V', V'')** está sobre la traza **α2** del plano y su proyección horizontal **h'** es paralela a la traza **α1** (Figura 25 a)

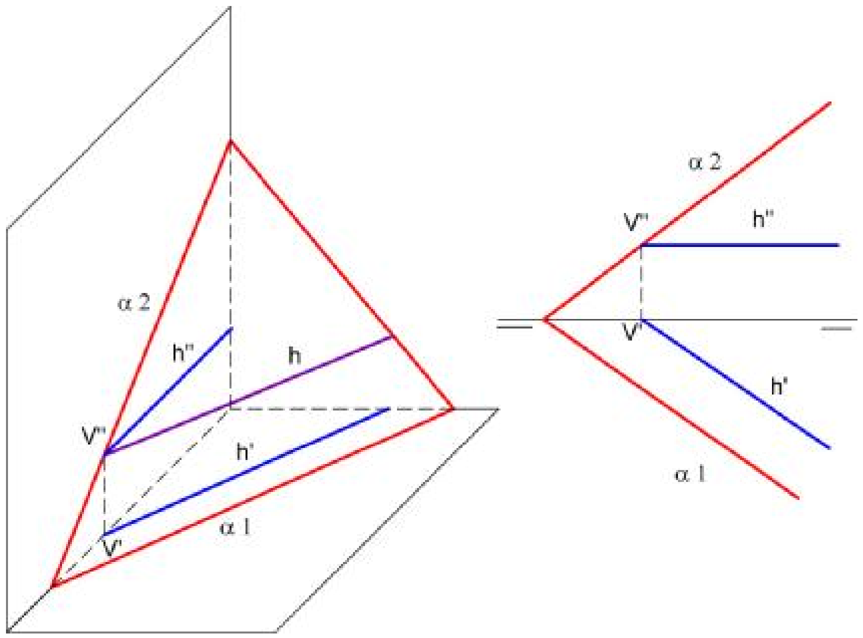


Figura 25 a

b. Rectas frontales: son las rectas frontales que pertenecen al plano. Su única traza **H (H', H'')** pertenece a **α1** y la proyección **f''**es paralela a la traza vertical **α2** del plano (Figura 25 b)

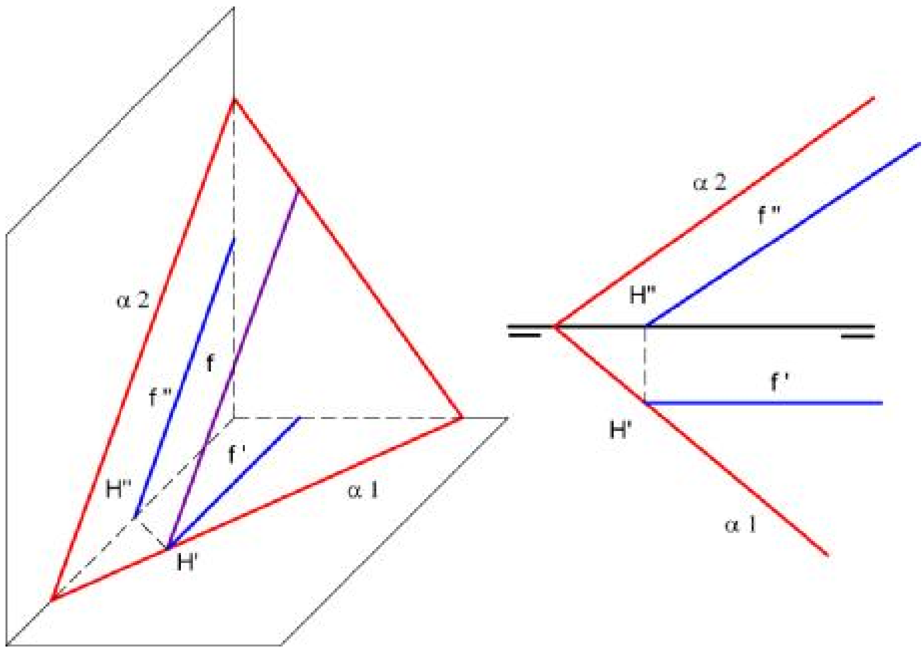


Figura 25 b

c. **Recta de máxima pendiente:** Es la recta que perteneciendo al plano forma mayor ángulo con el plano horizontal, **m (m', m'').** (Figura 25 c)

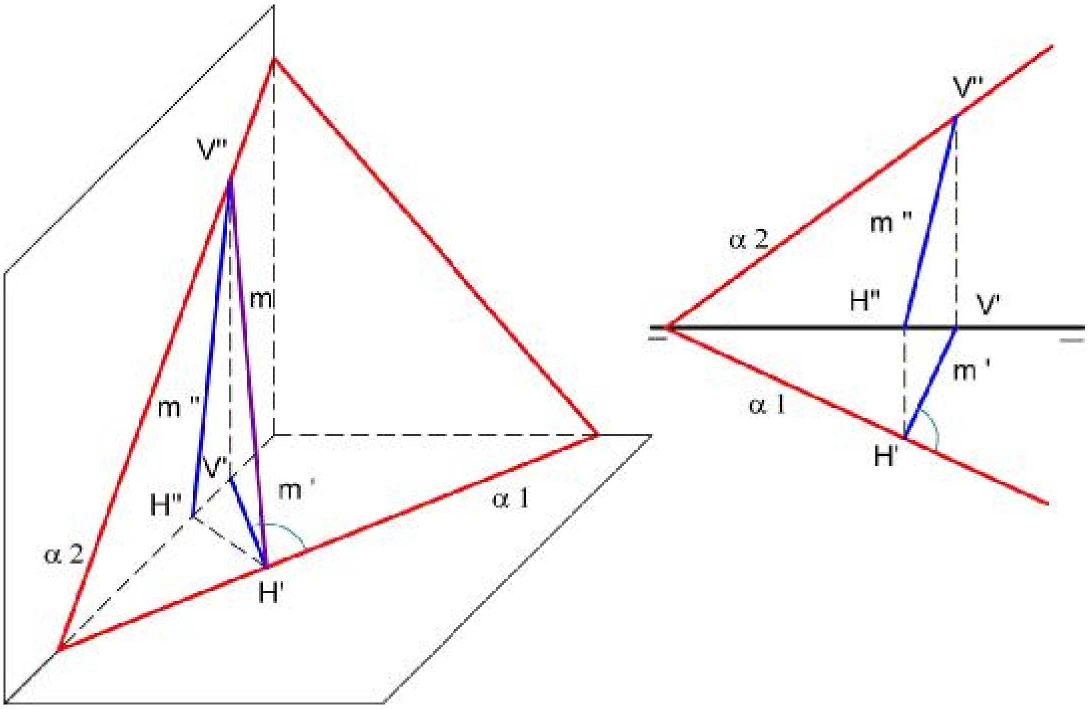


Figura 25 c

d. **Recta de máxima inclinación:** Es la recta del plano que forma mayor ángulo con el plano vertical, **n (n', n'')** (Figura 25 d)

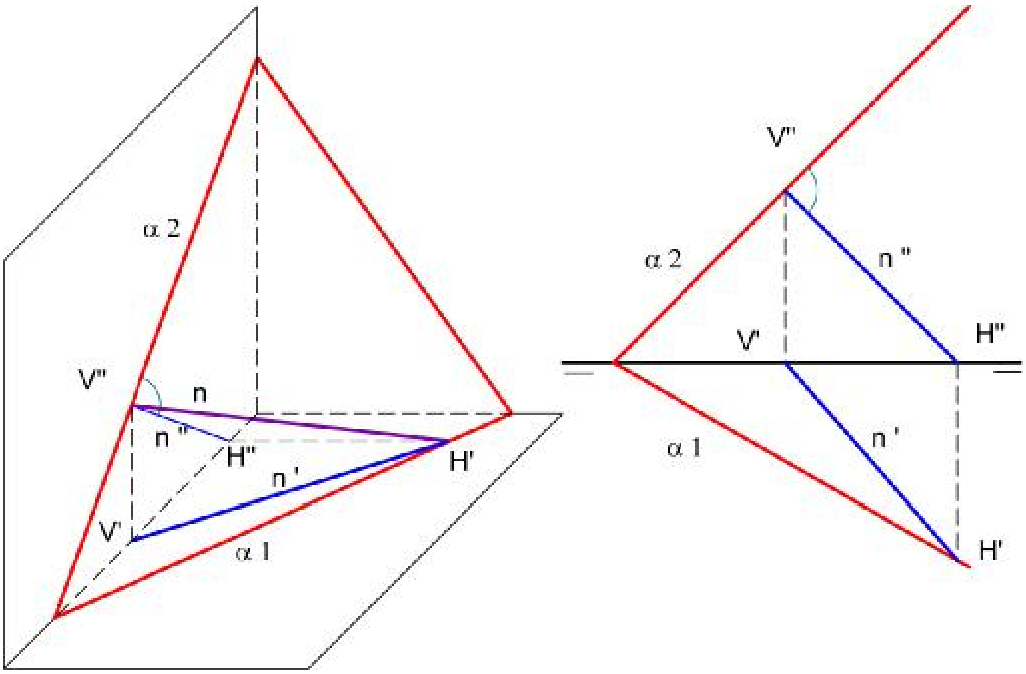


Figura 25 d

Bibliografía

- **Di Lorenzo, Eduardo.** *Geometría Descriptiva. Sistemas de Representación.* Tomo 1. Centro de Estudiantes de Ingeniería "La línea recta". 1972
- **Di Pietro, Donato.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Alsina. 1985
- **Izquierdo Asensi, F.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Dossat. Madrid. 1985
- **Luzzader, W. J.** *Fundamentos de dibujo en Ingeniería. Con una introducción a las gráficas por computadora interactiva para diseño y producción.* 11ª edición. Pearson Educación. 1994
- **Félez, Jesús; Martínez, MA. Luisa.** *Dibujo Industrial.* 3ª edición. Editorial Síntesis, S.A. 1999. Madrid
- **Félez, Jesús; Martínez, Mª. Luisa; Cabanellas, José María; Carretero, Antonio.** *Fundamentos de Ingeniería Gráfica.* Editorial Síntesis, S. A. Madrid

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN
(Capítulo 2)

CONTENIDO

2. Intersecciones

2.1. Intersección entre planos

La intersección entre dos planos **α** y **β** es una recta **i** común a ambos (Figura 26a). Primero se halla la traza **H'**, intersección entre **α1** y **β1,** luego **V'',** intersección entre **α2** y **β2.** Uniéndolas se obtiene la recta buscada.

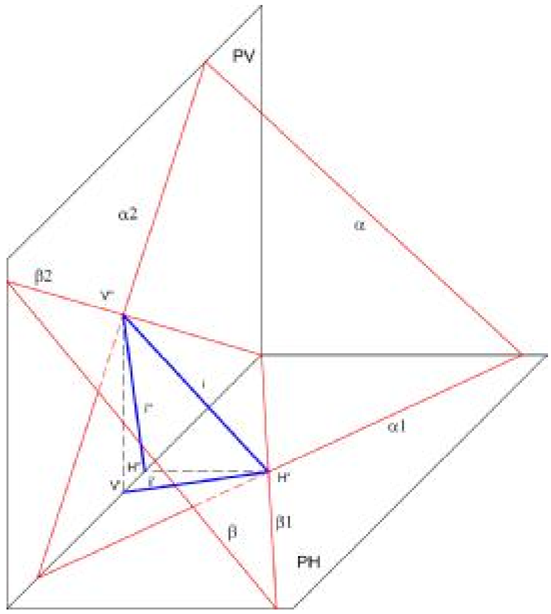


Figura 26a

En la figura descriptiva (Figura 26b), halladas las trazas **H'**, intersección entre **α1** y **β1**, y **V'',** intersección entre **α2** y **β2**, se dibujan por ellas las respectivas perpendiculares a la línea de tierra, obteniendo **H''** y **V'**. Se unen **H'** y **V', H''** y **V''**, y quedan determinadas las proyecciones **i', i''**, proyecciones de la recta **i** de intersección.

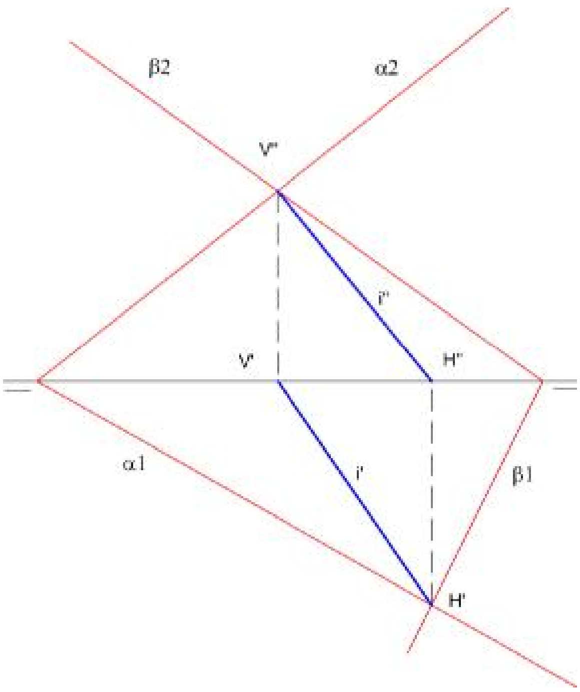


Figura 26b

Casos particulares: se utilizan uno o más planos auxiliares perpendiculares a uno u otro plano de proyección

a) Planos que se cortan fuera de los límites del dibujo (Figura 27)

Dados los planos **α** y **β** hallar la intersección **i.** Si se cortan las trazas horizontales **α1** y **β1,** se utiliza un plano horizontal **ε** que determina las rectas horizontales de intersección **a** y **b**. Donde se cortan **a'** y **b'** se obtiene el punto **I'**, proyectando éste en forma perpendicular a la línea de tierra hasta cortar **a''≡ b''**, se halla **I''**. Finalmente se une este punto con el punto de intersección de las trazas horizontales de los planos y se obtiene la recta **i (i', i'').**

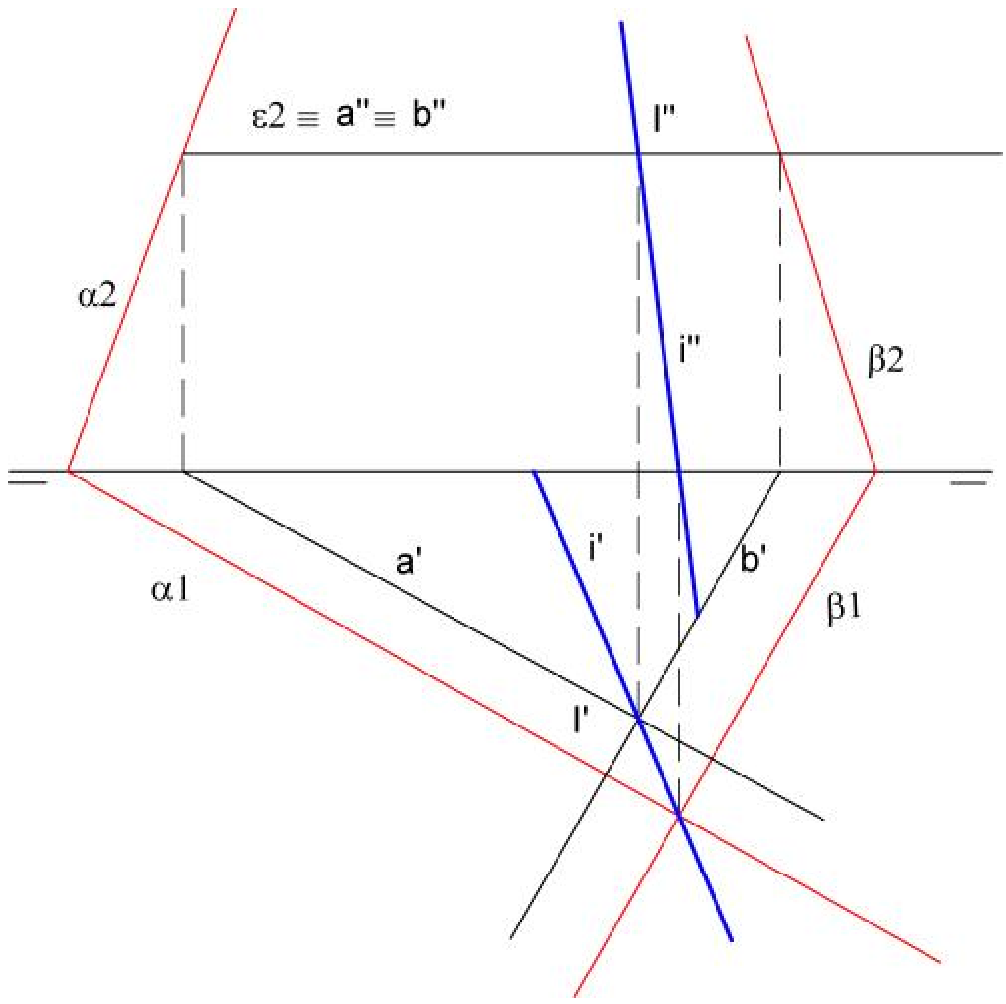


Figura 27

b) Planos dados por tres puntos no alineados y cuatro puntos no alineados (Figura 28)

Dados los planos **ABC** y **DEFG**, hallar la recta de intersección **i.** En este caso se utilizan dos planos auxiliares: **α (horizontal)** y **β (frontal).**

El plano **α2** determina las rectas de intersección **1 – 2** en **ABC** y **3 – 4** en **DEFG**, cuyo punto común es **M (M', M'').** El plano **β1** determina las rectas de intersección **5 – 6** en **ABC** y

7 – 8 en **DEFG**, cuyo punto común es **N (N', N'').**

Uniendo **M y N** se halla la recta de intersección **i.**

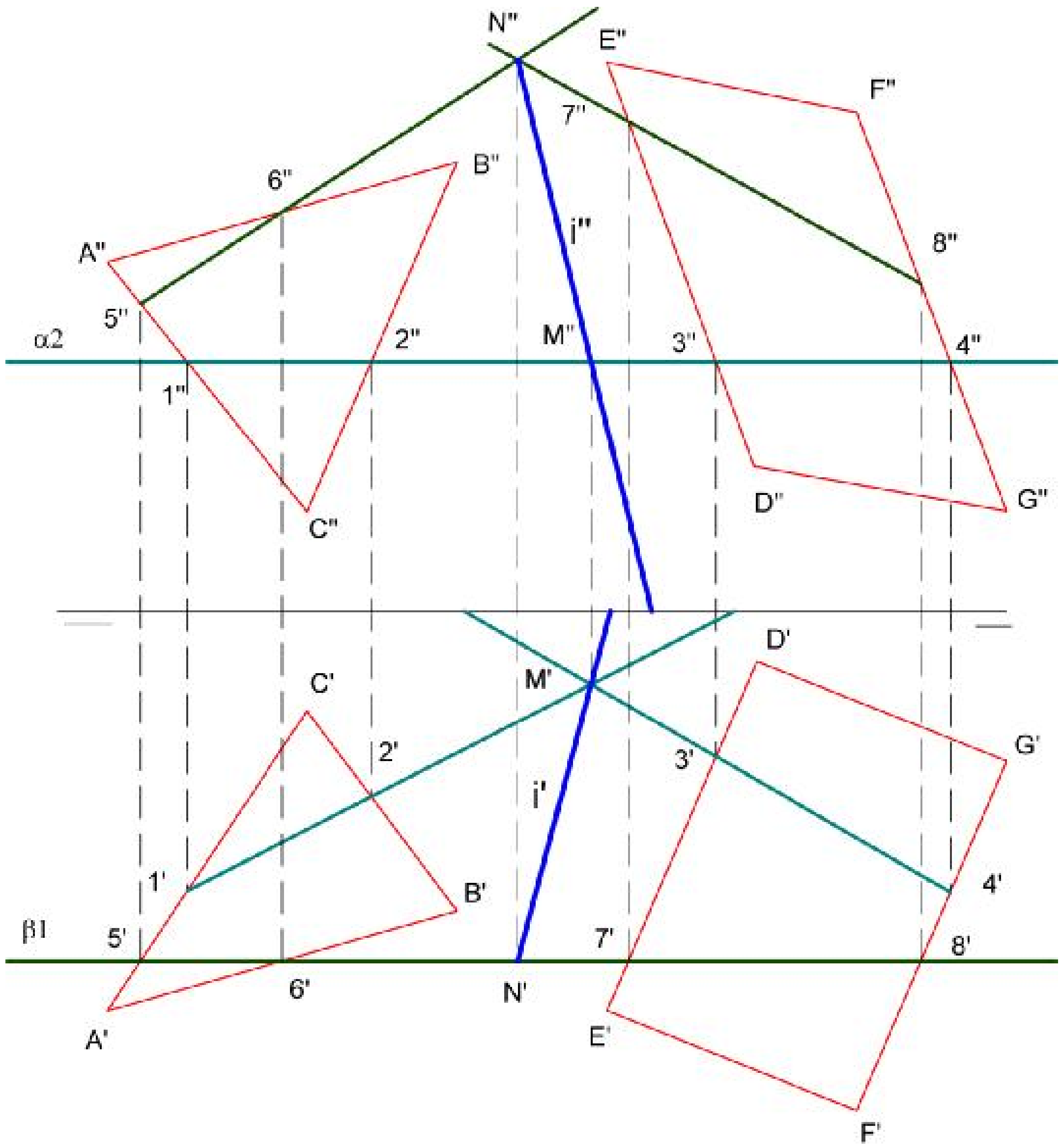


Figura 28

2.2. Intersección entre recta y plano

La intersección entre una recta **r** y un plano **α** es un punto **I** común a ambos. Para su solución se utiliza un plano auxiliar **β** que contenga a la recta, generalmente proyectante. La intersección entre el plano **β,** que contiene a **r,** y el plano **α,** es la recta **s,** que corta a **r** en el punto **I** (Figura 29).

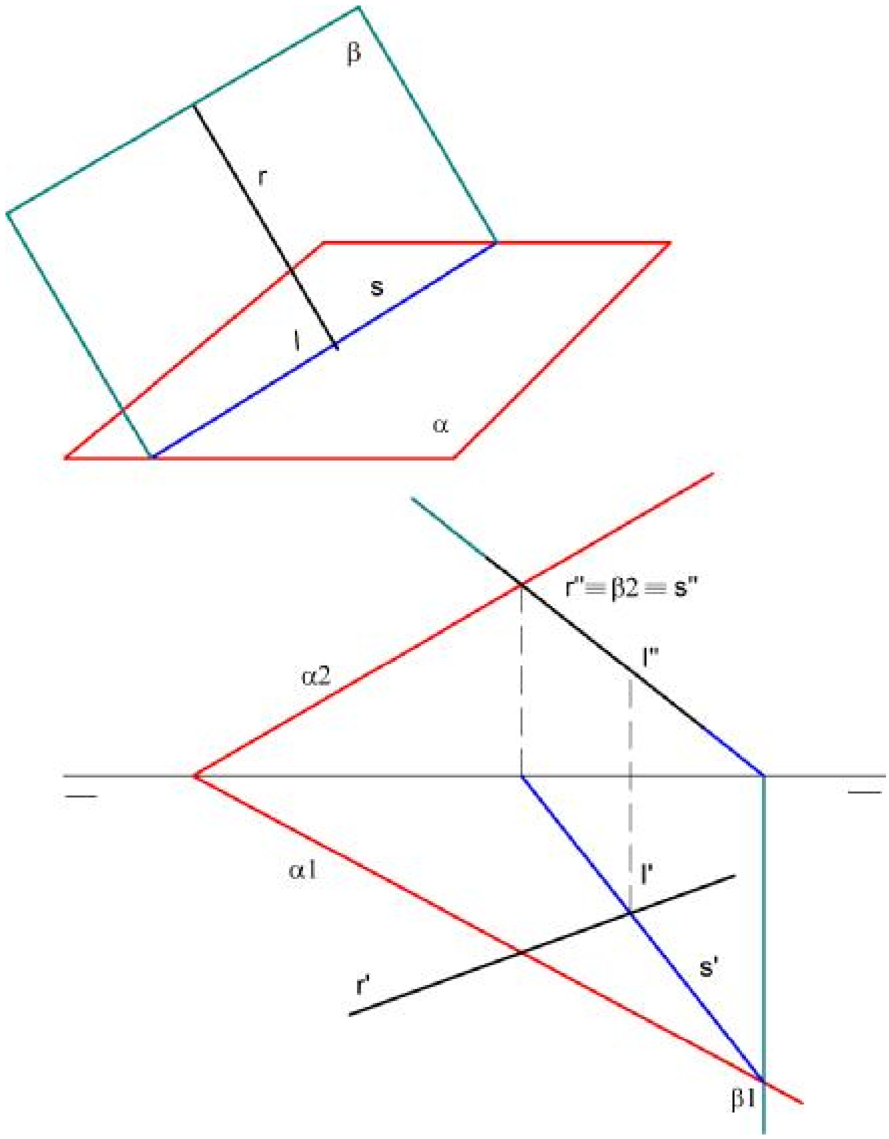


Figura 29

Ejemplo:

La intersección entre un recta **r** con un plano dado por tres puntos no consecutivos **ABC,** se determina conteniendo la recta **r** en un plano proyectante **ε,** que corta al plano **ABC** según la recta **1 – 2.** La intersección entre **r** y **1-2** es el punto **I** buscado (Figura 30).

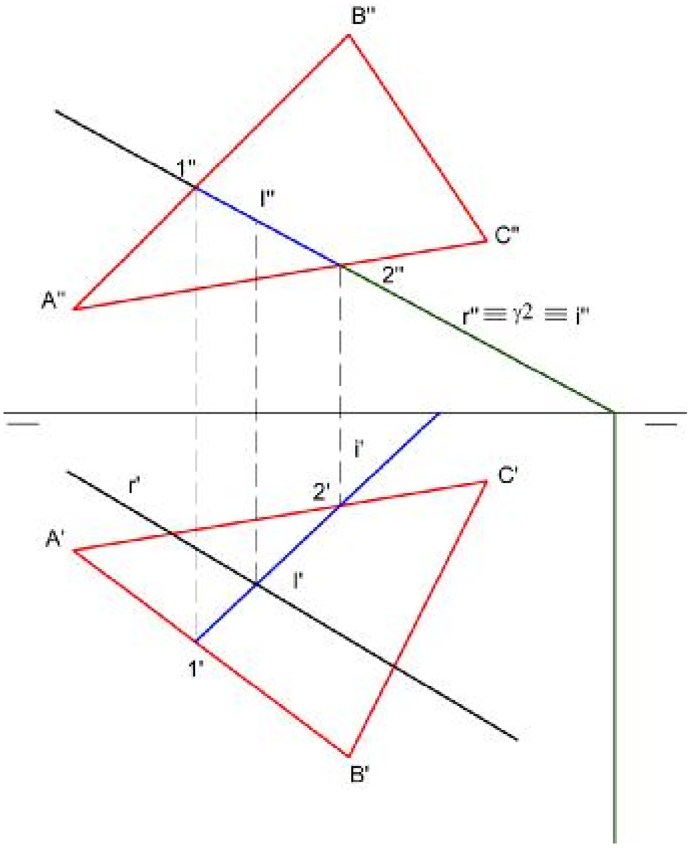


Figura 30

3. Cambio de plano. Giro. Abatimiento.

Los segmentos o figuras planas se proyectan a veces en forma paralela a los planos de proyección y otras, oblicuamente a ambos. En el primer caso su magnitud puede obtenerse directamente. En el segundo, debe recurrirse a diferentes métodos como: cambio de plano, giro y como caso particular, abatimiento.

Los procedimientos para resolver el problema son dos: a) mantener fija la figura y desplazar los planos de proyección (cambio de plano) y b) mantener fijos los planos de proyección y desplazar la figura haciéndola girar alrededor de un eje elegido convenientemente (giro).

3.1. Cambio de plano

3.1.1. Cambio de plano de un punto

Dado que en el cambio de plano se mantiene fijo el elemento del espacio y se desplazan los planos de proyección, puede sustituirse uno de los planos de proyección por otro plano siempre que sea perpendicular al plano que permanece.

Si se realiza un cambio de plano vertical, el nuevo plano será un plano proyectante vertical, sobre el que se obtendrá una nueva proyección vertical **A''1** del punto **A** del espacio (Figura 31). La proyección horizontal continua siendo la misma y por ese motivo también la cota del punto es la misma, o sea que las distancias de la proyecciones verticales, **A''** y **A''1,** antes y después del cambio de plano son iguales a sus respectivas líneas de tierra.

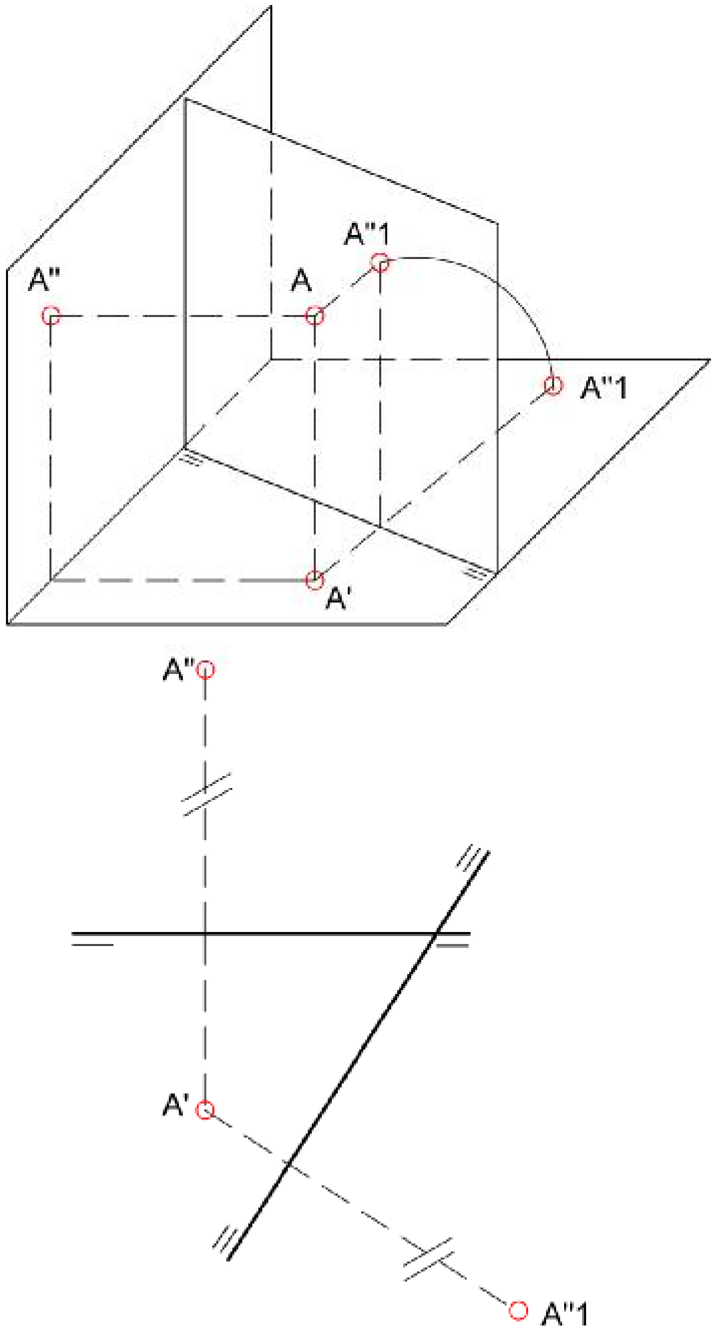


Figura 31

Para realizar un cambio de plano horizontal se procede de manera análoga utilizando un plano proyectante horizontal.

3.1.2. Cambio de plano de una recta

Para obtener las nuevas proyecciones de una recta **r (r', r'')** mediante un cambio de plano, se hallan las nuevas proyecciones de dos de sus puntos, generalmente sus trazas.

Si se efectúa un cambio de plano vertical, las proyecciones horizontales de sus trazas **H' y V'** permanecen, obteniéndose las nuevas proyecciones verticales de dichos puntos **H''1** y **V''1** trasladando sus cotas a partir de la nueva línea de tierra (Figura 32).

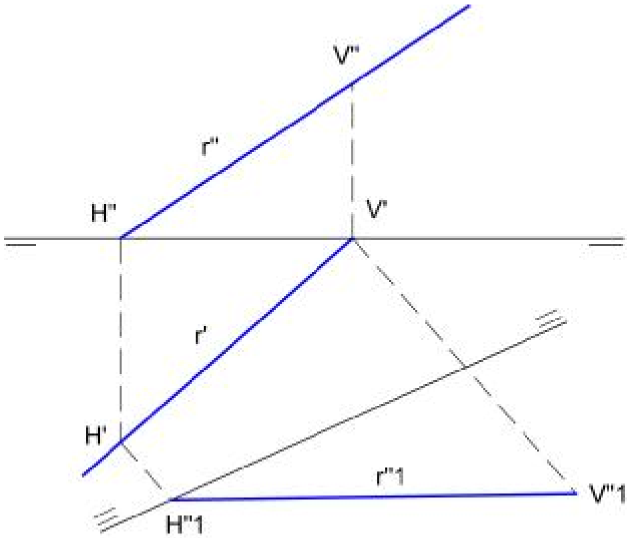


Figura 32

3.1.3. Cambio de plano de un plano

Para realizar un cambio de plano vertical, el vértice **A** que resulta definido por la intersección de dos planos verticales con un plano auxiliar **α** pertenece a los dos sistemas. Este punto se proyecta con igual cota en cada uno de los sistemas y pertenece a las trazas verticales del plano en ambos sistemas (Figura 33).

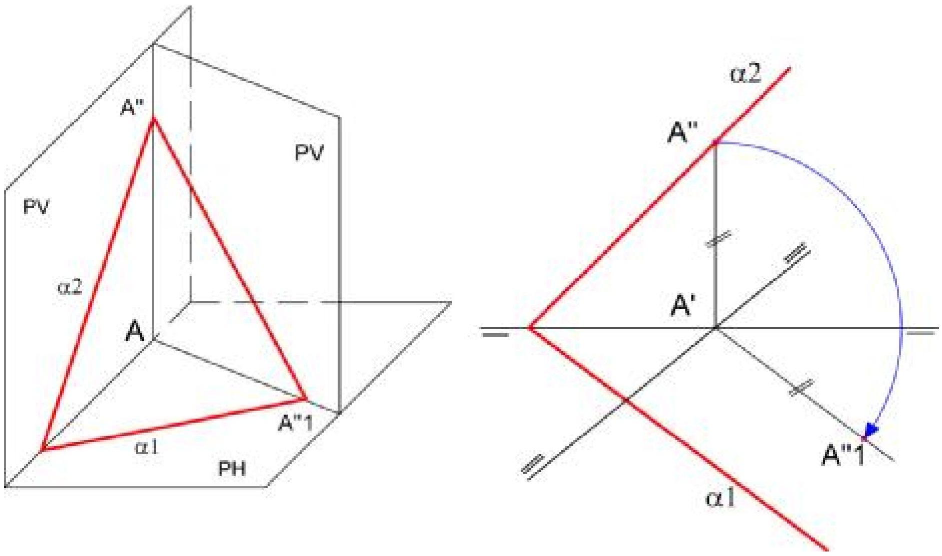


Figura 33

3.2. Giro

3.2.1. Giro de un punto alrededor de un eje

Si un punto gira alrededor de una recta describe una circunferencia cuyo radio es la distancia del punto a la recta y está contenida en un plano perpendicular al eje de giro.

Si se toma como eje de giro una recta vertical, la circunferencia de giro estará contenida en un plano horizontal y se proyectará sobre el plano horizontal de proyección en verdadera magnitud y en el plano vertical como un segmento, igual a su diámetro, coincidente con la traza del plano horizontal que la contiene.

Se gira el punto **A (A', A'')** trazando un arco de circunferencia con centro en la proyección horizontal del eje **e (e', e'')**, obteniéndose la nueva proyección horizontal del punto **A'1**, por dicha proyección se dibuja la perpendicular a la línea de tierra para obtener sobre la traza del plano la nueva proyección vertical **A''1**(Figura 34).

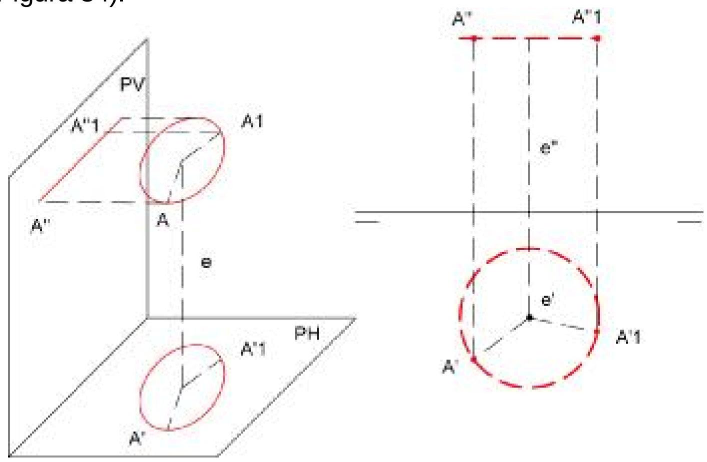


Figura 34

3.2.2. Giro de una recta alrededor de un eje

Pueden presentarse dos casos: a) la recta corta al eje, o sea que son coplanares, y b) la recta no corta al eje, entonces no son coplanares, sino rectas alabeadas.

En el primer caso, cuando la recta **r (r', r'')** corta al eje **e (e', e''),** el punto de intersección **P (P', P'')** entre ambos permanece fijo. Se gira solamente un punto **A** hasta la posición **A1** y se une con el punto de intersección **P**. De esta manera se obtiene la recta girada **r1** (Figura 35).

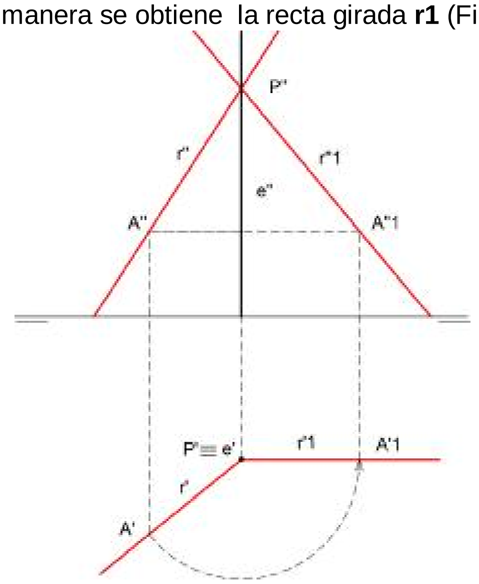


Figura 35

En el segundo caso, cuando la recta **r (r', r'')** y el eje **e (e', e'')** son alabeados, se giran dos de sus puntos, **A** y **B**, el mismo ángulo, hasta las posiciones respectivas **A1** y **B1**. Uniendo estos dos puntos se halla la recta girada **r1** (Figura 36).

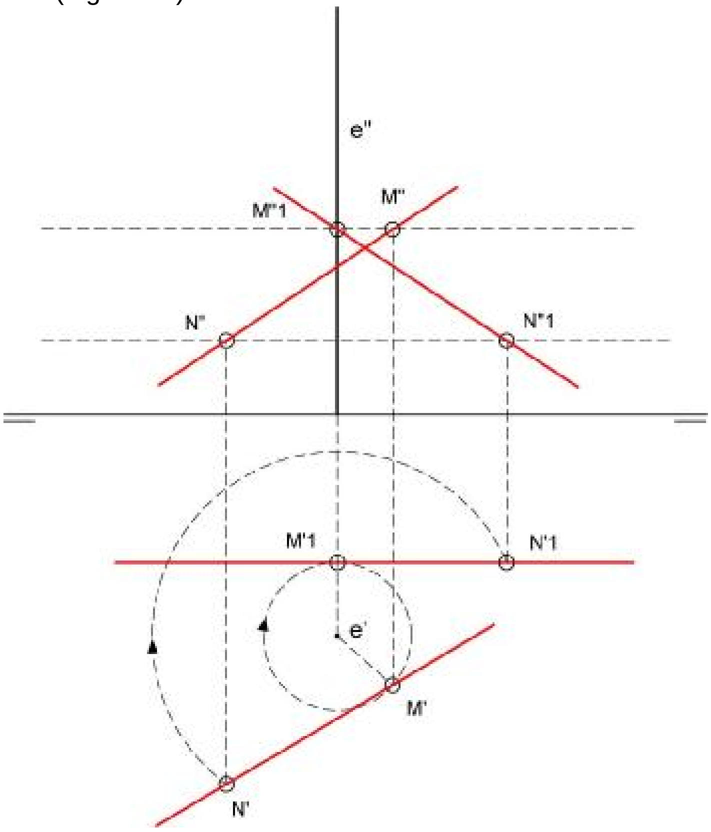


Figura 36

3.2.3. Giro de un plano alrededor de un eje

Si se gira un plano **α (α1, α2)** alrededor de un eje **e (e', e'')**, en este caso vertical, la nueva posición del plano será **β (β1, β2).**

El punto **P** de intersección con el plano **α** permanece fijo durante el giro. El plano en sus sucesivas posiciones determina un cono recto de vértice **P** y base la circunferencia **e'N',** siendo **N'** el punto de tangencia entre la traza **α1** y el radio de circunferencia. Se traza una recta horizontal **h** (**h'**, **h''**) del plano **α ,** y se gira manteniéndose paralela al plano horizontal de proyección, por lo tanto, su nueva proyección horizontal será paralela a la nueva traza horizontal del plano **β** que pasa por **e** (Figura 37)

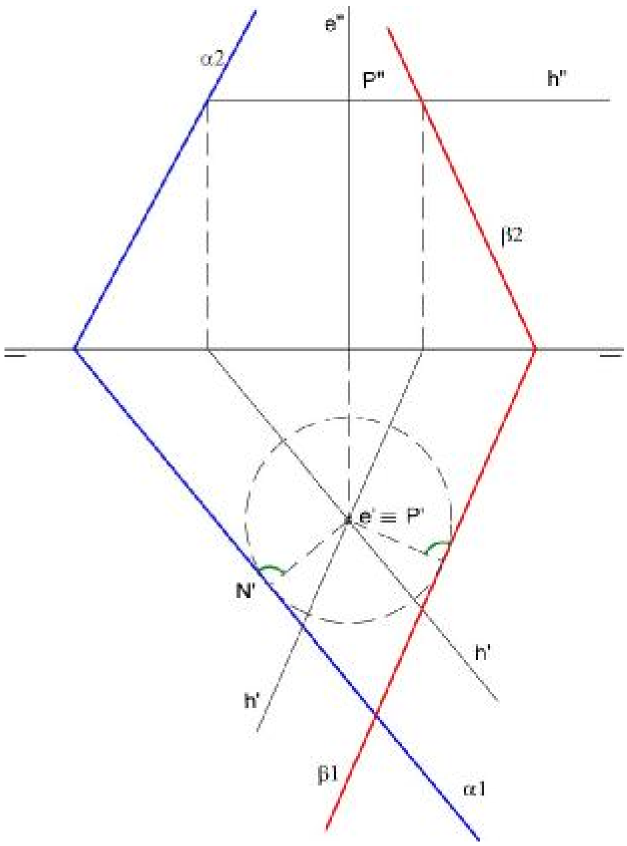


Figura 37

3.3. Abatimiento

3.3.1. Abatimiento de un punto

Abatir un punto significa abatir el plano que lo contiene.

Si se desea abatir el punto **A** contenido en el plano **α** sobre el plano **PH,** se traza un arco de circunferencia **AC i**gual a la distancia del punto **A** a la charnela **α1**, que es la intersección entre **PH** y **α.** El radio de giro **r** es la hipotenusa del triángulo rectángulo **AA'C**, cuyos catetos son la distancia del punto **A** al plano de proyección **PH** y la distancia de esta proyección **A'** al punto **C** de la charnela **α1.**

Se realiza un doble abatimiento. Primero se abate el triángulo sobre el plano de proyección **PH,** obteniendo así el triángulo abatido **A'((A))C,** y luego se gira la hipotenusa, que es el radio **r** hasta cortar la perpendicular a la charnela que pasa por **C.** Se obtiene así el punto abatido **(A)** (Figura 38 a).

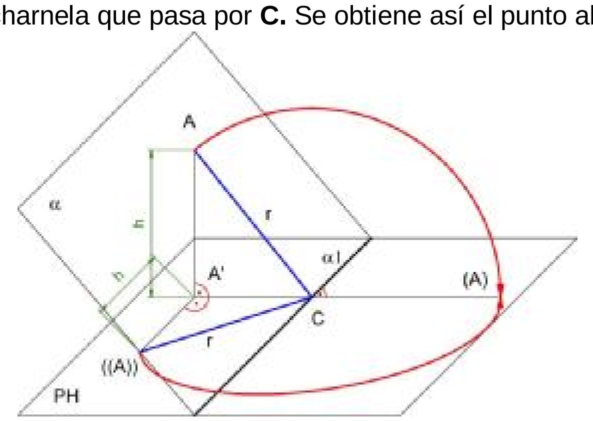


Figura 38a

En la figura descriptiva (Figura 38 b) las proyecciones **A’** y **A’’** pertenecen al plano **α.** Para realizar un abatimiento sobre el plano horizontal, se dibujan por **A’** una paralela a la traza **α1** y una perpendicular cortando a la traza en el punto **C.** Se traslada la cota del punto sobre la paralela y se obtiene **((A))**, uniéndolo con **C** se halla el radio **r.** Con centro en **C** y radio **r** se dibuja la el arco de circunferencia que corta **A’C** en **(A).**

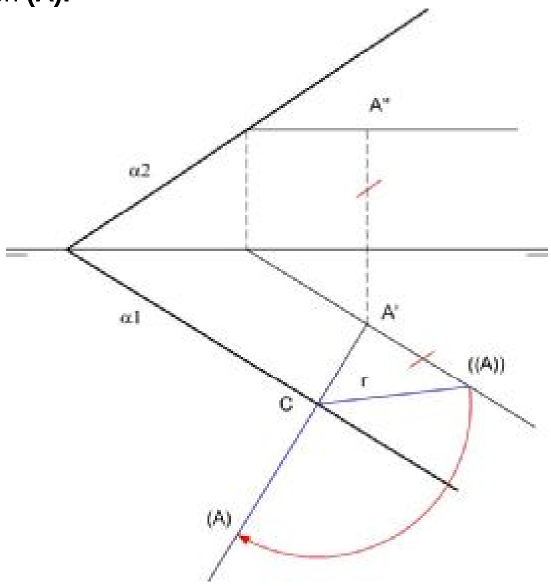


Figura 38b

La figura 38c muestra un caso de abatimiento sobre el plano vertical.

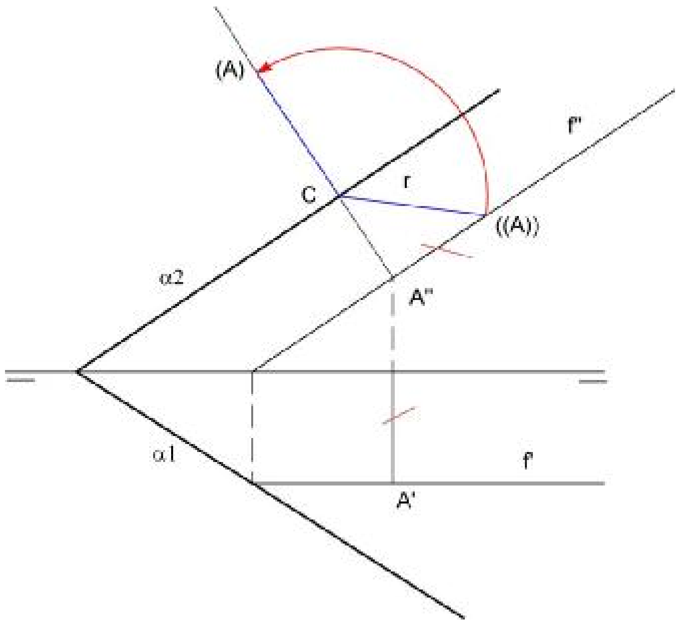


Figura 38c

3.3.2. Abatimiento de una recta

Para abatir una recta sólo se necesitan dos de sus puntos. En la figura 39 se han abatido las trazas de la recta r. La traza vertical **V''** se abate como en el punto anterior y la traza **H'** permanece fija porque pertenece a la traza horizontal del plano **α.**

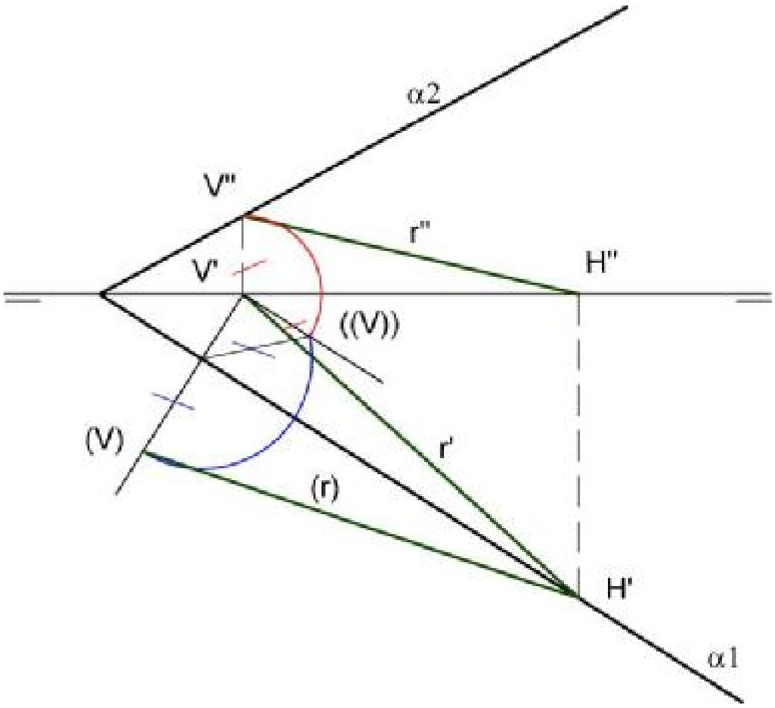


Figura 39

3.3.3. Abatimiento de un plano

El abatimiento de un plano se logra abatiendo la traza que no funciona como charnela, ya que ésta rota sobre sí misma. Para abatir la traza vertical de un plano, **α2,** sobre el plano horizontal de proyección, sólo se abaten dos puntos. Uno es el origen del plano, que permanece fijo por pertenecer a la charnela, luego se abate un punto cualquiera de la traza vertical del plano y se une con el origen (Figura 40).

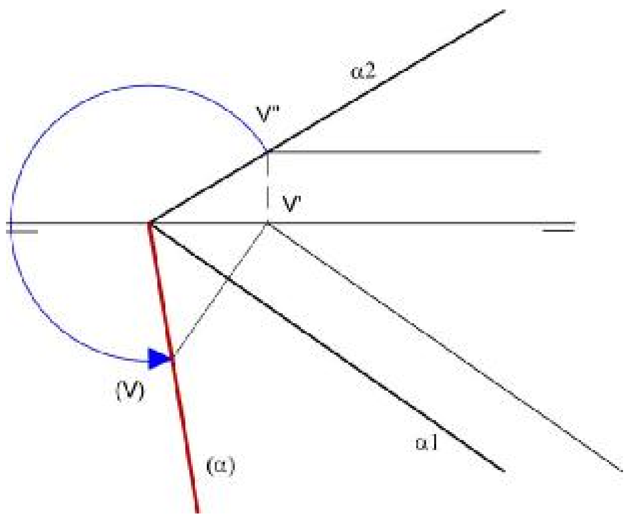


Figura 40

Ejemplos de abatimiento (Figura 41) y desabatimiento de un figura plana (Figura 42)

a) Abatimiento del triángulo ABC dada su proyección horizontal A'B'C'

Para hallar la verdadera magnitud del triángulo ABC contenido en el plano α, primero se halla la segunda proyección, A''B''C'', luego se abate al plano y cada uno de los puntos como fue explicado anteriormente obteniendo (A)(B)(C). Uniéndolos se obtiene la figura plana buscada.

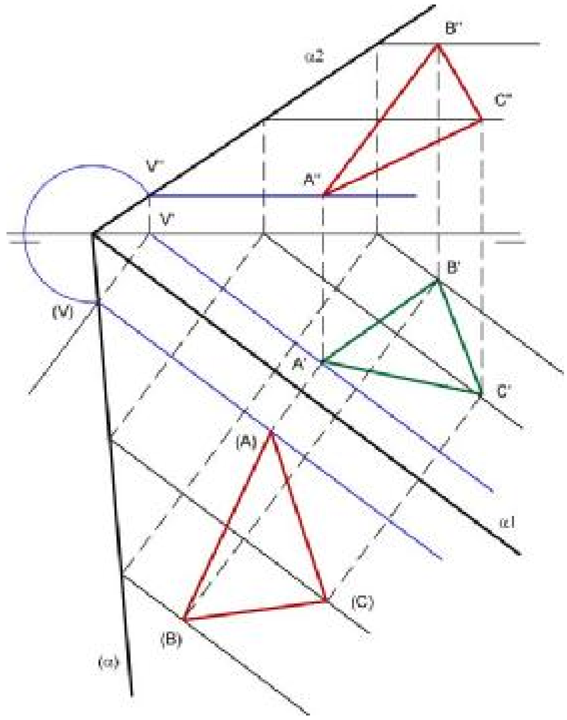


Figura 41

b) Dada la verdadera magnitud de una circunferencia hallar sus dos proyecciones

Se consideran dos diámetros perpendiculares de la circunferencia. Éstos se transforman en los diámetros conjugados de las elipses en que se proyectan las circunferencias.

En el desabatimiento de la circunferencia puede aplicarse afinidad ortogonal teniendo en cuenta como eje de la charnela a la traza α1 y como figuras homólogas la circunferencia abatida y su proyección sobre el mismo plano.

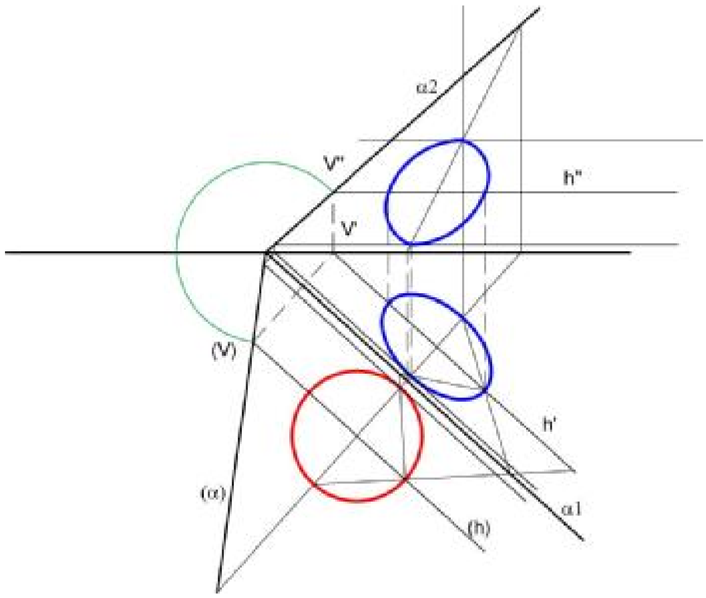


Figura 41

Bibliografía

- **Di Lorenzo, Eduardo.** *Geometría Descriptiva. Sistemas de Representación.* Tomo 1. Centro de Estudiantes de Ingeniería "La línea recta". 1972
- **Di Pietro, Donato.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Alsina. 1985
- **Izquierdo Asensi, F.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Dossat. Madrid. 1985
- **Luzzader, W. J.** *Fundamentos de dibujo en Ingeniería. Con una introducción a las gráficas por computadora interactiva para diseño y producción.* 11ª edición. Pearson Educación. 1994
- **Félez, Jesús; Martínez, MA. Luisa.** *Dibujo Industrial.* 3ª edición. Editorial Síntesis, S.A. 1999. Madrid
- **Félez, Jesús; Martínez, Mª. Luisa; Cabanellas, José María; Carretero, Antonio.** *Fundamentos de Ingeniería Gráfica.* Editorial Síntesis, S. A. Madrid

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN
(Capítulo 3)

CONTENIDO

4. Poliedros

El poliedro es un cuerpo geométrico espacial cuyas caras se componen de una cantidad finita de polígonos planos que encierran un volumen finito y no nulo.
Los poliedros regulares son aquellos que tienen caras, aristas y ángulos iguales

Cuerpo	**Nº de caras**	**Nº de aristas**	**Nº de vértices**
Tetraedro	4 triángulos equiláteros	6	4
Cubo o hexaedro	6 cuadrados	12	8
Octaedro	8 triángulos equiláteros	12	6
Dodecaedro	12 pentágonos regulares	30	20
Icosaedro	20 triángulos equiláteros	30	12

5. Representación de cuerpos

- **Tetraedro**

El tetraedro puede estar apoyado sobre cualquier plano. Cuando una de sus caras está contenida o es paralela a uno de los planos de proyección puede observarse la misma en verdadera magnitud. En caso contrario será necesario dibujarla sobre el plano abatido y después desabatirlo.

En la figura 43 el tetraedro está apoyado sobre el plano horizontal de proyección por lo tanto la verdadera magnitud de la cara queda determinada por la arista. Para obtener la proyección vertical es necesario hallar la altura y esto se logra **abatiendo** el triángulo rectángulo formado por la arista, su proyección sobre el plano horizontal y la propia altura.

El vértice se encuentra en el centro del la cara apoyada que es un triángulo equilátero. La proyección vertical de **V** se obtiene trasladando la altura obtenida por abatimiento sobre la recta vertical.

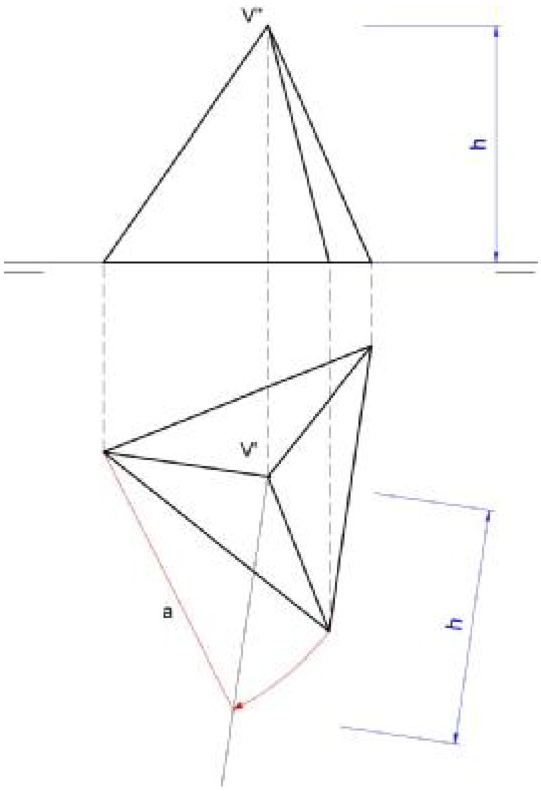


Figura 43

- **Cubo**

Si el cubo está apoyado sobre el plano horizontal su cara opuesta se proyecta en forma coincidente con ella y las otras cuatro son proyectantes respecto al plano horizontal.
La proyección horizontal es un cuadrado cuyo lado es igual a la arista del cubo. Las caras horizontales se proyectan sobre el plano vertical en dos segmentos paralelos a la L.T. a una distancia igual a la arista (Figura 44).

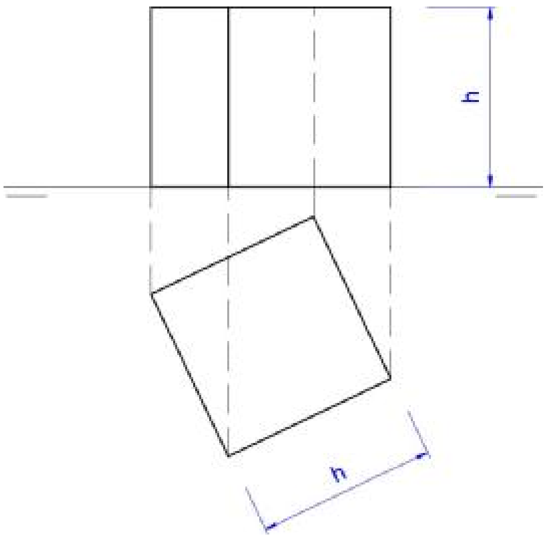


Figura 44

Cilindro y esfera

- **Cilindro**

Cuando el cilindro está apoyado sobre uno de los planos de proyección, en este caso sobre el horizontal, su base se ve en verdadera magnitud y la otra proyección como un rectángulo. La base menor es igual al diámetro del círculo y la base mayor a la altura de la generatriz.

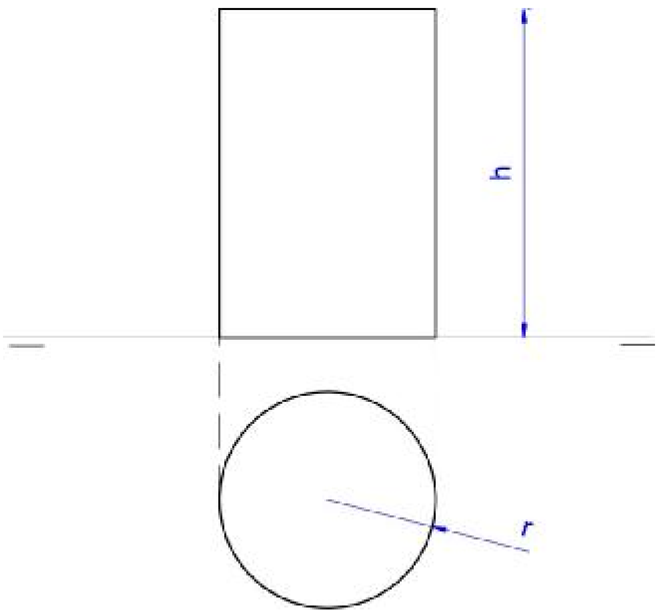


Figura 45

- **Esfera**

La esfera es una superficie de rotación cuyo eje puede se cualquiera de sus diámetros. Tomando uno de sus diámetros como eje de rotación, las secciones planas de la esfera con planos perpendiculares a dicho eje de rotación se denominan meridianos. El **paralelo máximo es el ecuador** y el meridiano paralelo al plano vertical se llama **meridiano principal**.

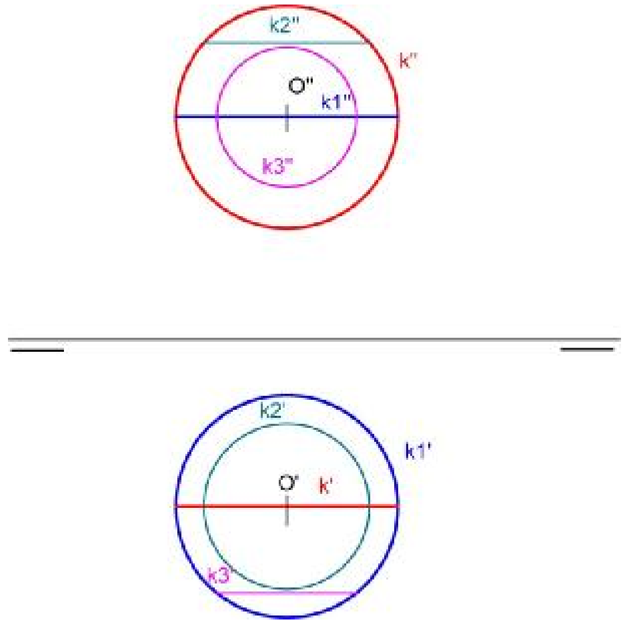


Figura 46

En la figura 46 el **ecuador** es la circunferencia máxima **k1 (k1', k1''),** el **meridiano principal** es la circunferencia **k (k', k'').** La circunferencia **k2 (k2', k2'')** es un paralelo cualquiera y **k3 (k3', k3'')** es una sección paralela al plano vertical de proyección y por lo tanto paralela al meridiano principal.

6. Intersección entre recta y cuerpo

La intersección entre una recta y un poliedro cualquiera, o sea los puntos de entrada y salida de dicha recta, pueden obtenerse en forma directa (figura 47) o mediante un plano que contenga a dicha recta (figura 48).

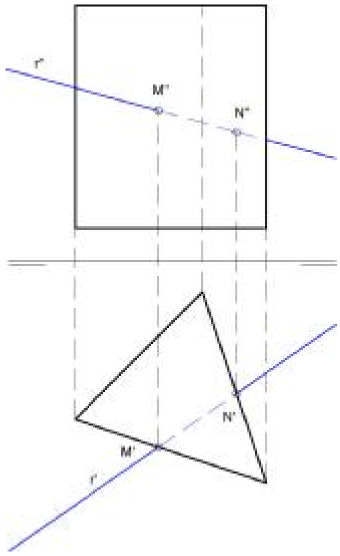


Figura 47

El plano **α**, proyectante vertical, que contiene a la recta **r** corta a las arista **AV, BV, CV y DV**, determinando la sección **A1, B1, C1 y D1**. Sobre el plano vertical esa sección, **A''1, B''1, C''1, D''1,** coincide con la recta y con la traza del plano. Sobre la proyección horizontal cuando **r'** intercepta a la sección **A'1, B'1, C'1 D'1,** se obtienen los puntos **M'** y **N'. M''** y **N''** se hallan sobre **r''** en forma perpendicular a LT.

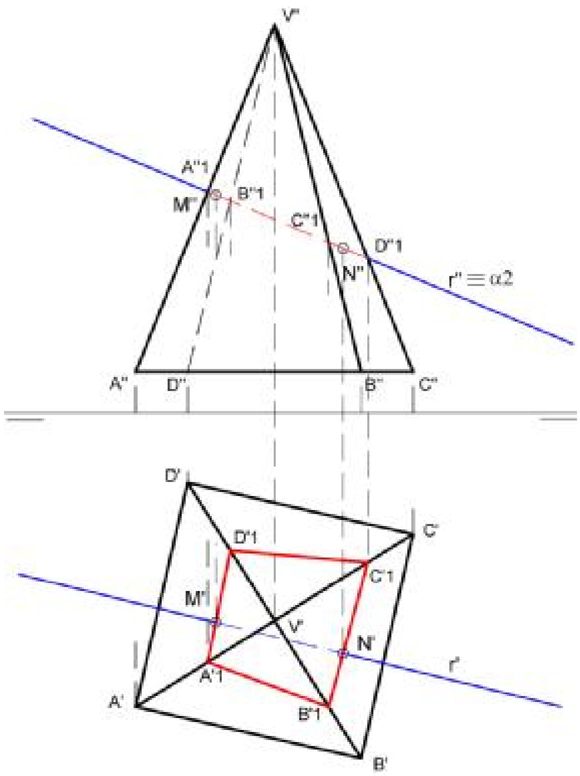


Figura 48

Para hallar los puntos de intersección (entrada y salida) de una recta con superficies cilíndricas y cónicas se utiliza el mismo método que con los poliedros. Se buscan los puntos de intersección de la superficie dada con el plano que contiene a la recta (Figura 49). En este caso se utilizó un plano proyectante horizontal. Éste secciona al cilindro en las generatrices **a** y **b**. Cuando la recta **r** corta dichas generatrices se obtienen los puntos **M** y **N** buscados.

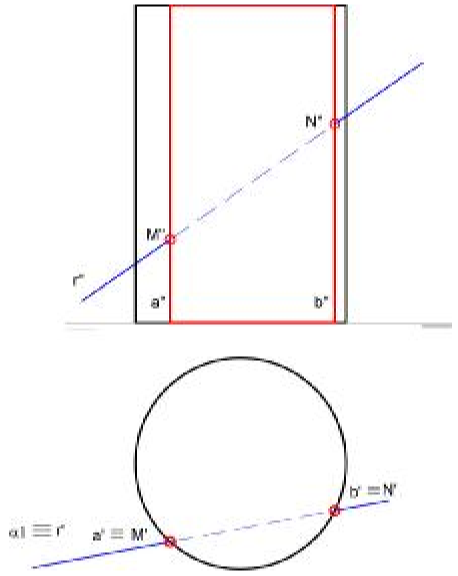


Figura 49

En las figuras 50 a y 50 b se observan espacial y descriptivamente la intersección de una recta y una esfera.

Se utiliza el plano **α** proyectante horizontal que contiene a la recta **r.** Se realiza un cambio de plano vertical paralelo a **α.** En este nuevo plano se representa solamente la circunferencia sección que se obtiene al cortar la esfera con **α.**

Los puntos **M''1** y **N''1** de intersección de esta circunferencia con la nueva posición de la recta **r''1** permiten hallar los puntos **M (M', M'')** y **N (N', N'').**

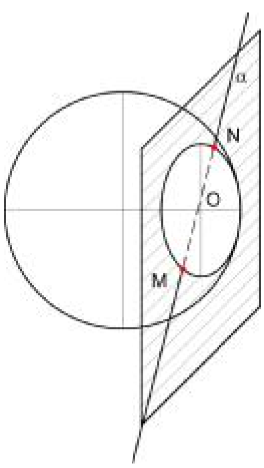


Figura 50 a

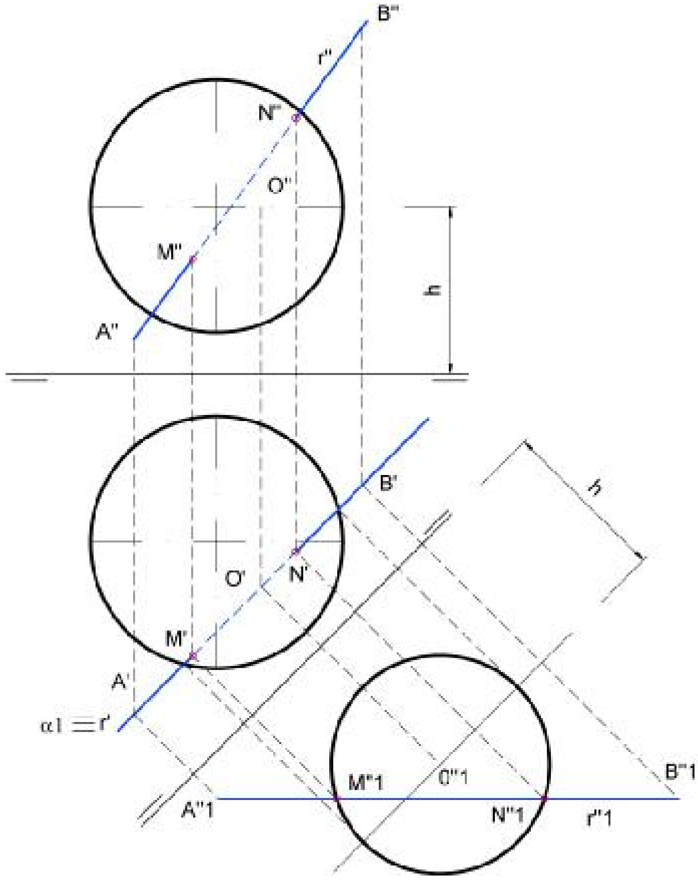


Figura 50 b

7. Intersección entre plano y cuerpo: sección plana

7.1. Sección plana de poliedros.

La sección entre un plano y un poliedro se obtiene hallando la intersección del plano con cada una de las aristas, los vértices del polígono determinan la sección buscada.

Sección entre un plano proyectante, horizontal o vertical, y un prisma: una de las proyecciones es un segmento contenido en una de las trazas del plano y la otra un polígono. En la figura 51 se utilizó un plano proyectante vertical y la proyección de la sección proyectada sobre el plano horizontal coincide con la proyección de la base del prisma

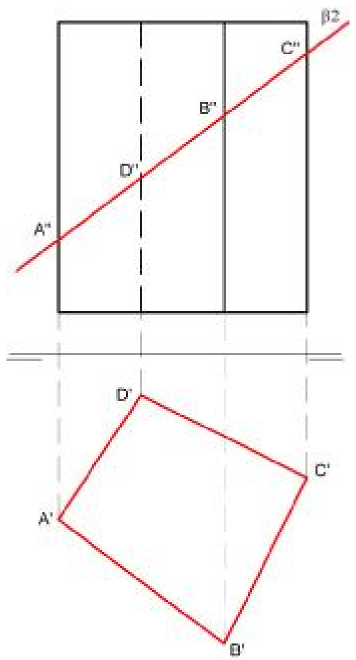


Figura 51

La sección que produce un plano horizontal sobre una pirámide es un segmento que coincide con la traza del plano en su proyección vertical y un polígono proporcional a su base en su proyección horizontal (Figura 52). La traza del plano corta las aristas de la pirámide determinando los vértices de la sección.

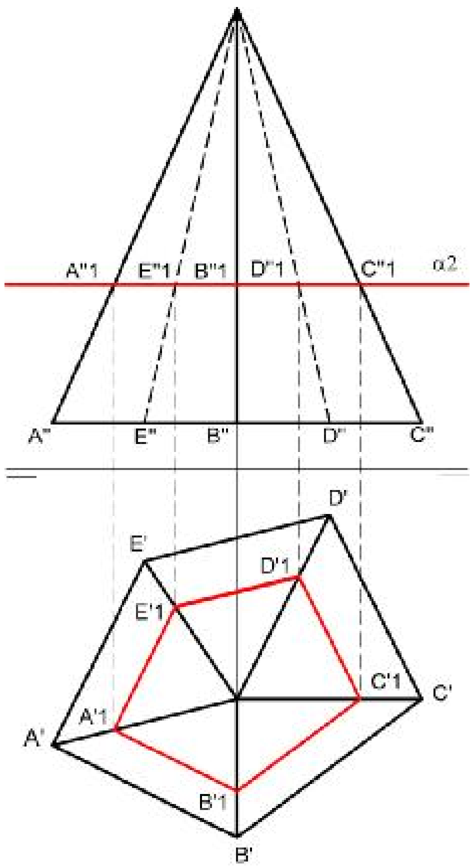


Figura 52

Si el plano es doblemente oblicuo los puntos de la sección pueden hallarse mediante la intersección entre recta y plano, considerando como rectas a las aristas. Para obtener la verdadera magnitud puede abatirse un punto, en este caso **C** y los restantes aplicando homología siendo el eje de abatimiento o charnela la traza **α1** (Figura 53) o abatiendo punto por punto.

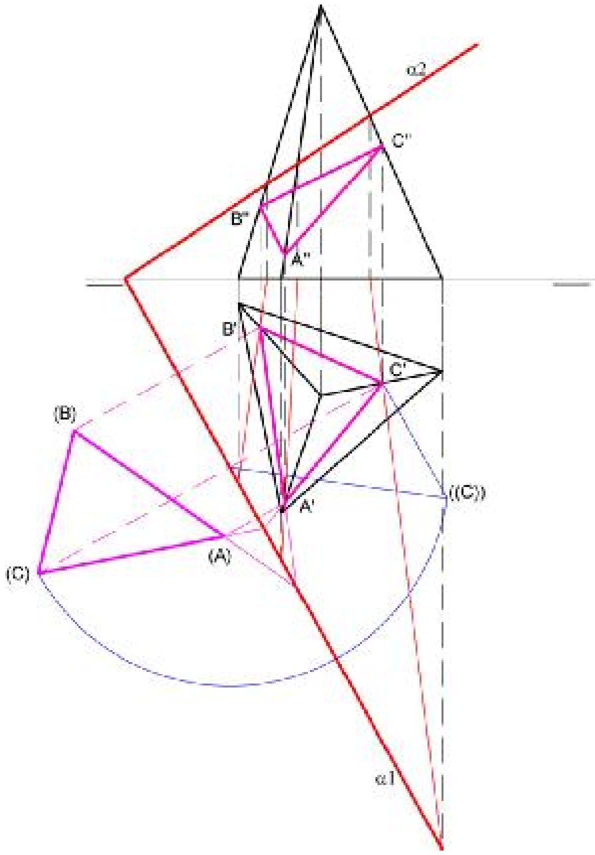


Figura 53

7.2. Sección plana de superficies cilíndricas, cónicas y esféricas.

La sección entre un plano proyectante vertical y un cilindro recto es una recta en su proyección vertical coincidente con la traza del plano **α2** y la proyección horizontal coincide con la circunferencia base.

Como el plano corta a la base superior del cilindro se obtiene una sección en forma de una figura delimitada por el arco de una elipse y el segmento de la recta **E'1F'1.**
Para construir esta figura se efectuó un cambio de plano horizontal paralelo a **α.**
El eje mayor de la elipse es **A'1B'1** y el eje menor **C'1D'1.**

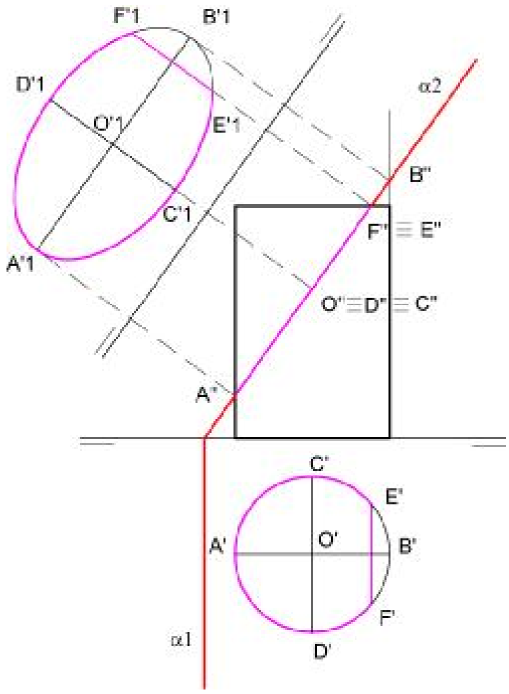


Figura 54

La intersección entre un cono recto y un plano doblemente oblicuo **α (α1, α2)** se obtiene mediante la utilización de planos auxiliares que contengan a las generatrices y hallando su intersección con el plano dado.
Así se encuentran los "puntos notables" que son los puntos extremos de los ejes de las elipses, los puntos que dividen a la elipse en parte vista y oculta y los puntos más alto y más bajo de la proyección vertical.
El plano **β** es proyectante horizontal, contiene al eje del cono y es perpendicular a **α1,** su recta de intersección con el plano **α** determina sobre las generatrices los puntos **C (C',C'')** y **D (D', D'')** , el más bajo y más alto respectivamente
Si se considera que por el eje del cono pasa el plano frental **δ,** de traza **δ1**, corta a **α** según la frental **f (f', f'')** y al cono según dos generatrices (de contorno aparente) determinando los puntos **A (A`, A'')** y **B (B', B'')** de la elipse, que la dividen en las partes vista y oculta.

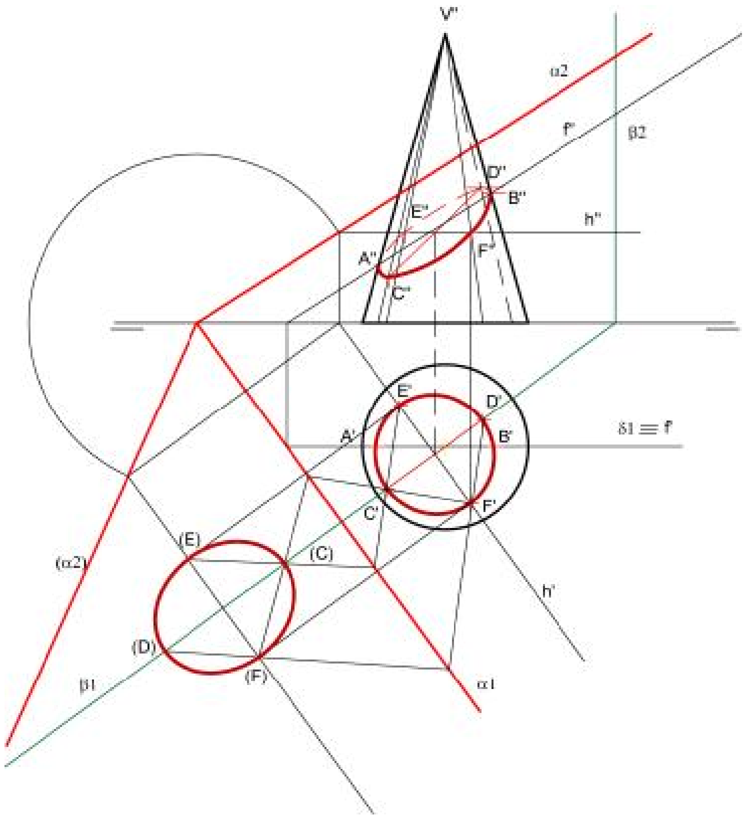


Figura 55

Un plano que corta a una superficie esférica siempre determina una sección circular, que se proyecta como un segmento de recta, una elipse o una circunferencia, según la posición del plano con los planos de proyección.

En la figura 56 el plano **α** que secciona a la esfera es proyectante vertical**.** El diámetro de la circunferencia sección es **A''B'',** que coincide con la proyección vertical de la sección. La proyección horizontal de la sección es la elipse cuyo eje mayor es **E'D' = A''B''** trazada por **C',** punto medio del diámetro, y su eje menor **A'B'.** Los puntos **F'** y **G'** determinan las partes vista y oculta de la elipse.

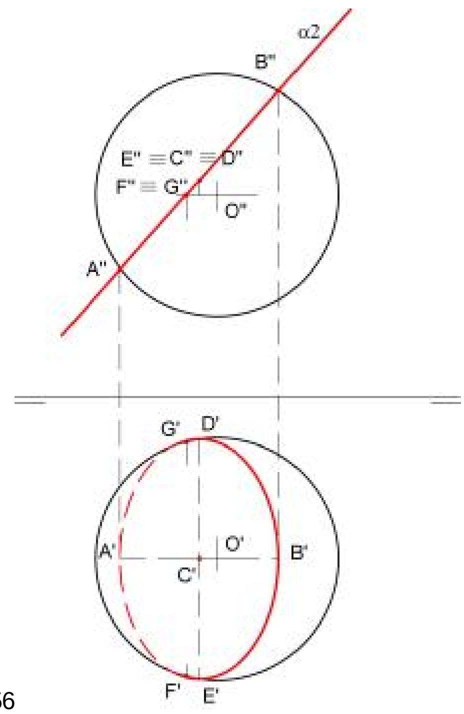


Figura 56

8. Intersección de cuerpos

8.1. Intersección de dos cilindros

La circunferencia del cilindro horizontal se divide en partes iguales. Por cada punto, que pertenece a una generatriz, pasa un plano frental hasta cortar al cilindro vertical en los puntos **A', B', C' y D'.** Esos puntos pueden proyectarse verticalmente hasta las generatrices correspondientes obteniendo así **A'', B'', C'' y D''.**

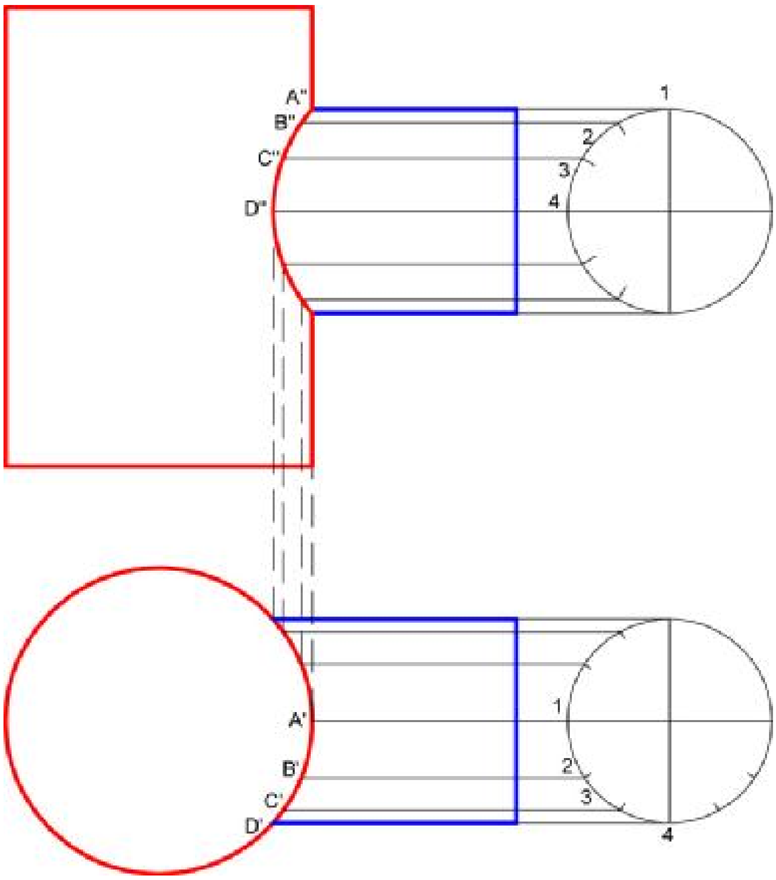


Figura 57

8.2. Intersección entre una pirámide y un cono oblicuos

Se unen los vértices con una recta **r (r', r'')**, obteniéndose **Hr,** traza horizontal de la **recta r,** que es el eje de barrido de los planos comunes al cono y a la pirámide.

Por **H'r** primero se trazan los planos límites **α** y **β** cuyas trazas serán las extremas para la resolución del encuentro.

Para obtener un punto del encuentro, por ej el correspondiente al plano **α1** se procede así**:**

a) **α1 c**ontiene a la arista de la pirámide **P'1'** (proyección horizontal) y **P''1''** (proyección vertical)
b) se trazan las generatrices del cono **C'2'** y **C'3'** (proyección horizontal) y **C''2''** y **C''3''** (proyección vertical).
c) donde se encuentran **P1** con **C2** queda determinado el punto **A** del encuentro que en este caso no es visible.
d) donde se encuentran **P1** con **C3** queda determinado el punto **B** del encuentro que tampoco es visible.

Se trazan los sucesivos planos entre **α** y **β** para la obtención de los puntos restantes.

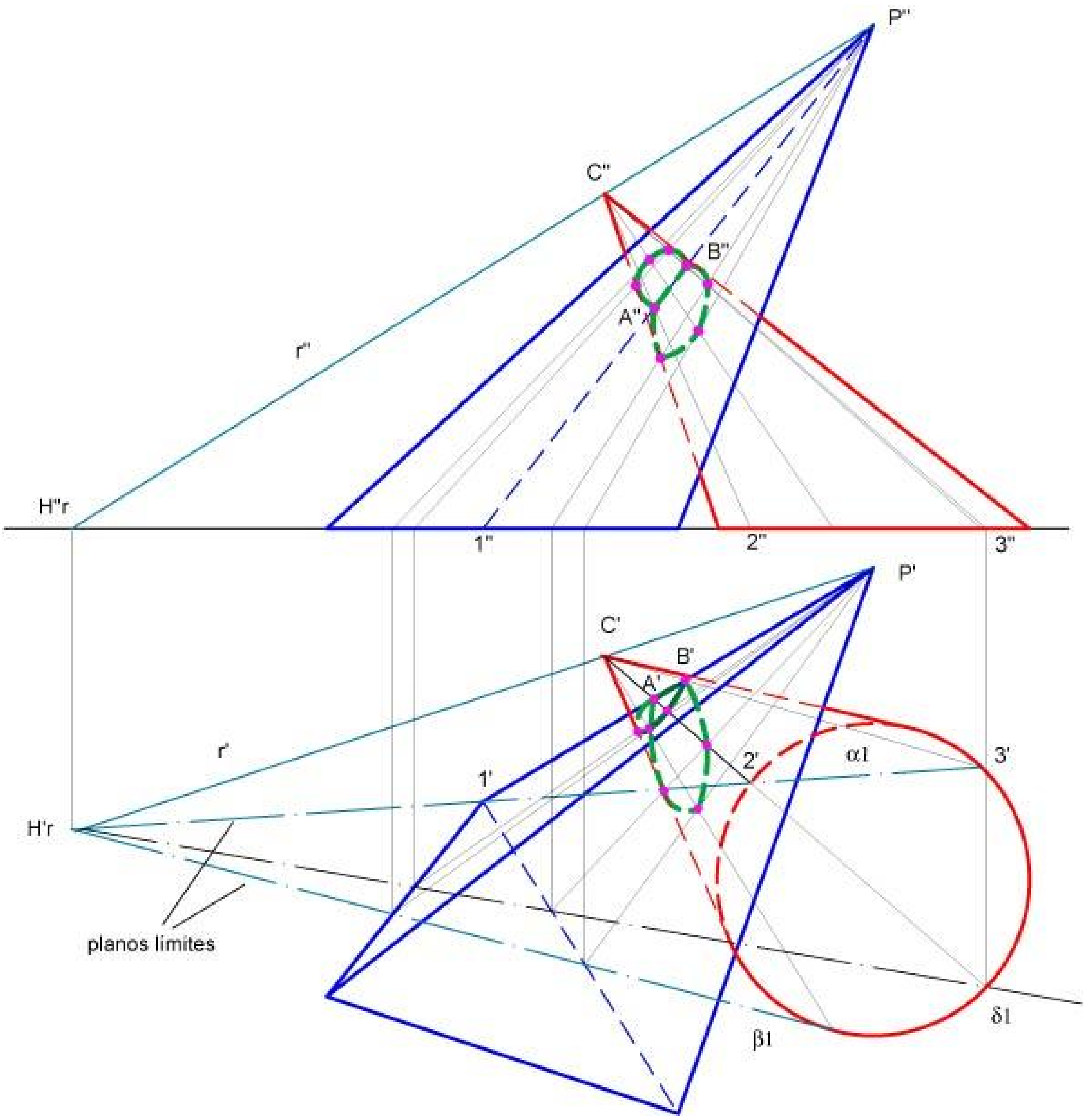


Figura 58

Bibliografía

- **Di Lorenzo, Eduardo.** *Geometría Descriptiva. Sistemas de Representación.* Tomo 1. Centro de Estudiantes de Ingeniería "La línea recta". 1972
- **Di Pietro, Donato.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Alsina. 1985
- **Izquierdo Asensi, F.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Dossat. Madrid. 1985
- **Luzzader, W. J.** *Fundamentos de dibujo en Ingeniería. Con una introducción a las gráficas por computadora interactiva para diseño y producción.* 11ª edición. Pearson Educación. 1994
- **Félez, Jesús; Martínez, MA. Luisa.** *Dibujo Industrial.* 3ª edición. Editorial Síntesis, S.A. 1999. Madrid
- **Félez, Jesús; Martínez, Mª. Luisa; Cabanellas, José María; Carretero, Antonio.** *Fundamentos de Ingeniería Gráfica.* Editorial Síntesis, S. A. Madrid

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN
(Capítulo 4)

CONTENIDO

SISTEMA AXONOMÉTRICO

El sistema axonométrico, es un sistema de representación gráfica cilíndrica o paralela (cuadro página 3, Cap. 1)

A diferencia del sistema diédrico o Monge, este sistema de proyección permite representar la imagen tridimensional de un objeto en el plano, en ella las relaciones espaciales son iguales que en la realidad. Por esta razón tiene un importante valor descriptivo y de análisis.

Se utiliza un solo plano de proyección denominado **cuadro** y tres ejes que determinan un **triedro trirrectángulo**. Este triedro está formado por tres planos que son perpendiculares entre sí. El centro de proyección es un punto infinitamente alejado, **punto impropio**, generalmente perpendicular al cuadro

La intersección de las caras del triedro con el cuadro determina **el triángulo de las trazas.** Los vértices **X, Y,** y **Z** son las **trazas de los ejes.** Las proyecciones **x1, y1**, y **z1**, de las aristas del triedro trirrectángulo se llaman **ejes axonométricos** (Figura 43).

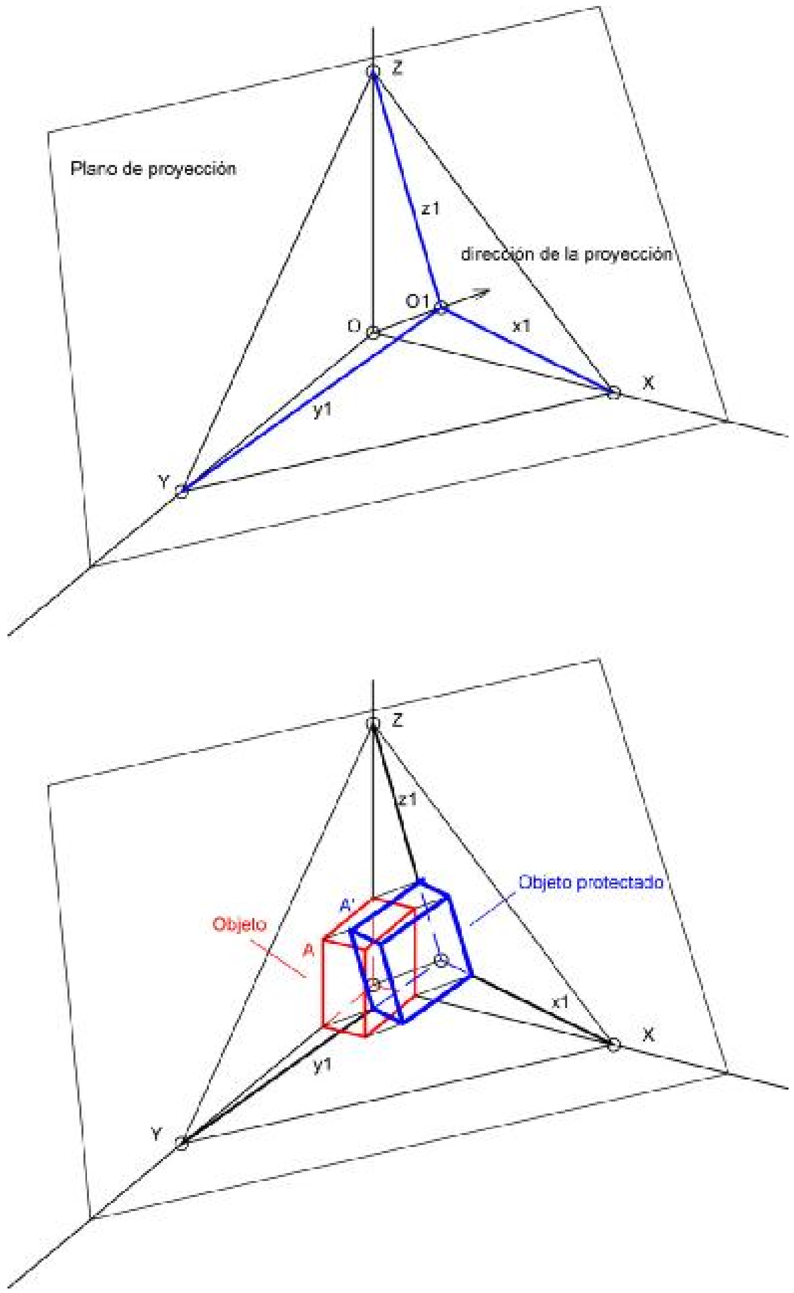


Figura 43

Estos ejes forman entre sí los ángulos **α, β** y **γ.** Cada uno de ellos puede tener cualquier valor pero su suma es igual a 360º (Figura 44)

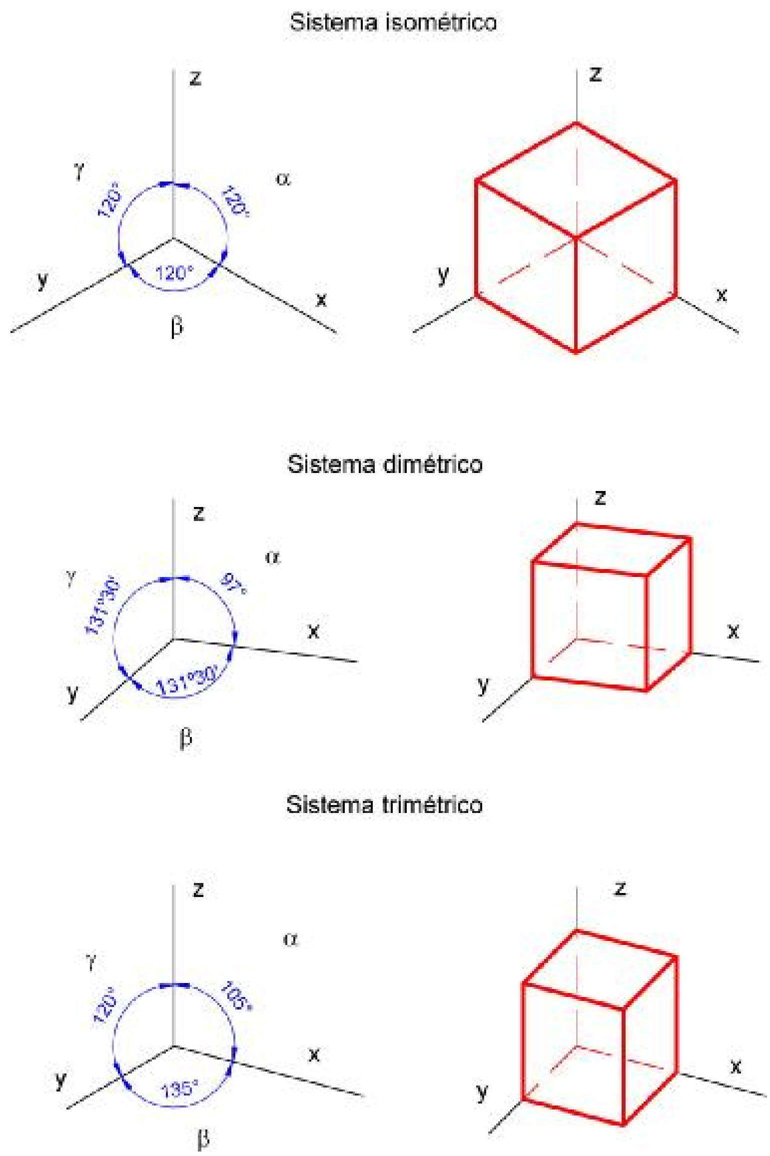


Figura 44

La dirección de la proyección puede ser **ortogonal** u **oblicua** con respecto al cuadro. En el primer caso se hallan las perspectivas **isométrica, dimétrica y trimétrica**; y en el segundo, las perspectivas **caballera y militar**.

a) **Sistema isométrico**: las medidas son iguales para las proyecciones en los tres ejes.

$$\alpha = \beta = \gamma = 120^o$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 360^o$$

b) **Sistema dimétrico**: dos medidas son iguales y una diferente.

$$\alpha \neq \beta = \gamma$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 360^o$$

c) **Sistema trimétrico**: las tres medidas son diferentes.

$$\alpha \neq \beta \neq \gamma$$
$$\alpha + \beta + \gamma = 360^o$$

Este sistema posee un alto nivel de abstracción, por eso se recurre a un ajuste matemático, llamado **coeficiente de reducción**, que adecua las dimensiones que se verían más distorsionadas para proporcionar el dibujo a una apariencia semejante a la real. Este coeficiente varía según el tipo de perspectiva (Figura 45).

En la **perspectiva isométrica** el coeficiente de reducción de las dimensiones equivale a 0.82. Debido a que este coeficiente es igual en los tres ejes, en forma práctica suele no utilizarse esa reducción sino la escala **1:1** o escala natural (lo que se mide en el dibujo corresponde al tamaño real del objeto).

La perspectiva isométrica permite la medición rápida sobre el dibujo, ya que las dimensiones se corresponden con las reales en la escala en que están representadas.

Los ejes deben realizarse con 2 escuadras. Se marca una línea vertical, llamada eje **z** y posteriormente dos líneas con un ángulo de 120º, ejes **x** e **y**.

Una vez realizados los ejes de coordenadas solo quedará ir dibujando la pieza con las medidas dadas. Todo el dibujo se debe realizar paralelo a los ejes principales.

- **Obtención gráfica de la reducción en isometría (Figura 45).**

Sobre los ejes **y** y **x** se marcan los puntos **A y B**, respectivamente. Uniéndolos y haciendo centro en su punto medio **N** se dibuja la semicircunferencia **AB.** Se prolonga la semirrecta **ON** hasta cortar la semicircunferencia en el punto **Oo,** uniéndolo con los puntos **A** y **B**. Sobre la recta **Oo-B se** marca la cota real obteniendo el punto **P,** éste se proyecta sobre el eje **x** en **Q** y así se halla la cota reducida.

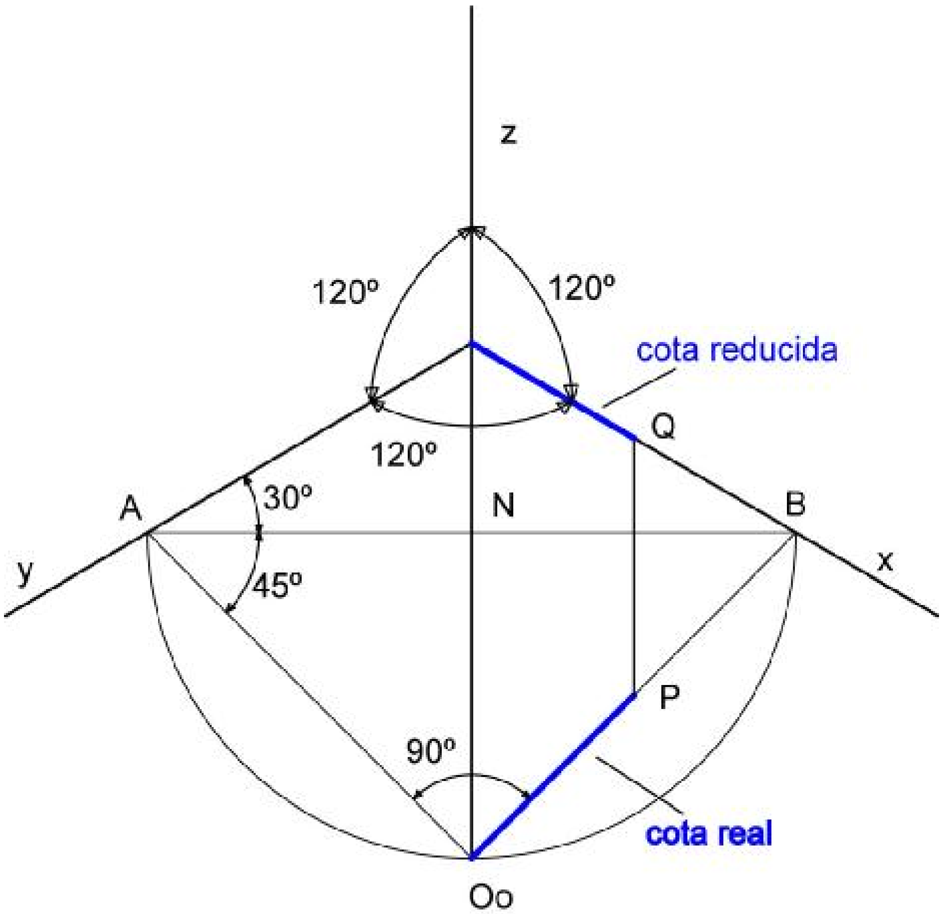


Figura 45

Ejemplo de perspectiva isométrica

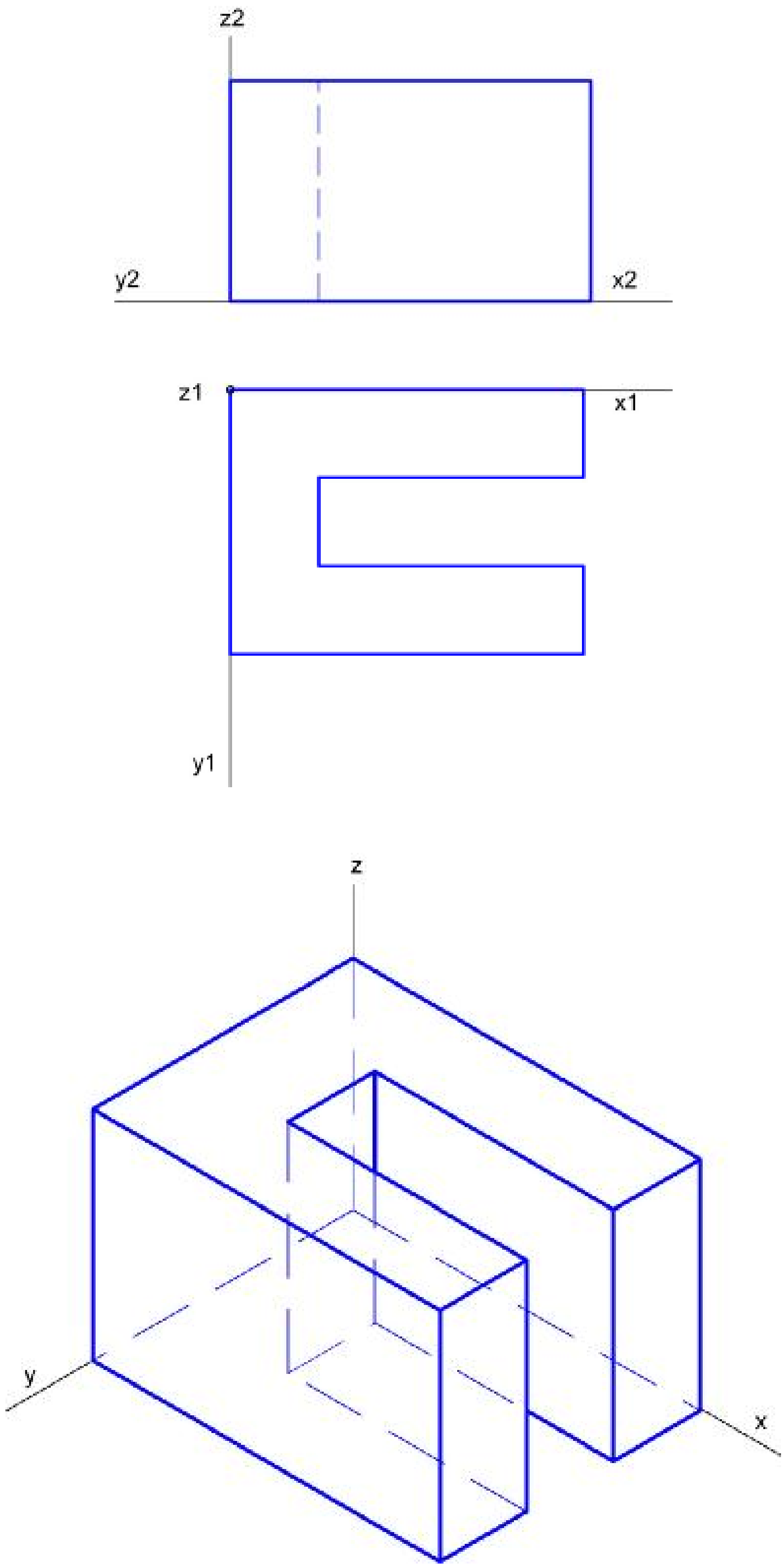


Figura 46

En la **perspectiva caballera reducida** el cuadro es paralelo al plano formado por los ejes **xz,** de tal manera que ellos forman un ángulo de 90º y entre **xy** y **zy** 135º respectivamente. El coeficiente de reducción es de 0,5 y se aplica sobre el eje **y** que determina la profundidad (Figura 47)

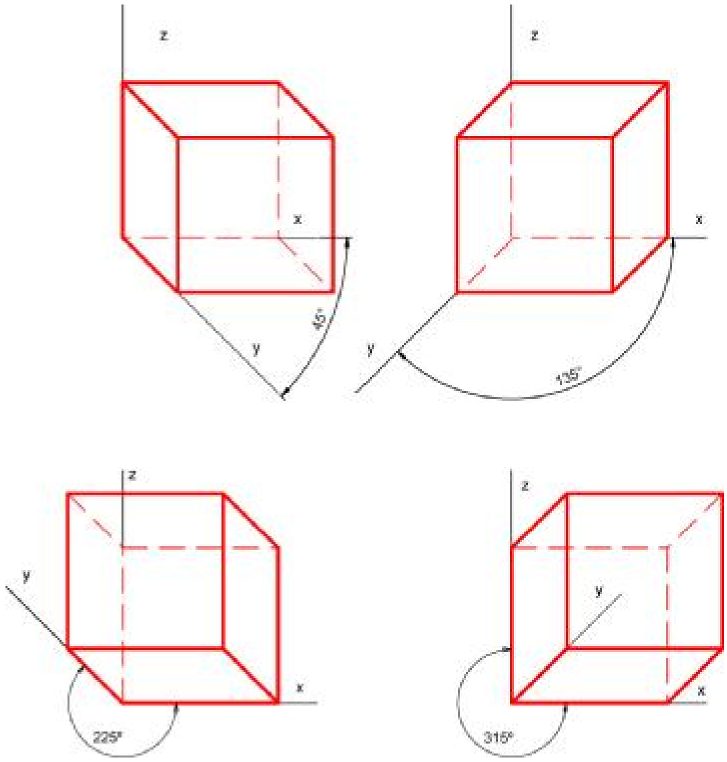


Figura 47

Al proyectar los ejes sobre el plano del dibujo, el eje **y** no permanece en verdadera magnitud. Se forma una relación métrica entre magnitudes reales, es decir, las del espacio y las obtenidas en el dibujo al ser proyectadas las primera. Esa relación métrica, **coeficiente de reducción,** se determina en función de criterios de mayor claridad y rigor o de otros puramente estéticos. El coeficiente se puede establecer de manera gráfica o numéricamente, siendo los valores más empleados 1/2, 2/3 y 3/4, aunque puede utilizarse cualquier otra fracción que sea menor que la unidad para no generar desproporciones en el dibujo (Figura 48)

- **Obtención gráfica de la reducción en caballera reducida (figura 48)**

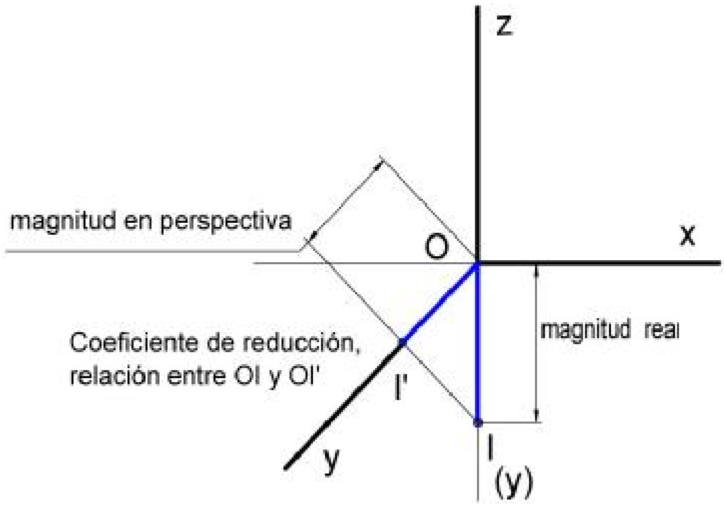


Figura 48

Ejemplo de perspectiva caballera reducida

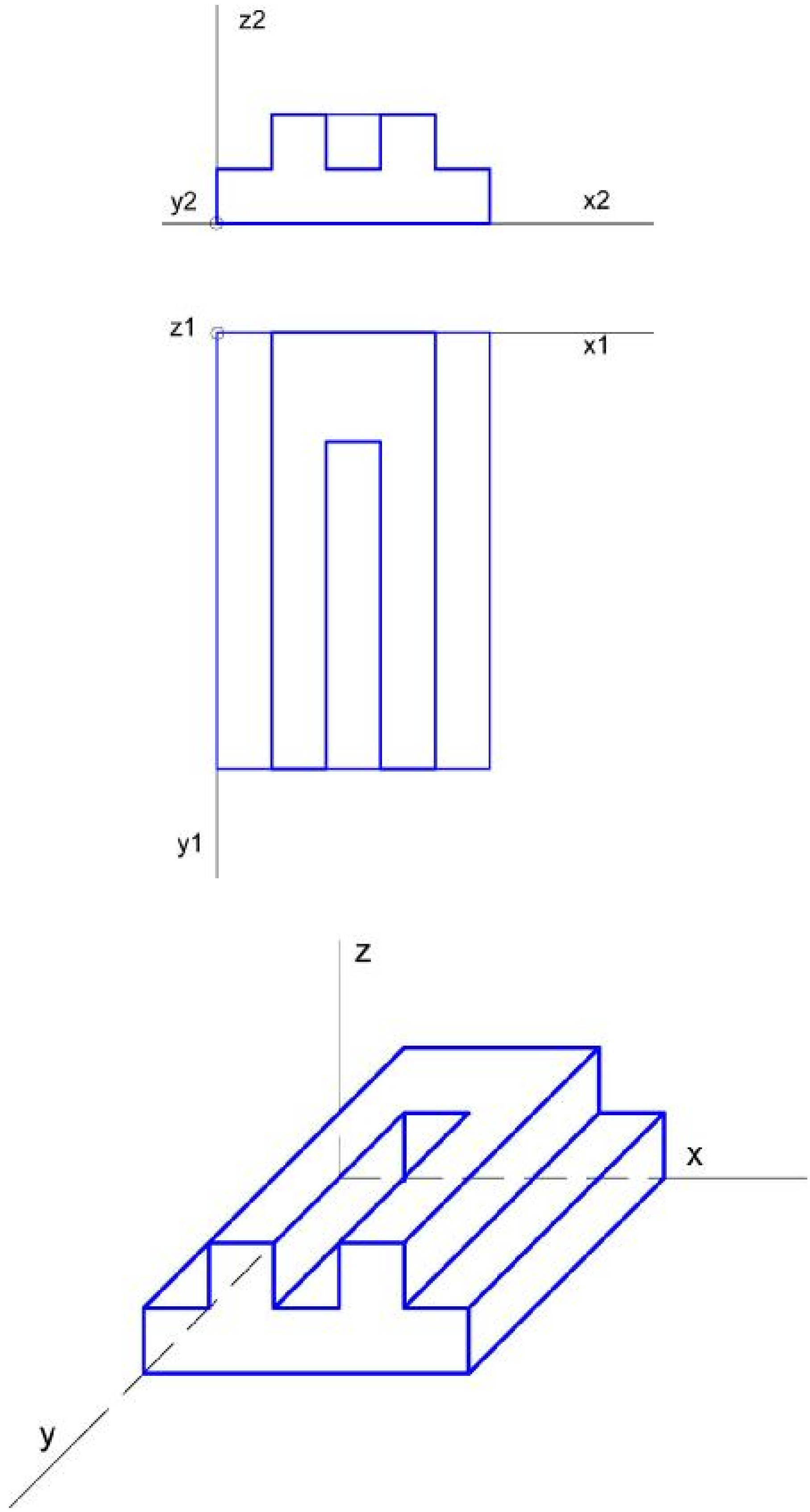


Figura 49

MÉTODOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CIRCUNFERENCIAS EN AXONOMETRÍA

De acuerdo a la posición que presenten los ejes del triedro en las distintas axonometrías, en ciertos casos las circunferencias se visualizan como elipses, por tal motivo debe recurrirse a métodos auxiliares de construcción.

1. **Construcción de circunferencias en axonometría isométrica**

Dibujado el cuadrado (paralelogramo en isometría) en el que está inscripta la circunferencia, se hallan sus diagonales y medianas.
Se trazan las rectas **AB** y **AC,** que al intersectarse con la diagonal, determinan los puntos **1** y **2,** que como **3** y **A** serán centros de arcos de circunferencias.
Con el compás se trazan los arcos.

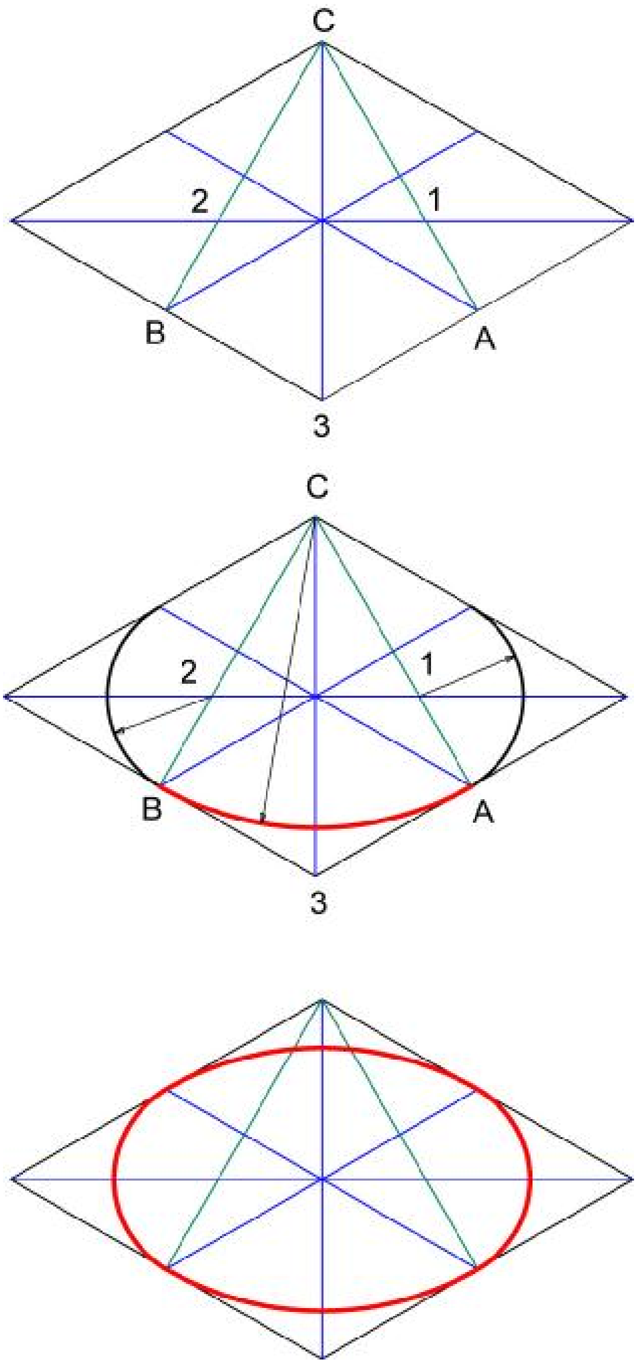


Figura 50

2. Construcción de circunferencias determinando 8 puntos

En el cuadrado en el que está inscripta la circunferencia se dibujan las diagonales y medianas obteniendo los puntos **1, 2, 3 y 4.**
Para hallar los puntos **5, 6, 7 y 8** (intersecciones de la circunferencia con las diagonales) se dibujan 2 rectas a 45º desde uno de los vértices del cuadrado (punto **A**) y de la intersección entre mediana y lado (punto **3**) sobres un lado que tenga la medida real.
Haciendo centro en **3**, se traslada la medida **33'** sobre el lado del cuadrado obteniendo **B**. A partir de **B** se traza una paralela al lado que contiene a **2,** que al intersectarse con las diagonales determinan los puntos **6** y **7.**
Se dibujan dos paralelas al lado que contiene al punto **1**, pasando por **6** y **7**, que al intersectar las diagonales determinarán los puntos **5** y 8.
Los puntos se unen con la plantilla de curvas.

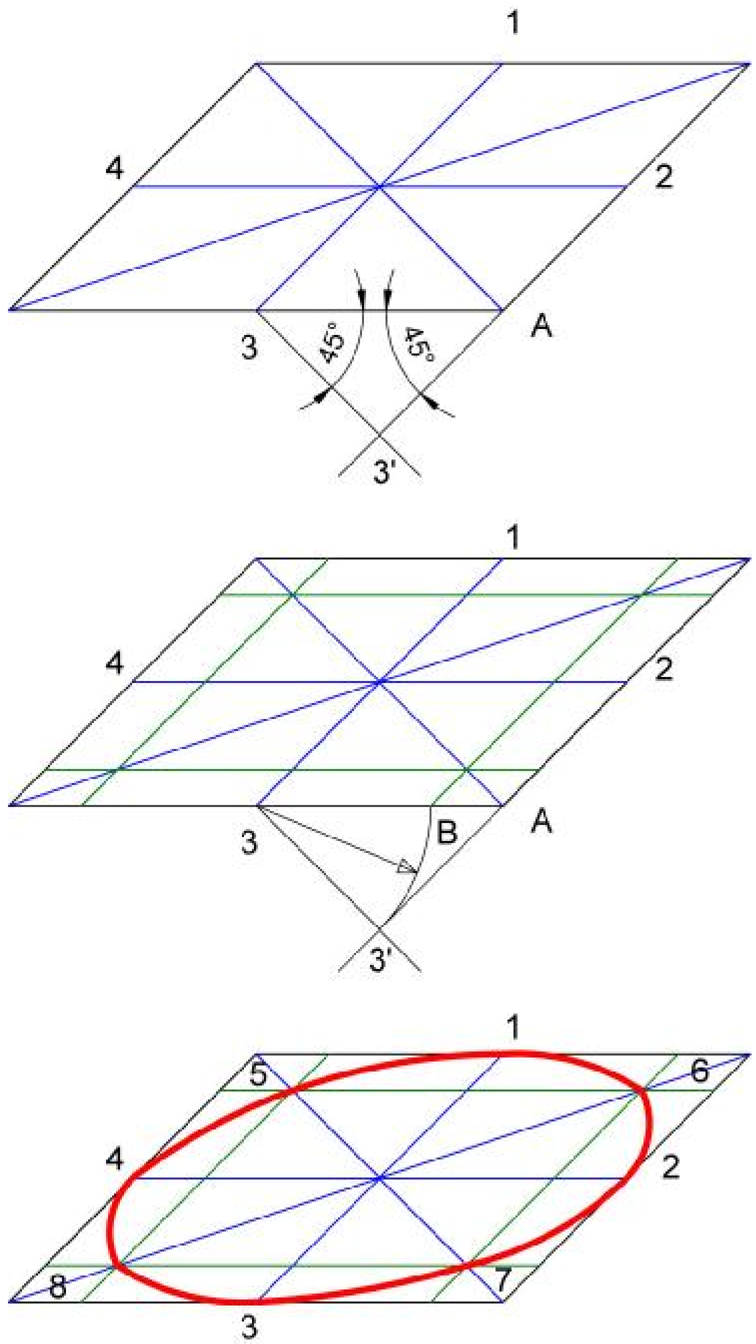


Figura 51

3. **Construcción de circunferencias por trazado de tangentes**

Se parte del cuadrado en el que está inscripta la circunferencia y se hallan sus diagonales y medianas. Se divide en partes iguales cada uno de los medio lados tangentes a cada cuarto de la circunferencia. Finalmente se trazan las restantes tangentes **11', 22', 33'**, etc.
Se dibuja la elipse con una plantilla de curvas.

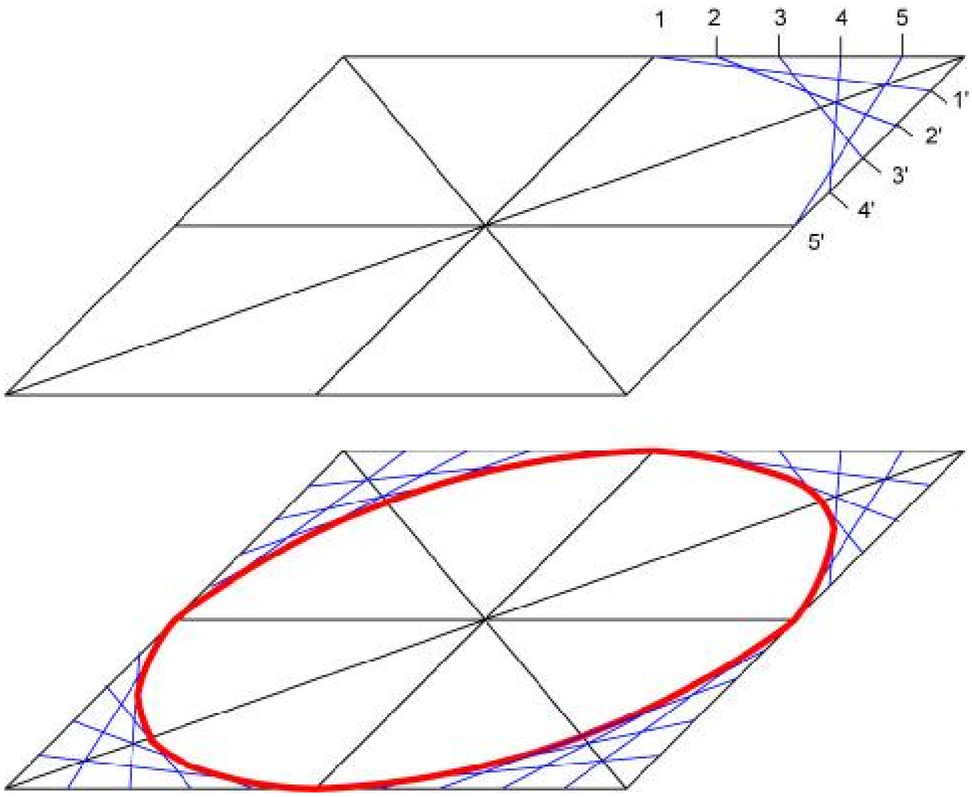


Figura 52

BIBLIOGRAFÍA

- **Tisminetzky, Benjamín.** *Apuntes de Geometría Descriptiva.* UTN – FRBA
- **Di Lorenzo, Eduardo.** *Geometría Descriptiva. Sistemas de Representación.* Tomo 1 Centro de Estudiantes de Ingeniería "La línea recta". 1972
- **Di Pietro, Donato.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Alsina. 1985
- **Izquierdo Asensi, F.** *Geometría Descriptiva.* Ed. Dossat. Madrid. 1985