

Introducción al Diseño de Experimentos

Introducción

Los modelos de *diseño de experimentos* son modelos estadísticos clásicos cuyo objetivo es averiguar si unos determinados factores influyen en una variable de interés y, si existe influencia de algún factor, cuantificar dicha influencia.

Unos ejemplos donde habría que utilizar estos modelos son los siguientes:

- En el rendimiento de un determinado tipo de máquina (unidades producidas por día): se desea estudiar la influencia del trabajador que la maneja y la marca de la máquina.
- Se quiere estudiar la influencia de un tipo de pila eléctrica y de la marca, en la duración de las pilas.
- Una compañía telefónica está interesada en conocer la influencia de varios factores en la variable *duración de una llamada telefónica*. Los factores que se consideran son los siguientes: hora a la que se produce la llamada; día de la semana en que se realiza la llamada; zona de la ciudad desde la que se hace la llamada; sexo del que realiza la llamada; tipo de teléfono (público o privado) desde el que se realiza la llamada.
- Una compañía de software está interesada en estudiar la variable *porcentaje en que se comprime un fichero, al utilizar un programa de compresión* teniendo en cuenta el tipo de programa utilizado y el tipo de fichero que se comprime.
- Se quiere estudiar el rendimiento de los alumnos en una asignatura y, para ello, se desean controlar diferentes factores: profesor que imparte la asignatura; método de enseñanza; sexo del alumno.

La metodología del diseño de experimentos se basa en la experimentación. Es sabido que si se repite un experimento, en condiciones indistinguibles, los resultados presentan una cierta variabilidad. Si la experimentación se realiza en un laboratorio donde la mayoría de las causas de variabilidad están muy controladas, el error experimental será pequeño y habrá poca variación en los resultados del experimento. Pero si se experimenta en procesos industriales o administrativos la variabilidad será mayor en la mayoría de los casos.

El objetivo del diseño de experimentos es estudiar si cuando se utiliza un determinado tratamiento se produce una mejora en el proceso o no. Para ello se debe experimentar aplicando el tratamiento y no aplicándolo. Si la variabilidad experimental es grande, sólo se detectará la influencia del uso del tratamiento cuando éste produzca grandes cambios en relación con el error de observación.

La metodología del diseño de experimentos estudia cómo variar las condiciones habituales de realización de un proceso empírico para aumentar la probabilidad de detectar cambios significativos en la respuesta; de esta forma se obtiene un mayor conocimiento del comportamiento del proceso de interés.

Para que la metodología de diseño de experimentos sea eficaz es fundamental que el experimento esté bien diseñado.

Un experimento se realiza por alguno de los siguientes motivos:

- Determinar las principales causas de variación en la respuesta.
- Encontrar las condiciones experimentales con las que se consigue un valor extremo en la variable de interés o respuesta.
- Comparar las respuestas en diferentes niveles de observación de variables *controladas*.
- Obtener un modelo estadístico-matemático que permita hacer predicciones de respuestas futuras.

La utilización de los modelos de diseño de experimentos se basa en la experimentación y en el análisis de los resultados que se obtienen en un experimento bien planificado. En muy pocas ocasiones es posible utilizar estos métodos a partir de datos disponibles o datos históricos, aunque también se puede aprender de los estudios realizados a partir de datos recogidos por observación, de forma aleatoria y no planificada. En el análisis estadístico de datos históricos se pueden cometer diferentes errores, los más comunes son los siguientes:

1. **Inconsistencia de los datos:** Los procesos cambian con el tiempo, se producen cambios en el personal (cambios de personas, mejoras del personal por procesos de aprendizaje, motivación, ...), cambios en las máquinas (reposiciones, reparaciones, envejecimiento, ...). Estos cambios tienen influencia en los datos recogidos, lo que hace que los datos históricos sean poco fiables, sobre todo si se han recogido en un amplio espacio de tiempo.
2. **Variables con fuerte correlación:** Puede ocurrir que en el proceso existan dos o más variables altamente correlacionadas que pueden llevar a situaciones confusas. Por ejemplo, en el proceso hay dos variables X_1 y X_2 fuertemente correlacionadas que influyen en la respuesta, pero si en los datos que se tiene aumenta al mismo tiempo el valor de las dos variables no es posible distinguir si la influencia es debida a una u otra o a ambas variables (confusión de los efectos). Otra situación problemática se presenta si solo se dispone de datos de una variable (por ejemplo de X_1 y no de X_2), lo que puede llevar a pensar que la variable influyente es la X_1 cuando, en realidad, la variable influyente es la X_2 (variable oculta).
3. **El rango de las variables controladas es limitado:** Si el rango de una de las variables importantes e influyentes en el proceso es pequeño, no se puede saber su influencia fuera de ese rango y puede quedar oculta su relación con la variable de interés o los cambios que se producen en la relación fuera del rango observado. Esto suele ocurrir cuando se utilizan los datos recogidos al trabajar el proceso en condiciones normales y no se experimenta (cambiando las condiciones de funcionamiento) para observar el comportamiento del proceso en situaciones nuevas.

Tipos de variabilidad

Uno de los principales objetivos de los modelos estadísticos y, en particular, de los modelos de diseño de experimentos, es controlar la variabilidad de un proceso aleatorio que puede tener diferente origen. De hecho, los resultados de cualquier experimento están sometidos a tres tipos de variabilidad cuyas características son las siguientes:

- **Variabilidad sistemática y planificada:** Esta variabilidad viene originada por la posible dispersión de los resultados debida a diferencias sistemáticas entre las distintas condiciones experimentales impuestas en el diseño por expreso deseo del experimentador. Es el tipo de variabilidad que se intenta identificar con el diseño estadístico.

Cuando este tipo de variabilidad está presente y tiene un tamaño importante, se espera que las respuestas tiendan a agruparse formando grupos (clusters).

Es deseable que exista esta variabilidad y que sea identificada y cuantificada por el modelo.

- **Variabilidad típica de la naturaleza del problema y del experimento:** Es la variabilidad debida al ruido aleatorio. Este término incluye, entre otros, a la componente de variabilidad no planificada denominada error de medida. Es una variabilidad impredecible e inevitable.

Esta variabilidad es la causante de que si en un laboratorio se toman medidas repetidas de un mismo objeto ocurra que, en muchos casos, la segunda medida no sea igual a la primera y, más aún, no se puede predecir sin error el valor de la tercera. Sin embargo, bajo el aparente caos, existe un patrón regular de comportamiento en esas medidas: todas ellas tenderán a fluctuar en torno a un valor central y siguiendo un modelo de probabilidad que será importante estimar.

Esta variabilidad es inevitable pero, si el experimento ha sido bien planificado, es posible estimar (medir) su valor, lo que es de gran importancia para obtener conclusiones y poder hacer predicciones. Es una variabilidad que va a estar siempre presente pero que es tolerable.

- **Variabilidad sistemática y no planificada:** Esta variabilidad produce una variación sistemática en los resultados y es debida a causas desconocidas y no planificadas. En otras palabras, los resultados están siendo sesgados sistemáticamente por causas desconocidas. La presencia de esta variabilidad supone la principal causa de conclusiones erróneas y estudios incorrectos al ajustar un modelo estadístico.

Como se estudiará posteriormente, existen dos estrategias básicas para tratar de evitar la presencia de este tipo de variabilidad: la aleatorización y la técnica de bloques. Este tipo de variabilidad debe de intentar evitarse y su presencia lleva a conclusiones erróneas.

Planificación de un experimento

La experimentación forma parte natural de la mayoría de las investigaciones científicas e industriales, en muchas de las cuales, los resultados del proceso de interés se ven afectados por la presencia de distintos factores, cuya influencia puede estar oculta por la variabilidad

de los resultados muestrales. Es fundamental conocer los factores que influyen realmente y estimar esta influencia. Para conseguir esto es necesario experimentar, variar las condiciones que afectan a las unidades experimentales y observar la variable respuesta. Del análisis y estudio de la información recogida se obtienen las conclusiones.

La forma tradicional que se utilizaba en la experimentación, para el estudio de estos problemas, se basaba en estudiar los factores uno a uno, esto es, variar los niveles de un factor permaneciendo fijos los demás. Esta metodología presenta grandes inconvenientes:

- Es necesario un gran número de pruebas.
- Las conclusiones obtenidas en el estudio de cada factor tiene un campo de validez muy restringido.
- No es posible estudiar la existencia de interacción entre los factores.
- Es inviable, en muchos casos, por problemas de tiempo o costo.

Las técnicas de diseño de experimentos se basan en estudiar simultáneamente los efectos de todos los factores de interés, son más eficaces y proporcionan mejores resultados con un menor coste.

A continuación se enumeran las etapas que deben seguirse para una correcta planificación de un diseño experimental, etapas que deben ser ejecutadas de forma secuencial. También se introducen algunos conceptos básicos en el estudio de los modelos de diseño de experimentos.

Las etapas a seguir en el desarrollo de un problema de diseño de experimentos son las siguientes:

- Definir los objetivos del experimento. Identificar todas las posibles fuentes de variación, incluyendo:
 - (i) factores tratamiento y sus niveles,
 - (ii) unidades experimentales,
 - (iii) factores nuisance (molestos): factores bloque, factores ruido y covariables.
- Elegir una regla de asignación de las unidades experimentales a las condiciones de estudio (tratamientos).

- Especificar las medidas con que se trabajará (la respuesta), el procedimiento experimental y anticiparse a las posibles dificultades.
- Ejecutar un experimento piloto.
- Especificar el modelo.
- Esquemmatizar los pasos del análisis.
- Determinar el tamaño muestral.
- Revisar las decisiones anteriores. Modificarlas si se considera necesario.

Los pasos del listado anterior no son independientes y en un determinado momento puede ser necesario volver atrás y modificar decisiones tomadas en algún paso previo.

A continuación se hace una breve descripción de las decisiones que hay que tomar en cada uno de los pasos enumerados. Sólo después de haber tomado estas decisiones se procederá a realizar el experimento.

1. Definir los objetivos del experimento: Se debe hacer una lista completa de las preguntas concretas a las que debe dar respuesta el experimento. Es importante indicar solamente cuestiones fundamentales ya que tratar de abordar problemas colaterales pueden complicar innecesariamente el experimento.

Una vez elaborada la lista de objetivos, puede ser útil esquematizar el tipo de conclusiones que se espera obtener en el posterior análisis de datos.

Normalmente la lista de objetivos es refinada a medida que se van ejecutando las etapas del diseño de experimentos.

2. Identificar todas las posibles fuentes de variación: Una fuente de variación es cualquier cosa que pueda generar variabilidad en la respuesta. Es recomendable hacer una lista de todas las posibles fuentes de variación del problema, distinguiendo aquellas que, a priori, generarán una mayor variabilidad. Se distinguen dos tipos:

- Factores tratamiento: son aquellas fuentes cuyo efecto sobre la respuesta es de particular interés para el experimentador.
- Factores nuisance: son aquellas fuentes que no son de interés directo pero que se contemplan en el diseño para reducir la variabilidad no planificada.

A continuación se precisan más estos importantes conceptos.

(i) Factores y sus niveles.

Se denomina factor tratamiento a cualquier variable de interés para el experimentador cuyo posible efecto sobre la respuesta se quiere estudiar. Los niveles de un factor tratamiento son los tipos o grados específicos del factor que se tendrán en cuenta en la realización del experimento. Los factores tratamiento pueden ser cualitativos o cuantitativos. Ejemplos de factores cualitativos y sus niveles respectivos son los siguientes:

- proveedor (diferentes proveedores de una materia prima),
- tipo de máquina (diferentes tipos o marcas de máquinas),
- trabajador (los trabajadores encargados de hacer una tarea),
- tipo de procesador (los procesadores de los que se quiere comparar su velocidad de ejecución),
- un aditivo químico (diferentes tipos de aditivos químicos),
- el sexo (hombre y mujer),
- un método de enseñanza (un número determinado de métodos de enseñanza cuyos resultados se quieren comparar).

Ejemplos de factores cuantitativos son los siguientes:

- tamaño de memoria (diferentes tamaños de memoria de ordenadores),
- droga (distintas cantidades de la droga),
- la temperatura (conjuntos de temperaturas seleccionadas en unos rangos de interés).

Debe tenerse en cuenta que en el tratamiento matemático de los modelos de diseño de experimento los factores cuantitativos son tratados como cualitativos y sus niveles son elegidos equiespaciados o se codifican. Por lo general, un factor no suele tener más de cuatro niveles.

Cuando en un experimento se trabaja con más de un factor, se denomina:

Tratamiento, a cada una de las combinaciones de niveles de los distintos factores.

Observación, es una medida en las condiciones determinadas por uno de los tratamientos.

Experimento factorial, es el diseño de experimentos en que existen observaciones de todos los posibles tratamientos.

(ii) Unidades experimentales.

Son el material donde evaluar la variable respuesta y al que se le aplican los distintos niveles de los factores tratamiento.

Ejemplos de unidades experimentales son:

- en informática, ordenadores, páginas web, buscadores de internet,
- en agricultura, parcelas de tierra,
- en medicina, individuos humanos u animales,
- en industria, lotes de material, trabajadores, máquinas.

Cuando un experimento se ejecuta sobre un período de tiempo de modo que las observaciones se recogen secuencialmente en instantes de tiempo determinados, entonces los propios instantes de tiempo pueden considerarse unidades experimentales.

Es muy importante que las unidades experimentales sean representativas de la población sobre la que se han fijado los objetivos del estudio. Por ejemplo, si se utilizan los estudiantes universitarios de un país como unidades experimentales, las conclusiones del experimento no son extrapolables a toda la población adulta del país.

(iii) Factores nuisance: bloques, factores ruido y covariables.

En cualquier experimento, además de los factores tratamiento cuyo efecto sobre la respuesta se quiere evaluar, también influyen otros factores, de escaso interés en el estudio, pero cuya influencia sobre la respuesta puede aumentar significativamente la variabilidad no planificada. Con el fin de controlar esta influencia pueden incluirse en el diseño nuevos factores que, atendiendo a su naturaleza, pueden ser de diversos tipos.

Factor bloque: En algunos casos el factor nuisance puede ser fijado en distintos niveles, de modo que es posible controlar su efecto a esos niveles. Entonces la forma de actuar es mantener constante el nivel del factor para un grupo de unidades experimentales, se cambia a otro nivel para otro grupo y así sucesivamente. Estos factores se denominan factores de bloqueo (factores bloque) y las unidades experimentales evaluadas en un mismo nivel del bloqueo se dice que pertenecen al mismo bloque. Incluso cuando el factor

nuisance no es medible, a veces es posible agrupar las unidades experimentales en bloques de unidades similares: parcelas de tierra contiguas o períodos de tiempo próximos probablemente conduzcan a unidades experimentales más parecidas que parcelas o períodos distantes.

Desde un punto de vista matemático el tratamiento que se hace de los factores-bloque es el mismo que el de los factores tratamiento en los que no hay interacción, pero su concepto dentro del modelo de diseño de experimentos es diferente. Un factor tratamiento es un factor en el que se está interesado en conocer su influencia en la variable respuesta y un factor bloque es un factor en el que no se está interesado en conocer su influencia pero se incorpora al diseño del experimento para disminuir la variabilidad residual del modelo.

Covariable: Si el factor nuisance es una propiedad cuantitativa de las unidades experimentales que puede ser medida antes de realizar el experimento (el tamaño de un fichero informático, la presión sanguínea de un paciente en un experimento médico o la acidez de una parcela de tierra en un experimento agrícola). El factor se denomina covariable y juega un papel importante en el análisis estadístico.

Ruido: Si el experimentador está interesado en la variabilidad de la respuesta cuando se modifican las condiciones experimentales, entonces los factores nuisance son incluidos deliberadamente en el experimento y no se aísla su efecto por medio de bloques. Se habla entonces de factores ruido.

En resumen, las posibles fuentes de variación de un experimento son:

Fuente	Tipo
Debida a las condiciones de interés (Factores tratamiento)	Planificada y sistemática
Debida al resto de condiciones controladas (Factores “nuisance”)	Planificada y sistemática
Debida a condiciones no controladas. (error de medida, material experimental, ...)	No planificada, pero ¿sistemática?

- Elegir una regla de asignación de las unidades experimentales a las condiciones de estudio (*tratamientos*).

La regla de asignación o diseño experimental especifica que unidades experimentales se observarán bajo cada tratamiento. Hay diferentes posibilidades:

- diseño factorial o no,

- anidamiento,
- asignación al azar en determinados niveles de observación,
- el orden de asignación, etc.

En la práctica, existen una serie de diseños estándar que se utilizan en la mayoría de los casos.

4. Especificar las medidas que se realizarán (*la respuesta*), el procedimiento experimental y anticiparse a las posibles dificultades.

Variable respuesta o variable de interés. Los datos que se recogen en un experimento son medidas de una variable denominada variable respuesta o variable de interés.

Es importante precisar de antemano cuál es la variable respuesta y en qué unidades se mide. Naturalmente, la respuesta está condicionada por los objetivos del experimento. Por ejemplo, si se desea detectar una diferencia de 0,05 gramos en la respuesta de dos tratamientos no es apropiado tomar medidas con una precisión próxima al gramo.

A menudo aparecen dificultades imprevistas en la toma de datos. Es conveniente anticiparse a estos imprevistos pensando detenidamente en los problemas que se pueden presentar o ejecutando un pequeño experimento piloto (etapa 5). Enumerar estos problemas permite en ocasiones descubrir nuevas fuentes de variación o simplificar el procedimiento experimental antes de comenzar.

También se debe especificar con claridad la forma en que se realizarán las mediciones: instrumentos de medida, tiempo en el que se harán las mediciones, etc.

5. Ejecutar un experimento piloto.

Un experimento piloto es un experimento que utiliza un número pequeño de observaciones. El objetivo de su ejecución es ayudar a completar y chequear la lista de acciones a realizar. Las ventajas que proporciona la realización de un pequeño experimento piloto son las siguientes:

- permite practicar la técnica experimental elegida e identificar problemas no esperados en el proceso de recogida de datos,
- si el experimento piloto tiene un tamaño suficientemente grande puede ayudar a seleccionar un modelo adecuado al experimento principal,

- los errores experimentales observados en el experimento piloto pueden ayudar a calcular el número de observaciones que se precisan en el experimento principal.

6. Especificar el modelo.

El modelo matemático especificado debe indicar la relación que se supone que existe entre la variable respuesta y las principales fuentes de variación identificadas en el paso 2. Es fundamental que el modelo elegido se ajuste a la realidad con la mayor precisión posible.

El modelo más habitual es el modelo lineal:

$$Y = \sum_{i=1}^k \alpha_i + \varepsilon$$

En este modelo la respuesta viene dada por una combinación lineal de términos que representan las principales fuentes de variación planificada más un término residual debido a las fuentes de variación no planificada. Los modelos que se estudian en este texto se ajustan a esta forma general. El experimento piloto puede ayudar a comprobar si el modelo se ajusta razonablemente bien a la realidad.

Los modelos de diseño de experimentos, según sean los factores incluidos en el mismo, se pueden clasificar en: modelo de efectos fijos, modelo de efectos aleatorios y modelos mixtos. A continuación se precisan estas definiciones.

Factor de efectos fijos es un factor en el que los niveles han sido seleccionados por el experimentador. Es apropiado cuando el interés se centra en comparar el efecto sobre la respuesta de esos niveles específicos. Ejemplo: un empresario está interesado en comparar el rendimiento de tres máquinas del mismo tipo que tiene en su empresa.

Factor de efectos aleatorios es un factor del que sólo se incluyen en el experimento una muestra aleatoria simple de todos los posibles niveles del mismo. Evidentemente se utilizan estos factores cuando tienen un número muy grande de niveles y no es razonable o posible trabajar con todos ellos. En este caso se está interesado en examinar la variabilidad de la respuesta debida a la población entera de niveles del factor. *Ejemplo:* una cadena de hipermercados que tiene en plantilla 300 trabajadores de caja está interesada en estudiar la influencia del factor trabajador en la variable *tiempo en el cobro a un cliente*.

Modelo de efectos fijos es un modelo en el que todos los factores son factores de efectos fijos.

Modelo de efectos aleatorios es un modelo en el que todos los factores son factores de efectos aleatorios.

Modelo mixto es un modelo en el que hay factores de efectos fijos y factores de efectos aleatorios.

7. Esquematizar los pasos del análisis estadístico. El análisis estadístico a realizar depende de:

- los objetivos indicados en el paso 1,
- el diseño seleccionado en el paso 3,
- el modelo asociado que se especificó en el paso 5.

Se deben esquematizar los pasos del análisis a realizar que deben incluir:

- estimaciones que hay que calcular,
- contrastes a realizar,
- intervalos de confianza que se calcularán,
- diagnosis y crítica del grado de ajuste del modelo a la realidad.

8. Determinar el tamaño muestral.

Calcular el número de observaciones que se deben tomar para alcanzar los objetivos del experimento.

Existen, dependiendo del modelo, algunas fórmulas para determinar este tamaño. Todas ellas sin embargo requieren el conocimiento del tamaño de la variabilidad no planificada (no sistemática y sistemática, si es el caso) y estimarlo a priori no es fácil, siendo aconsejable sobreestimarla. Normalmente se estima a partir del experimento piloto y en base a experiencias previas en trabajos con diseños experimentales semejantes.

9. Revisar las decisiones anteriores. Modificar si es necesario.

De todas las etapas enumeradas, el proceso de recogida de datos suele ser la tarea que mayor tiempo consume, pero es importante realizar una planificación previa, detallando los pasos anteriores, lo que garantizará que los datos sean utilizados de la forma más eficiente posible.

Es fundamental tener en cuenta que:

- a) Ningún método de análisis estadístico, por sofisticado que sea, permite extraer conclusiones correctas en un diseño de experimentos mal planificado. Recíprocamente, debe quedar claro que el análisis estadístico es una etapa más que está completamente integrado en el proceso de planificación.
- b) El análisis estadístico no es un segundo paso independiente de la tarea de planificación. Es necesario comprender la totalidad de objetivos propuestos antes de comenzar con el análisis. Si no se hace así, tratar que el experimento responda a otras cuestiones a posteriori puede ser (lo será casi siempre) imposible. Pero no sólo los objetivos están presentes al inicio del análisis sino también la técnica experimental empleada.
- c) No invertir nunca todo el presupuesto en un primer conjunto de experimentos y utilizar en su diseño toda la información previa disponible.
- d) Toda persona implicada en la ejecución del experimento y en la recolección de los datos debe ser informada con precisión de la estrategia experimental diseñada

Resumen de los principales conceptos

En esta sección se hace un resumen de la terminología común utilizada en la teoría de los modelos de diseño de experimentos:

- **Unidad experimental:** son los objetos, individuos, intervalos de espacio o tiempo sobre los que se experimenta.
- **Variable de interés o respuesta:** es la variable que se desea estudiar y controlar su variabilidad.
- **Factor:** son las variables independientes que pueden influir en la variabilidad de la variable de interés.
- **Factor tratamiento:** es un factor del que interesa conocer su influencia en la respuesta.
- **Factor bloque:** es un factor en el que no se está interesado en conocer su influencia en la respuesta pero se supone que ésta existe y se quiere controlar para disminuir la variabilidad residual.

- **Niveles:** cada uno de los resultados de un factor. Según sean elegidos por el experimentador o elegidos al azar de una amplia población se denominan factores de efectos fijos o factores de efectos aleatorios.
- **Tratamiento:** es una combinación específica de los niveles de los factores en estudio. Son, por tanto, las condiciones experimentales que se desean comparar en el experimento. En un diseño con un único factor son los distintos niveles del factor y en un diseño con varios factores son las distintas combinaciones de niveles de los factores.
- **Observación experimental:** es cada medición de la variable respuesta.
- **Tamaño del Experimento:** es el número total de observaciones recogidas en el diseño.
- **Interacción de factores:** existe interacción entre dos factores F_I y F_J si el efecto de algún nivel de F_I cambia al cambiar de nivel en F_J . Esta definición puede hacerse de forma simétrica y se puede generalizar a interacciones de orden tres o superior.
- **Ortogonalidad de factores:** dos factores F_I y F_J con I y J niveles, respectivamente, son ortogonales si en cada nivel i de F_I el número de observaciones de los J niveles de F_J están en las mismas proporciones. Esta propiedad permite separar los efectos simples de los factores en estudio.
- **Diseño equilibrado o balanceado:** es el diseño en el que todos los tratamientos son asignados a un número igual de unidades experimentales.

Principios básicos en el diseño de experimentos

Al planificar un experimento hay tres tres principios básicos que se deben tener siempre en cuenta:

- El principio de aleatorización.
- El bloqueo.
- La factorización del diseño.

Los dos primeros (aleatorizar y bloquear) son estrategias eficientes para asignar los tratamientos a las unidades experimentales sin preocuparse de qué tratamientos considerar. Por el contrario, la factorización del diseño define una estrategia eficiente para elegir los tratamientos sin considerar en absoluto como asignarlos después a las unidades experimentales.

Aleatorizar: “Aleatorizar todos los factores no controlados por el experimentador en el diseño experimental y que pueden influir en los resultados serán asignados al azar a las unidades experimentales”.

Ventajas de aleatorizar los factores no controlados:

- Transforma la variabilidad sistemática no planificada en variabilidad no planificada o ruido aleatorio. Dicho de otra forma, aleatorizar previene contra la introducción de sesgos en el experimento.
- Evita la dependencia entre observaciones al aleatorizar los instantes de recogida muestral.
- Valida muchos de los procedimientos estadísticos más comunes.

Bloquear: “Se deben dividir o particionar las unidades experimentales en grupos llamados bloques de modo que las observaciones realizadas en cada bloque se realicen bajo condiciones experimentales lo más parecidas posibles”.

A diferencia de lo que ocurre con los factores tratamiento, el experimentador no está interesado en investigar las posibles diferencias de la respuesta entre los niveles de los factores bloque.

Bloquear es una buena estrategia siempre y cuando sea posible dividir las unidades experimentales en grupos de unidades similares.

La ventaja de bloquear un factor que se supone que tienen una clara influencia en la respuesta pero en el que no se está interesado, es la siguiente: Convierte la variabilidad sistemática no planificada en variabilidad sistemática planificada.

Con el siguiente ejemplo se trata de indicar la diferencia entre las estrategias de aleatorizar y de bloquear en un experimento.

Ejemplo.

Se desea investigar las posibles diferencias en la producción de dos máquinas, cada una de las cuales debe ser manejada por un operario.

En el planteamiento de este problema la variable respuesta es la *producción diaria de una máquina*, el factor tratamiento en el que se está interesado es el *tipo de máquina* que tiene dos

niveles y un factor nuisance es el *operario que maneja la máquina*. En el diseño del experimento para realizar el estudio se pueden utilizar dos estrategias para controlar el factor *operario que maneja la máquina*.

Aleatorizar: se seleccionan al azar dos grupos de operarios y se asigna al azar cada grupo de operarios a cada una de las dos máquinas. Finalmente se evalúa la producción de las mismas.

Bloquear: se introduce el factor bloque *operario*. Se elige un único grupo de operarios y todos ellos utilizan las dos máquinas.

Hay que tener en cuenta en qué circunstancias se utilizan estas dos estrategias, y cuál estrategia es mejor.

La factorización del diseño.

“Un diseño factorial es una estrategia experimental que consiste en cruzar los niveles de todos los factores tratamiento en todas las combinaciones posibles”.

Ventajas de utilizar los diseños factoriales:

- Permiten detectar la existencia de efectos interacción entre los diferentes factores tratamiento.
- Es una estrategia más eficiente que la estrategia clásica de examinar la influencia de un factor manteniendo constantes el resto de los factores.

Algunos diseños experimentales clásicos

Un diseño experimental es una regla que determina la asignación de las unidades experimentales a los tratamientos. Aunque los experimentos difieren unos de otros en muchos aspectos, existen diseños estándar que se utilizan con mucha frecuencia. Algunos de los más utilizados son los siguientes:

Diseño completamente aleatorizado

El experimentador asigna las unidades experimentales a los tratamientos al azar. La única restricción es el número de observaciones que se toman en cada tratamiento. De hecho, si n_i es el número de observaciones en el i -ésimo tratamiento, $i = 1, \dots, I$, entonces, los valores n_1, n_2, \dots, n_I determinan por completo las propiedades estadísticas del diseño. Naturalmente, este tipo de diseño se utiliza en experimentos que no incluyen factores bloque.

El modelo matemático de este diseño tiene la forma:

$$\text{Respuesta} = \text{Constante} + \text{Efecto Tratamiento} + \text{Error}$$

Diseño en bloques o con un factor bloque

En este diseño el experimentador agrupa las unidades experimentales en bloques, a continuación determina la distribución de los tratamientos en cada bloque y, por último, asigna al azar las unidades experimentales a los tratamientos dentro de cada bloque.

En el análisis estadístico de un diseño en bloques, éstos se tratan como los niveles de un único factor de bloqueo, aunque en realidad puedan venir definidos por la combinación de niveles de más de un factor nuisance.

El modelo matemático de este diseño es:

$$\text{Respuesta} = \text{Constante} + \text{Efecto Bloque} + \text{Efecto Tratamiento} + \text{Error}$$

El diseño en bloques más simple es el denominado *diseño en bloques completos*, en el que cada tratamiento se observa el mismo número de veces en cada bloque.

El diseño en bloques completos con una única observación por cada tratamiento se denomina *diseño en bloques completamente aleatorizado* o, simplemente, *diseño en bloques aleatorizado*.

Cuando el tamaño del bloque es inferior al número de tratamientos no es posible observar la totalidad de tratamientos en cada bloque y se habla entonces de *diseño en bloques incompletos*.

Diseños con dos o más factores bloque

En ocasiones hay dos (o más) fuentes de variación lo suficientemente importantes como para ser designadas factores de bloqueo. En tal caso, ambos factores bloque pueden ser *cruzados* o *anidados*.

Los factores bloque están *cruzados* cuando existen unidades experimentales en todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores bloques.

Diseño con factores bloque cruzados. También denominado *diseño fila-columna*, se caracteriza porque existen unidades experimentales en todas las *celdas* (intersecciones de fila y columna).

El modelo matemático de este diseño es:

$$\text{Respuesta} = \text{Constante} + \text{Efecto Bloque Fila} + \text{Efecto Bloque Columna} + \text{Efecto Tratamiento} + \text{Error}$$

Los factores bloque están *anidados* si cada nivel particular de uno de los factores bloque ocurre en un único nivel del otro factor bloque.

Diseño con factores bloque anidados o jerarquizados: Dos factores bloque se dicen anidados cuando observaciones pertenecientes a dos niveles distintos de un factor bloque están automáticamente en dos niveles distintos del segundo factor bloque.

En la siguiente tabla puede observarse la diferencia entre ambos tipos de bloqueo.

Bloques Cruzados				Bloques Anidados				
		Bloque 1			Bloque 1			
		1	2	3		1	2	3
	Bloque 2	1	*	*	*	1	*	
		2	*	*	*	2	*	
		3	*	*	*	3	*	
						Bloque 2	4	*
							5	*
							6	*
							7	*
							8	*
							9	*

Plan esquemático de experimentos con dos factores bloque

Diseños con dos o más factores

En algunas ocasiones se está interesado en estudiar la influencia de dos (o más) factores tratamiento, para ello se hace un diseño de filas por columnas. En este modelo es importante estudiar la posible interacción entre los dos factores. Si en cada casilla se tiene una única observación no es posible estudiar la interacción entre los dos factores, para hacerlo hay que replicar el modelo, esto es, obtener k observaciones en cada casilla, donde k es el número de réplicas.

El modelo matemático de este diseño es:

$$\begin{aligned}
 \text{Respuesta} = & \text{Constante} + \text{Efecto Factor Fila} + \text{Efecto Factor Columna} + \text{Efecto Interacción} \\
 & + \text{Error}
 \end{aligned}$$

Generalizar los diseños completos a más de dos factores es relativamente sencillo desde un punto de vista matemático, pero en su aspecto práctico tiene el inconveniente de que al aumentar el número de factores aumenta muy rápidamente el número de observaciones necesario para estimar el modelo. En la práctica es muy raro utilizar diseños completos con más de factores.

Un camino alternativo es utilizar *fracciones factoriales* que son diseños en los que se supone que muchas de las interacciones son nulas, esto permite estudiar el efecto de un número elevado de factores con un número relativamente pequeño de pruebas. Por ejemplo, el diseño en *cuadrado latino*, en el que se supone que todas las interacciones son nulas, permite estudiar tres factores de k niveles con solo k^2 observaciones. Si se utilizase el diseño equilibrado completo se necesitan k^3 observaciones.

Diseños factoriales a dos niveles

En el estudio sobre la mejora de procesos industriales (control de calidad) es usual trabajar en problemas en los que hay muchos factores que pueden influir en la variable de interés. La utilización de experimentos completos en estos problemas tiene el gran inconveniente de necesitar un número elevado de observaciones, además puede ser una estrategia ineficaz porque, por lo general, muchos de los factores en estudio no son influyentes y mucha información recogida no es relevante. En este caso una estrategia mejor es utilizar una técnica secuencial donde se comienza por trabajar con unos pocos factores y según los resultados que se obtienen se eligen los factores a estudiar en la segunda etapa.

Los *diseños factoriales* 2^k son diseños en los que se trabaja con k factores, todos ellos con dos niveles (se suelen denotar + y -). Estos diseños son adecuados para tratar el tipo de problemas descritos porque permiten trabajar con un número elevado de factores y son válidos para estrategias secuenciales.

Si k es grande, el número de observaciones que necesita un diseño factorial 2^k es muy grande ($n = 2^k$). Por este motivo, las *fracciones factoriales* 2^{k-p} son muy utilizadas, éstas son diseños con k factores a dos niveles, que mantienen la propiedad de ortogonalidad de los factores y donde se suponen nulas las interacciones de orden alto (se confunden con los efectos simples) por lo que para su estudio solo se necesitan 2^{k-p} observaciones (cuanto mayor sea p menor número de observaciones se necesita pero mayor confusión de efectos se supone).

En los últimos años Taguchi ha propuesto la utilización de fracciones factoriales con factores a tres niveles en problemas de control de calidad industrial.