



**COLEGIO DE
BACHILLERES
DEL ESTADO DE
BAJA CALIFORNIA**
MR.

MATEMÁTICAS III

TERCER SEMESTRE

Componente de Formación Básica

DATOS DEL ALUMNO

Nombre: _____

Plantel: _____

Grupo: _____ Turno: _____ Teléfono: _____

Guía de Actividades del Alumno
para el Desarrollo de Competencias

COLEGIO DE BACHILLERES DEL ESTADO DE BAJA CALIFORNIA

FRANCISCO ARTURO VEGA DE LAMADRID
Gobernador del Estado de Baja California

MIGUEL ÁNGEL MENDOZA GONZÁLEZ
Secretario de Educación y Bienestar Social y Director General del ISEP del Estado de Baja California

IVÁN LÓPEZ BÁEZ
Subsecretario de Educación Media Superior, Superior, Formación Docente y Evaluación

JAVIER SANTILLÁN PÉREZ
Director General del CBBC

JORGE GUEVARA ORTEGA
Director de Planeación Académica del CBBC

MATEMÁTICAS I

Edición, agosto de 2013

Diseñado por: Lic. Norman Edilberto Rivera Pazos Ing. Javier Enrique Borja Barrón
Lic. Ma. Irma González Carrión Ing. Yohanna Lucía Rocha Meza
Arq. Juan Ramón Islas Sambrano

Actualizado por: Lic. Gastón Santos Cabrera Lic. Francisco Aurelio Salcido Berkovich
Lic. Javier Enrique Borja Barrón Arq. Juan Ramón Islas Sambrano

Edición, agosto de 2014

Actualizado por: Ing. Yohanna Lucía Rocha Meza Ing. Jesús Arturo González Hernández
Ing. Raquel Laureán Almanza

Edición, agosto de 2016

Actualizado por: Ing. Mayra Janeth Jiménez Salgado Ing. Raúl Herrera González
Ing. Gustavo Adolfo Carrillo Silva

Edición, agosto de 2018

Actualizado por: Quím. Israel Ortiz Cruz Ing. Índira Jael Hernández Garmendia
Arq. Juan Ramón Islas Sambrano Ing. Dannytza René Obeso Fajardo
Ing. Octavio Escalante Talamante Ing. Wendy Gastélum Angulo
Ing. Julia Yasmín Rodríguez Olguín Ing. Feliciano Muñoz Sánchez
Ing. Javier Delgado Carrillo Ing. Simón Muñoz Sánchez
Lic. Rubén Herrera Suárez Profa. Mariana Terríquez Munguía

En la realización del presente material, participaron:

JEFA DEL DEPARTAMENTO DE ACTIVIDADES EDUCATIVAS
Lic. Teresa López Pérez

EDICIÓN, AGOSTO DE 2018
Lic. Gerardo Enríquez Niebla
Ing. Diana Castillo Ceceña

*La presente edición es propiedad del
Colegio de Bachilleres del Estado de Baja California.
Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra.*

*Este material fue elaborado bajo la coordinación y supervisión de la
Dirección de Planeación Académica del Colegio de Bachilleres del Estado de Baja California.
Blvd. Anáhuac #936, Centro Cívico, Mexicali, B.C., México. www.cobachbc.edu.mx*

ÍNDICE

- **Presentación**
- **Competencias genéricas**
- **Competencias disciplinarias básicas de Matemáticas**
- **Enfoque de la disciplina**
- **Ubicación de la asignatura**
- **Relación de contenidos con los aprendizajes claves.**

Campo disciplinar: Matemáticas

BLOQUE I: LUGARES GEOMÉTRICOS EN EL PLANO 2
BLOQUE II: LÍNEA RECTA 24
BLOQUE III: CIRCUNFERENCIA 48
BLOQUE IV: PARÁBOLA 60
BLOQUE V: ELIPSE 72

PRESENTACIÓN

Con la puesta en marcha del Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (SEP, 2017), se realizó una reestructuración de los programas de estudio de primer semestre por lo que fue necesario realizar una **adecuación** de los materiales didácticos de apoyo para los estudiantes y docentes.

Es importante mencionar que el Nuevo Modelo Educativo (NME), no significa un cambio total de los manifiestos y preceptos educativos que caracterizaron la Reforma Integral de la Educación Media Superior (RIEMS); sino que significa: fortalecimiento, articulación, organización y concreción de aspectos educativos y pedagógicos, tal como se manifiesta en los siguientes párrafos:

“El Modelo educativo 2016 reorganiza los principales componentes del sistema educativo nacional para que los estudiantes logren los aprendizajes que el siglo XXI exige y puedan formarse integralmente... En este sentido, el planteamiento pedagógico -es decir, la organización y los procesos que tienen lugar en la escuela, la prácticas pedagógicas en el aula y el currículum- constituyen el corazón del modelo”.

“...El cambio que se plantea está orientado a fortalecer el sentido y el significado de lo que se aprende. Se propone ensanchar y hacer más sólidos el entendimiento y la comprensión de los principios fundamentales, así como de las relaciones que los contenidos generan entre sí. La memorización de hechos, conceptos o procedimientos es insuficiente y hoy ocupa demasiado espacio en la enseñanza. El desarrollo de las capacidades de pensamiento crítico, análisis, razonamiento lógico y argumentación son indispensables para un aprendizaje profundo que permita trasladarlo a diversas situaciones para resolver nuevos problemas. Los aprendizajes adquieren sentido cuando verdaderamente contribuyen al pleno desarrollo personal y de los individuos”. (SEP, 2016: 15-18).

En este sentido, las Guías de Actividades del Alumno para el Desarrollo de Competencias de las diferentes asignaturas en un primer momento serán adecuadas a los lineamientos pedagógicos antes citados y a los nuevos programas de estudio emanados del NME; la elaboración de los nuevos materiales didácticos se efectuará en los próximos semestres.

Considerando y conscientes de la dificultad para que el alumnado tenga acceso a una bibliografía adecuada, pertinente y eficaz con el entorno socioeconómico actual, el CBBC brinda la oportunidad a los estudiantes de contar con materiales didácticos para el óptimo desarrollo de los programas de estudio de las asignaturas que comprende el Plan de Estudios Vigente. Cabe subrayar que, dichos materiales son producto de la participación de docentes de la Institución, en los cuales han manifestado su experiencia, conocimientos y compromiso en pro de la formación de los jóvenes bachilleres.

Es necesario, hacer énfasis que la guía no debe ser tomada como la única herramienta de trabajo y fuente de investigación, ya que es imprescindible que los estudiantes lleven a cabo un trabajo de consulta en otras fuentes bibliográficas impresas y electrónicas, material audiovisual, páginas Web, bases de datos, entre otros recursos didácticos que apoyen su formación y aprendizaje.

COMPETENCIAS GENÉRICAS

Se autodetermina y cuida de sí.

1. Se conoce y valora a sí mismo y aborda problemas y retos teniendo en cuenta los objetivos que persigue.

CG1.1 Enfrenta las dificultades que se le presentan y es consciente de sus valores, fortalezas y debilidades.

CG1.2 Identifica sus emociones, las maneja de manera constructiva y reconoce la necesidad de solicitar apoyo ante una situación que lo rebase.

CG1.3 Elige alternativas y cursos de acción con base en criterios sustentados y en el marco de un proyecto de vida.

CG1.4 Analiza críticamente los factores que influyen en su toma de decisiones.

CG1.5 Asume las consecuencias de sus comportamientos y decisiones.

CG1.6 Administra los recursos disponibles teniendo en cuenta las restricciones para el logro de sus metas.

2. Es sensible al arte y participa en la apreciación e interpretación de sus expresiones en distintos géneros.

CG2.1 Valora el arte como manifestación de la belleza y expresión de ideas, sensaciones y emociones.

CG2.2 Experimenta el arte como un hecho histórico compartido que permite la comunicación entre individuos y culturas en el tiempo y el espacio, a la vez que desarrolla un sentido de identidad.

CG2.3 Participa en prácticas relacionadas con el arte.

3. Elige y practica estilos de vida saludables.

CG3.1 Reconoce la actividad física como un medio para su desarrollo físico, mental y social.

CG3.2 Toma decisiones a partir de la valoración de las consecuencias de distintos hábitos de consumo y conductas de riesgo.

CG3.3 Cultiva relaciones interpersonales que contribuyen a su desarrollo humano y el de quienes lo rodean.

Se expresa y comunica.

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

CG4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

CG4.2 Aplica distintas estrategias comunicativas según quienes sean sus interlocutores, el contexto en el que se encuentra y los objetivos que persigue.

CG4.3 Identifica las ideas clave en un texto o discurso oral e infiere conclusiones a partir de ellas.

CG4.4 Se comunica en una segunda lengua en situaciones cotidianas.

CG4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

Piensa crítica y reflexivamente.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

CG5.2 Ordena información de acuerdo a categorías, jerarquías y relaciones.

CG5.3 Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.

CG5.4 Construye hipótesis y diseña y aplica modelos para probar su validez.

CG5.5 Sintetiza evidencias obtenidas mediante la experimentación para producir conclusiones y formular nuevas preguntas.

CG5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

6. Sustenta una postura personal sobre temas de interés y relevancia general, considerando otros puntos de vista de manera crítica y reflexiva.

CG6.1 Elige las fuentes de información más relevantes para un propósito específico y discrimina entre ellas de acuerdo a su relevancia y confiabilidad.

CG6.2 Evalúa argumentos y opiniones e identifica prejuicios y falacias.

CG6.3 Reconoce los propios prejuicios, modifica sus puntos de vista al conocer nuevas evidencias, e integra nuevos conocimientos y perspectivas al acervo con el que cuenta.

CG6.4 Estructura ideas y argumentos de manera clara, coherente y sintética.

Aprende de forma autónoma.

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

CG7.1 Define metas y da seguimiento a sus procesos de construcción de conocimiento.

CG7.2 Identifica las actividades que le resultan de menor y mayor interés y dificultad, reconociendo y controlando sus reacciones frente a retos y obstáculos.

CG7.3 Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

Trabaja en forma colaborativa.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

CG8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

CG8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

CG8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Participa con responsabilidad en la sociedad.

9. Participa con una conciencia cívica y ética en la vida de su comunidad, región, México y el mundo.

CG9.1 Privilegia el diálogo como mecanismo para la solución de conflictos.

CG9.2 Toma decisiones a fin de contribuir a la equidad, bienestar y desarrollo democrático de la sociedad.

CG9.3 Conoce sus derechos y obligaciones como mexicano y miembro de distintas comunidades e instituciones, y reconoce el valor de la participación como herramienta para ejercerlos.

CG9.3 Contribuye a alcanzar un equilibrio entre el interés y bienestar individual y el interés general de la sociedad.

CG9.4 Actúa de manera propositiva frente a fenómenos de la sociedad y se mantiene informado.

CG9.5 Advierte que los fenómenos que se desarrollan en los ámbitos local, nacional e internacional ocurren dentro de un contexto global interdependiente.

10. Mantiene una actitud respetuosa hacia la interculturalidad y la diversidad de creencias, valores, ideas y prácticas sociales.

CG10.1 Reconoce que la diversidad tiene lugar en un espacio democrático de igualdad de dignidad y derechos de todas las personas, y rechaza toda forma de discriminación.

CG10.2 Dialoga y aprende de personas con distintos puntos de vista y tradiciones culturales mediante la ubicación de sus propias circunstancias en un contexto más amplio.

CG10.3 Asume que el respeto de las diferencias es el principio de integración y convivencia en los contextos local, nacional e internacional.

11. Contribuye al desarrollo sustentable de manera crítica, con acciones responsables.

CG11.1 Asume una actitud que favorece la solución de problemas ambientales en los ámbitos local, nacional e internacional.

CG11.2 Reconoce y comprende las implicaciones biológicas, económicas, políticas y sociales del daño ambiental en un contexto global interdependiente.

CG11.3 Contribuye al alcance de un equilibrio entre los intereses de corto y largo plazo con relación al ambiente.

COMPETENCIAS DISCIPLINARES BÁSICAS

MATEMÁTICAS

Las competencias disciplinares de Matemáticas buscan propiciar el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico y crítico entre los estudiantes. Un estudiante que cuente con las competencias disciplinares de matemáticas puede argumentar y estructurar mejor sus ideas y razonamientos.

Las competencias reconocen que a la solución de cada tipo de problema matemático corresponden diferentes conocimientos y habilidades, y el despliegue de diferentes valores y actitudes. Por ello, los estudiantes deben poder razonar matemáticamente, y no simplemente responder ciertos tipos de problemas mediante la repetición de procedimientos establecidos. Esto implica el que puedan hacer las aplicaciones de esta disciplina más allá del salón de clases. Las competencias propuestas a continuación buscan formar a los estudiantes en la capacidad de interpretar el entorno que los rodea matemáticamente.

CDBM 1 Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 2 Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

CDBM 3 Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.

CDBM 4 Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

CDBM 5 Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.

CDBM 6 Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.

CDBM 7 Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.

CDBM 8 Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

ENFOQUE DE LA DISCIPLINA

La disciplina de Matemáticas tiene como eje desarrollar el pensamiento lógico-matemático para interpretar situaciones reales e hipotéticas que le permitan al estudiantado, proponer alternativas de solución desde diversos enfoques, priorizando las habilidades del pensamiento tales como la búsqueda de patrones o principios que subyacen a fenómenos cotidianos, la generación de diversas alternativas para la solución de problemas, el manejo de la información, la toma de decisiones basadas en el análisis crítico de información matemática, interpretación de tablas, gráficas, diagramas, textos con símbolos matemáticos que se encuentren en su entorno permitirán, tanto la argumentación de propuestas de solución como la predicción del comportamiento de un fenómeno a partir del análisis de su variables. En consecuencia, las estrategias de enseñanza - aprendizaje y la evaluación que diseñe el personal docente para realizar su intervención educativa en las asignaturas que conforman el campo de Matemáticas deben girar en torno a problemas significativos para la vida del alumnado, es decir, no deben ser repetitivas o que se resuelvan aplicando un procedimiento o modelo matemático que no tiene significado para el estudiantado, dichas situaciones deben promover la movilización de recursos diversos para el diseño de una metodología de solución.

La asignatura Matemáticas I promueve el desarrollo del pensamiento lógico-matemático en el alumnado, mediante el uso de aritmética, álgebra, probabilidad y estadística, permitiéndole proponer alternativas de solución a problemas tomados de su vida cotidiana desde diversos enfoques tales como el determinista o el aleatorio, teniendo en cuenta que los conocimientos no son el fin de la educación, sino una herramienta para que el estudiantado desarrolle las competencias que definen el perfil de egreso de la Educación Media Superior.

UBICACIÓN DE LA ASIGNATURA

1er. semestre	2do. semestre	3er. semestre	4to. semestre	5to. semestre	6to. semestre
Matemáticas I	Matemáticas II	Matemáticas III	Matemáticas IV	Cálculo Diferencial Temas Sel. Biol. I Temas Sel. Fís. I Temas Sel. Quím. I Prob. y Estad. I Matemáticas Fin. I Administración I Economía I	Cálculo Integral Temas Sel. Biol. II Temas Sel. Fís. II Temas Sel. Quím. II Prob. y Estad. II Matemáticas Fin. II Administración II Economía II
Química I	Química II	Biología I	Biología II		
Taller de Lectura y Red. I	Taller de Lectura y Red. II	Física I	Física II		
Ética I	Ética II	Todas las asignaturas de 3er. semestre	Todas las asignaturas de 4to. semestre		
Metodología de la Investigación					
Informática I	Informática II				
Todas las asignaturas de 1er. semestre	Todas las asignaturas de 2do. semestre	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO			
TUTORÍAS					

RELACIÓN DE CONTENIDOS CON LOS APRENDIZAJES CLAVES
CAMPO DISCIPLINAR: MATEMÁTICAS

EJE	COMPONENTE	CONTENIDO CENTRAL	BLOQUE
Del pensamiento aritmético al lenguaje algebraico	Patrones, simbolización y generalización: Elementos del Álgebra básica	Uso de las variables y las expresiones algebraicas.	I II III V VI VII
		Usos de los números y sus propiedades.	
		Conceptos básicos del lenguaje algebraico.	
		De los patrones numéricos a la simbolización algebraica.	
		Sucesiones y series numéricas.	
		Variación lineal como introducción a la relación funcional.	
		Variación proporcional.	
		Tratamiento de lo lineal y lo no lineal (normalmente cuadrático).	
		El trabajo simbólico.	
		Representación y resolución de sistemas de ecuaciones lineales.	
Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico	Estructura y transformación: Elementos básicos de Geometría	Conceptos fundamentales del espacio y la forma, “lo geométrico”.	I
		El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.	
		Tratamiento de las fórmulas geométricas para áreas y volúmenes.	
		Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.	
	Trazado y angularidad: Elementos de la Trigonometría plana	Conceptos básicos de lo trigonométrico.	
		Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo.	
		Funciones trigonométricas y sus propiedades.	
		Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas	
		Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales.	
Lugares geométricos y sistemas de referencia. Del pensamiento geométrico al analítico.	Sistema de referencia y localización: Elementos de Geometría analítica	La Geometría analítica como método algebraico para la resolución de tareas geométricas.	V
		Conceptos básicos del sistema de coordenadas rectangulares, orientación y posición en el plano.	
		Reconocimiento y construcción de los lugares geométricos: recta, circunferencia, elipse, parábola e hipérbola.	
		Tratamiento visual y representaciones múltiples de los lugares geométricos: coordenadas rectangulares y paramétricas, puntos singulares, raíces y comportamiento asintótico.	

Pensamiento y lenguaje variacional	Cambio y predicción: Elementos del Cálculo	Conceptos básicos de sistemas de coordenadas, orientación y posición.	II V
		Introducción a las funciones algebraicas y elementos de las funciones trascendentes elementales.	
		Usos de la derivada en diversas situaciones contextuales.	
		Tratamiento intuitivo: numérico, visual y algebraico de los límites.	
		Tratamiento del cambio y la variación: estrategias variacionales	
		Graficación de funciones por diversos métodos.	
		Introducción a las funciones continuas y a la derivada como una función.	
		Criterios de optimización: Criterios de localización para máximos y mínimos de funciones.	
		Nociones básicas de derivación de orden uno y orden dos (primera y segunda derivada), optimización y graficación de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).	
		Cambio y acumulación: Elementos del Cálculo Integral	
Antiderivada de funciones elementales (algebraicas y trascendentes).			
Tratamiento analítico de las integrales definida e indefinida.			
Uso intuitivo de los procesos infinitos y las situaciones límite aplicados a problemas de las ciencias naturales, exactas y sociales.			
Del manejo de la información al pensamiento estocástico	Riesgo, inferencia y aleatoriedad: Elementos de la Estadística y la probabilidad	Conceptos básicos de Estadística y Probabilidad.	IV
		Concepto de Riesgo en situaciones contextuales.	
		Recolección de datos y su clasificación en clases.	
		Manejo de la información en situaciones de la vida cotidiana	
		Tratamiento y significado de las medidas de Tendencia Central	
		Tratamiento y significado de medidas de Dispersión.	
		Uso del conteo y la probabilidad para eventos.	
Contextualización de los elementos de probabilidad condicional e interpretación del teorema de Bayes.			

BLOQUE I

LUGARES GEOMÉTRICOS EN EL PLANO

Competencias genéricas

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

CG8.3 Asume una actitud constructiva, congruente con los conocimientos y habilidades con los que cuenta dentro de distintos equipos de trabajo.

Competencias disciplinares

CDBM 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

BLOQUE I**Lugares geométricos en el plano****Propósito del bloque**

Ejemplifica lugares geométricos a través de cálculo de perímetros y áreas dentro del plano, favoreciendo la comprensión y reflexión para interpretar su entorno espacial en situaciones cotidianas.

Interdisciplinariedad

Biología I	
Física I	

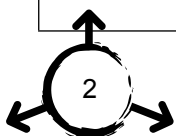
Ejes transversales

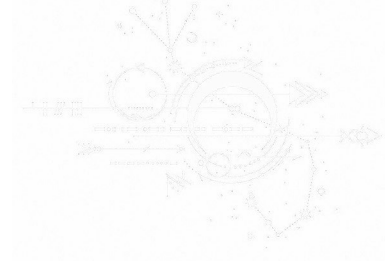
Eje transversal social	
Eje transversal de la salud	
Eje transversal ambiental	
Eje transversal de habilidades lectoras	

Aprendizajes esperados

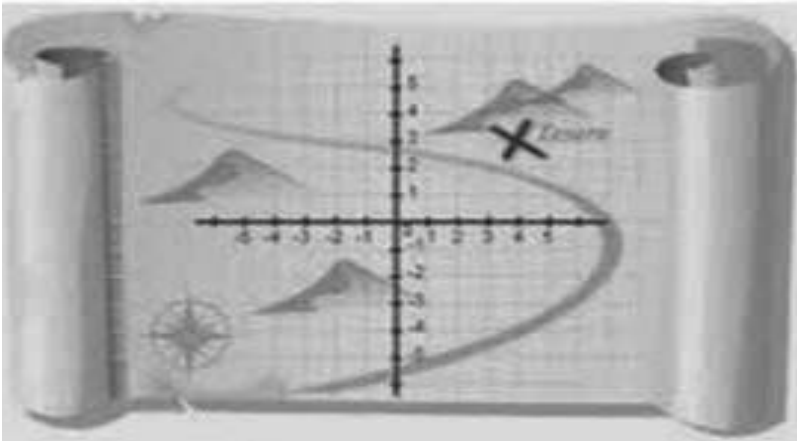
- Usa los conceptos básicos de la Geometría Analítica, promoviendo el pensamiento reflexivo y lógico como una nueva forma de interpretar su entorno espacial; contribuyendo a la construcción de nuevos conocimientos que aplique en su vida cotidiana.
- Emplea el cálculo de perímetros y áreas en el plano cartesiano para resolver creativamente, problemáticas de su contexto.

Conocimientos	Habilidades	Actitudes
<p>Lugar geométrico de líneas rectas y curvas.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sistemas de coordenadas rectangulares. • Segmentos rectilíneos. • Distancia entre dos puntos. • División de un segmento en una razón dada. <p>Perímetros y áreas de figuras en el plano.</p>	<p>Identifica las características de los diferentes lugares geométricos en el plano.</p> <p>Estima la distancia entre dos puntos utilizando segmentos rectilíneos.</p> <p>Representa gráficamente las coordenadas del punto medio y una razón dada sobre un segmento rectilíneo.</p> <p>Analiza diferentes estrategias para el cálculo de perímetros y áreas en el plano.</p> <p>Selecciona diferentes maneras para localizar puntos en el plano.</p>	<p>Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos.</p> <p>Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.</p> <p>Aporta ideas en la solución de problemas promoviendo su creatividad.</p>





Situación didáctica:



EL TESORO ESCONDIDO

a) ¿Qué entiendes por coordenada?

b) ¿En qué coordenada se encuentra enterrado el tesoro del mapa?

Reconoces lugares geométricos

La **Geometría Analítica** es la fusión del Álgebra y la Geometría. Estudia las figuras geométricas mediante el análisis matemático y del álgebra en un plano cartesiano.

En Geometría, las **parejas ordenadas** en el plano cartesiano, son aquellas formadas por dos elementos que representan un punto en dicho plano, de tal forma que el primer elemento es del eje de las abscisas y el segundo de las ordenadas. Esto es el punto P (x, y).

Al eje de las “x” se les llama abscisas y al eje de las “y” ordenadas; al punto donde se interceptan las dos rectas perpendicularmente se le llama origen.

Igualdad de parejas:

Dos parejas de puntos en el plano serán iguales, si son iguales sus respectivas coordenadas, por ejemplo: $(x, y) = (a, b)$ si y solo si $x = a$, $y = b$.

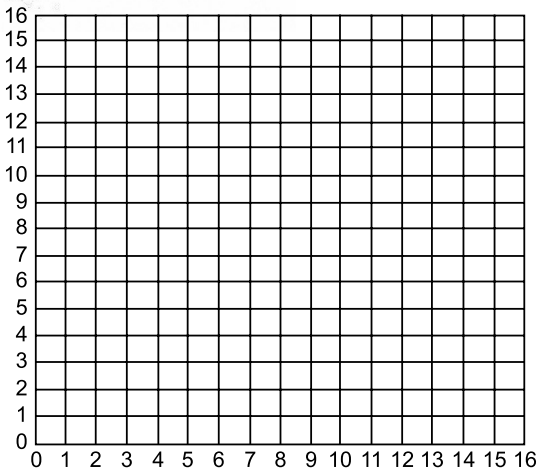
Parejas ordenadas colineales y no colineales

Dos o más puntos son colineales cuando al pasar una recta ésta pasa por todos los puntos. Es decir, están en la misma dirección. No son colineales si al pasar una recta al menos uno de los puntos se encuentra fuera de la recta.

Lugares geométricos:

Se llama lugar geométrico a un conjunto de puntos que cumplen una determinada propiedad, por ejemplo, el lugar geométrico de todos los puntos que representa la expresión algebraica, $y = x + 3$ es una línea recta, inclinada hacia la derecha y tres unidades arriba del origen. También hay que tomar en cuenta que los lugares geométricos pueden estar representados por otro tipo de figuras geométricas como son: de tipo parabólico, circular y elíptica.

ACTIVIDAD 1 Localiza puntos en el plano y en el espacio.



En el siguiente plano cartesiano se encuentra una figura escondida, descubre cuál es, ubicando correctamente las parejas ordenadas (puntos) y uniéndolas cuidadosamente en el orden que aparecen, considerando que donde aparece el símbolo X hay que dejar de unir, levantando el lápiz.

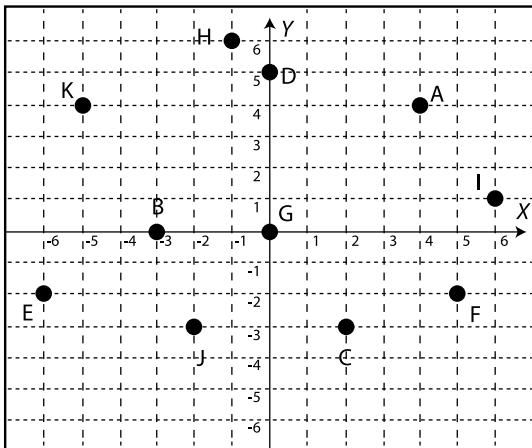
(0,8), (0,12), (3,15), (5,15), (5,14), (3,12), (2,12), (2,9), (4,11), (6,11), (8,9), (8,13), (10,11), (14,11), (16,13), (16,7), (15,6), (13,5), (11,5), (9,6), (8,7), (8,4), (9,4), (9,2), (6,2), (6,6), (4,6), (3,5), (3,4), (5,4), (5,2), (1,2), (0,8) X (9,8), (9,10), (11,10), (11,8), (9,8) X (13,10), (15,10), (15,8), (13,8), (13,10) X (11,7), (12,8), (13,7), (11,7)

- Al unir los puntos, ¿qué figura se forma? _____
- ¿En qué cuadrante del plano cartesiano se formó la figura? _____
- Si el signo de todas las coordenadas cambiara a negativo, ¿en qué cuadrante quedarían ubicados? _____

Fuente: <http://neoparaiso.com/imprimir/figuras-plano-cartesiano.html>

ACTIVIDAD 2 Puntos y líneas en el plano. Resolver de manera individual.

- A) Al inicio del semestre la maestra Teresa dejó a sus alumnos indicar las coordenadas y el cuadrante de ubicación de los puntos que se muestran en el siguiente plano:

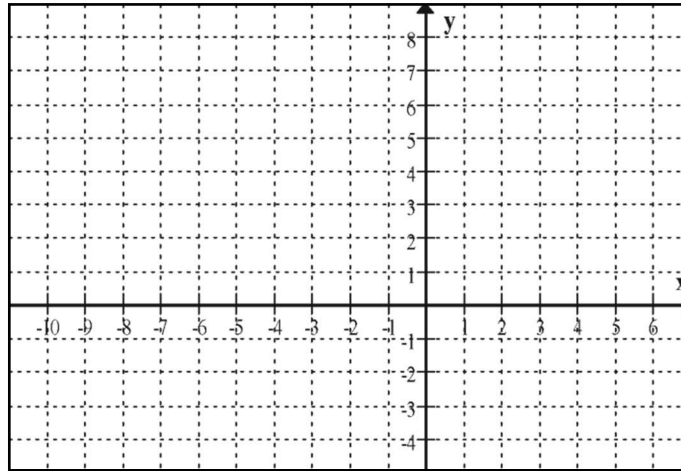
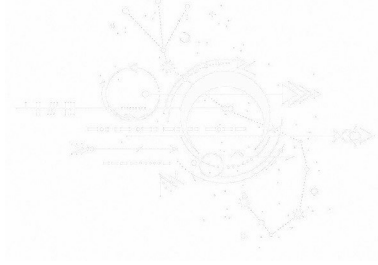


Coordenada	Cuadrante
A (,)	_____
B (,)	_____
C (,)	_____
D (,)	_____
E (,)	_____
F (,)	_____
G (,)	_____
H (,)	_____
I (,)	_____
J (,)	_____
K (,)	_____

- B) Grafica las siguientes parejas ordenadas en un mismo plano y determina si son colineales o no colineales. **Utiliza para cada inciso un color distinto.**

- (3,5), (3,6), (3,7), (3,8)
- (-1, 2), (2, 1), (6, 5)
- (0,4), (3,-2), (-2,8).
- (5,-3), (4,-3), (3,-3), (1,-3)
- (-2,3), (-6,1), (-10,-1).
- (-3,1), (3,1), (4,1), (5,1)





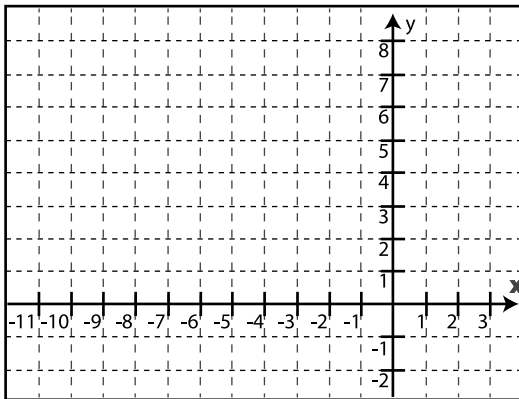
C) Grafica los siguientes parejas ordenadas en el plano cartesiano proporcionado y determina, **por observación** a qué tipo de triángulo corresponden según sus lados.

A (3,8), B (-11,3), C (-8, -2).

Tipo de triángulo: _____

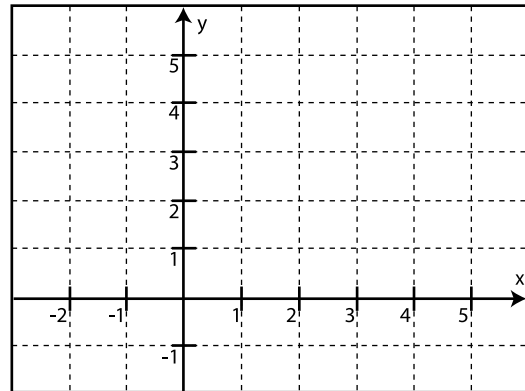
A (-2,3), B (5,1), C (3,4).

Tipo de triángulo: _____



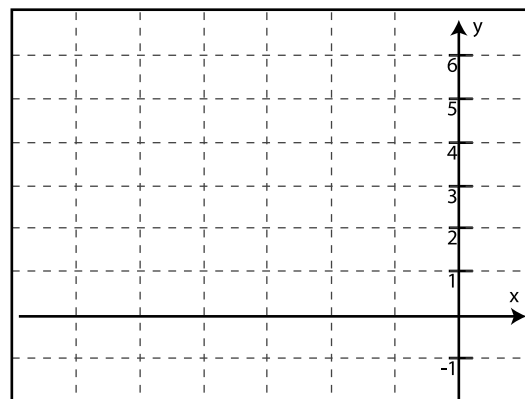
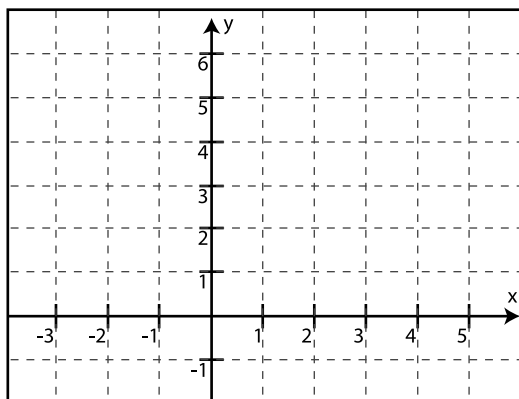
A (4,3), B(-2,1), C(-2,6)

Tipo de triángulo: _____



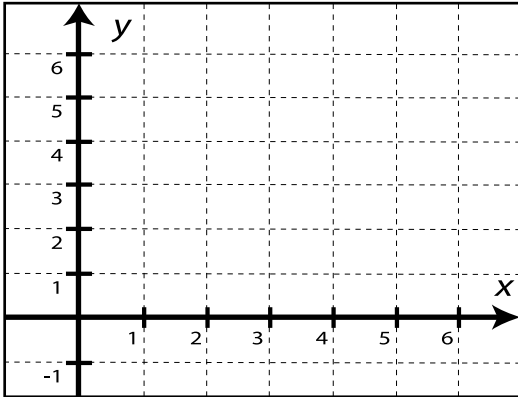
A (-3,1), B(-4,5), C(-6,3).

Tipo de triángulo: _____



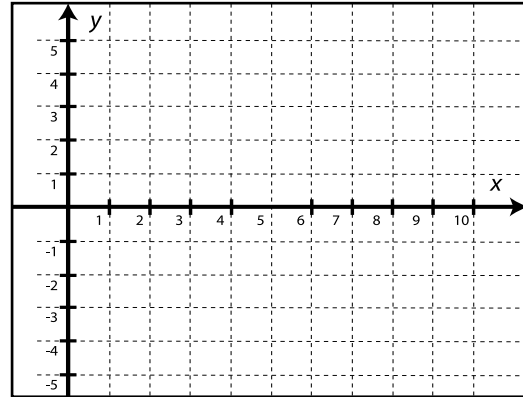
A (1, 4), B (5, 5), C (6,2).

Tipo de triángulo: _____



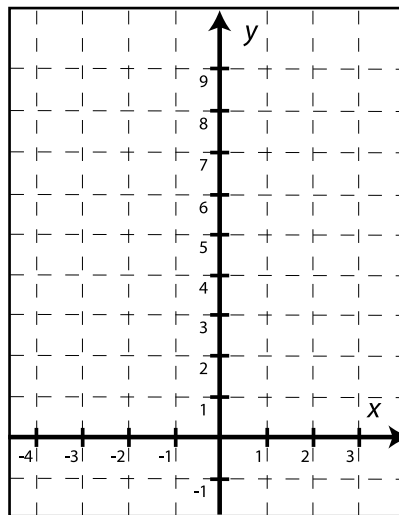
A (10, 5), B (3, 2), C (6,-5).

Tipo de triángulo: _____

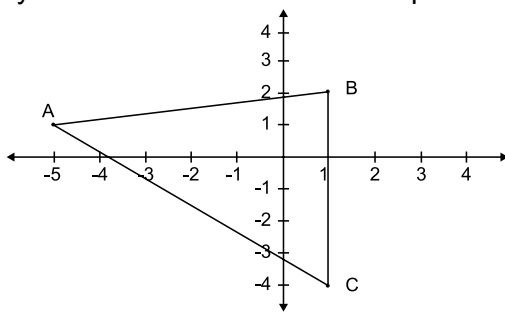


A (0, 9), B (-4,-1), C (3, 2).

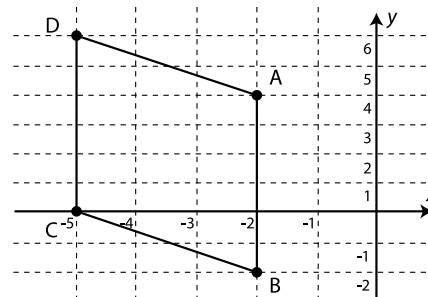
Tipo de triángulo: _____



D) Identifica y escribe las coordenadas los puntos de los vértices de las siguientes figuras.



A (,) B (,)
C (,)



A (,) B (,)
C (,) D (,)



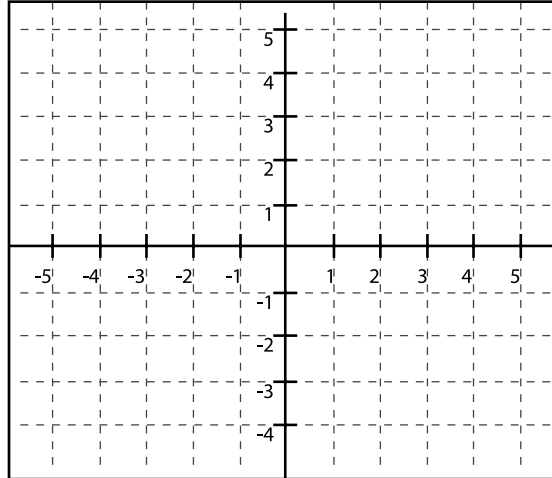


ACTIVIDAD 3 (Integradora). Graficando diferentes curvas. Reunirse en equipos con quienes no se haya trabajado antes.

1.- Usando los datos de las tablas que se muestran a continuación, utiliza el plano cartesiano para la gráfica de cada tabla.

Tabla 1

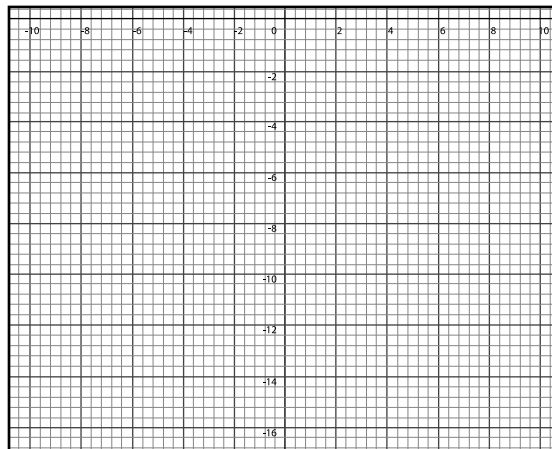
x	y
-4	0
-3	2.6
-2	3.5
-1	3.9
0	4
1	3.9
2	3.5
3	2.6
4	0



¿Qué forma tiene la gráfica?

Tabla 2

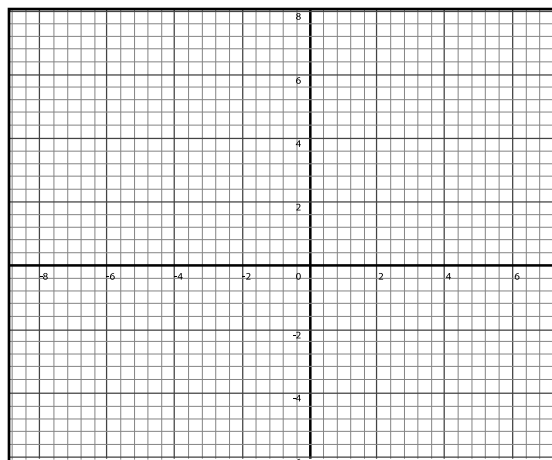
x	y
-4	-16
-3	-9
-2	-4
-1	-1
0	0
1	-1
2	-4
3	-9
4	-16



¿Qué forma tiene la gráfica?

Tabla 3

x	y
-4	9
-3	7
-2	5
-1	3
0	1
1	-1
2	-3
3	-5
4	-7



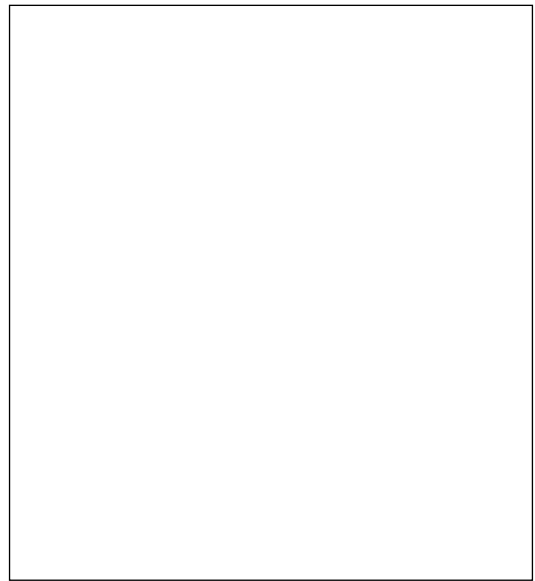
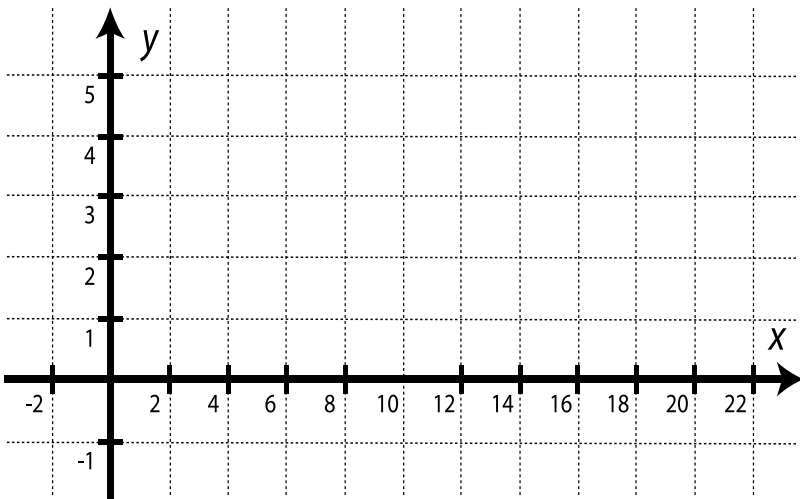
¿Qué forma tiene la gráfica?

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a cada una de las gráficas que realizaste?

a) $y = -x^2$	b) $y = \sqrt{16 - x^2}$	c) $y = -2x + 1$

2.- La trayectoria de una pelota en un partido de fútbol, en un saque de esquina de 20 m de longitud, en el que la pelota no se mueve hacia los lados, está definida por la ecuación. $y = -\frac{1}{20}x^2 + x$, donde x es el desplazamiento horizontal y el desplazamiento vertical es y , que efectúa la pelota durante el recorrido.

a) Dibuja y describe la trayectoria que sigue la pelota en este movimiento.



b) De los siguientes puntos identifica cuáles pertenecen a la trayectoria de la pelota de forma analítica, como en el ejemplo, y después compruébalo gráficamente.

Ejemplo: Para el punto A(1,0.95), se sustituye $x=1$ en la ecuación: $y = -\frac{1}{20}(1)^2 + (1) = 0.95$ se obtiene $y=0.95$, entonces el punto A pertenece a la trayectoria de la pelota.

B(3,-2.55) _____

C(5,3.75) _____

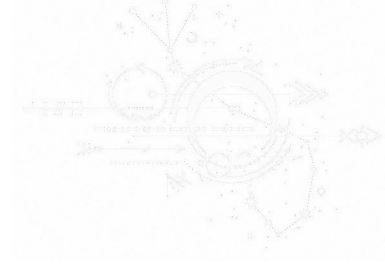
E(9,5.25) _____

F(11,4.95) _____

G(13,4.55) _____

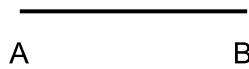
H(17,2.55) _____



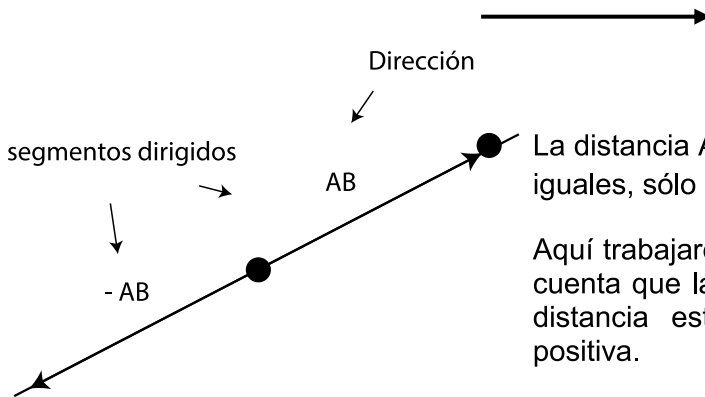


SEGMENTOS RECTILÍNEOS

Segmento rectilíneo. Es un pedazo de recta que tiene principio y tiene fin.



Segmentos dirigidos. Aquellos segmentos que tienen un determinado sentido, indicados con la punta de una flecha.



La distancia AB es igual a $- AB$, aunque en magnitud si son iguales, sólo el sentido que llevan los hace diferentes.

Aquí trabajaremos con segmentos no dirigidos, tomando en cuenta que la distancia siempre es positiva, de aquí que la distancia está definida como valor absoluto, es decir, positiva.

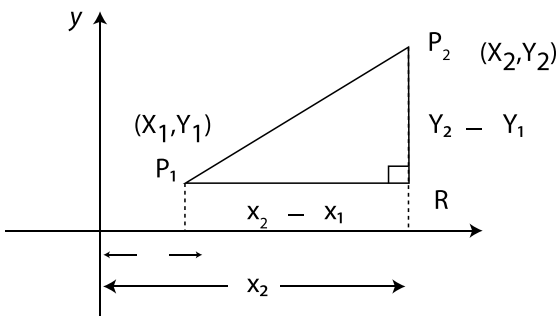
$$d_{AB} = |x_2 - x_1|$$

Por ejemplo:

Determina la distancia *no dirigida* entre los puntos A(8) y el punto B(- 9).

$$d_{AB} = |x_2 - x_1| = |- 9 - 8| = |- 17| = 17$$

Distancia entre dos puntos en el plano



Para calcular la distancia entre dos puntos $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$, por el Teorema de Pitágoras:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

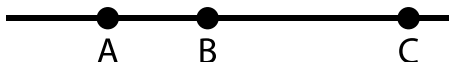
Sustituyendo $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

Aplicando la raíz cuadrada en ambos lados del igual se tiene

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Puntos colineales.

Si tres puntos o más pertenecen a una misma recta, entonces estos puntos son colineales.



Para saber si los puntos son colineales debemos comprobar que:

$$d_{AB} + d_{BC} = d_{AC}$$

Ejemplo 1:

1) Determina la distancia entre los pares de puntos: **Q(3, - 4), P(- 2, 7)**. Nombramos a las coordenadas como (x_1, y_1) y (x_2, y_2) y los sustituimos en:

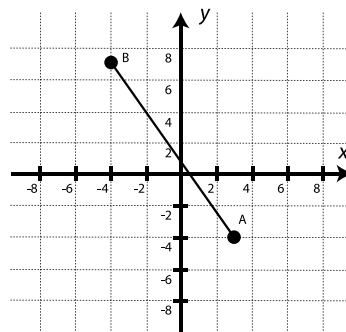
$$d_{QP} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d_{QP} = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (7 + 4)^2}$$

$$d_{QP} = \sqrt{(-5)^2 + (11)^2}$$

$$d_{QP} = \sqrt{25 + 121}$$

$$d_{QP} = \sqrt{146}$$



2) De Zacatecas a Durango, el tramo carretero Guadalupe-Sain Alto es totalmente recto. Midiendo en centímetros sobre un mapa se obtienen las siguientes coordenadas G(-3, -8) y S(-4, 5) respectivamente.

¿A qué distancia en kilómetros se hallan entre sí estos dos sitios? Considerando la escala (1 cm = 10.7 Km).

Solución:

Nombramos a las coordenadas como (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , y los sustituimos en la fórmula de la distancia de modo que se tiene:

$$d_{GS} = \sqrt{(-4 + 3)^2 + (5 + 8)^2}$$

$$d_{GS} = \sqrt{(-1)^2 + (13)^2}$$

$$d_{GS} = \sqrt{1 + 169}$$

$$d_{GS} = \sqrt{170}$$

$$d_{GS} = 13.04 \text{ cm}$$

Convirtiendo los centímetros a kilómetros se tiene que $d_{GS} = 13.04 \text{ cm} \times 10.7 = 139.53 \text{ km}$

Ejemplo 2:

Demuestra por medio del concepto de distancia entre dos puntos que el triángulo con vértices en los puntos A(2, -2), B(-8, 4) y C(5, 3) es triángulo rectángulo y comprueba tus resultados gráficamente:

$$d_{AB} = \sqrt{(-8 - 2)^2 + (4 + 2)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{100 + 36}$$

$$d_{AB} = \sqrt{136}$$

$$d_{BC} = \sqrt{(5 + 8)^2 + (3 - 4)^2}$$

$$d_{BC} = \sqrt{169 + 1}$$

$$d_{BC} = \sqrt{170}$$

$$d_{AC} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (3 + 2)^2}$$

$$d_{AC} = \sqrt{9 + 25}$$

$$d_{AC} = \sqrt{34}$$

Para que sea un triángulo *rectángulo*, debe satisfacer el Teorema de Pitágoras, es decir:

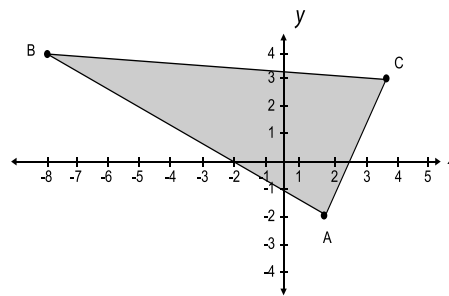
$$(AB)^2 + (AC)^2 = (BC)^2$$

$$(\sqrt{136})^2 + (\sqrt{34})^2 = (\sqrt{170})^2$$

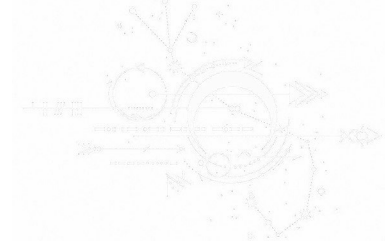
$$136 + 34 = 170$$

$$170 = 170$$

Por tanto, **sí es** un triángulo rectángulo. Comprubemos este resultado con la elaboración de la gráfica:



LUGARES GEOMÉTRICOS EN EL PLANO



Ejemplo 3:

Demuestra por medio del concepto de distancia entre dos puntos y con la gráfica, que los puntos A(-6,4), B(-1,1) y C(3,5) son colineales.

Obtención de las distancias.

$$\begin{aligned}
 d_{AB} &= \sqrt{(-1 + 6)^2 + (1 + 4)^2} & d_{BC} &= \sqrt{(3 + 1)^2 + (5 - 1)^2} & d_{AC} &= \sqrt{(3 + 6)^2 + (5 + 4)^2} \\
 d_{AB} &= \sqrt{(5)^2 + (5)^2} & d_{BC} &= \sqrt{(4)^2 + (4)^2} & d_{AC} &= \sqrt{(9)^2 + (9)^2} \\
 d_{AB} &= \sqrt{50} = 7.07 & d_{BC} &= \sqrt{32} = 5.66 & d_{AC} &= \sqrt{162} = 12.73
 \end{aligned}$$

Comprobando.

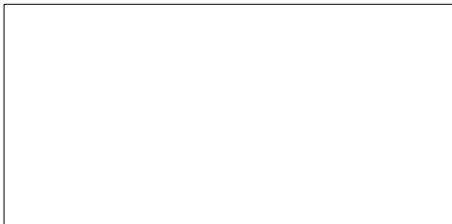
$$\begin{aligned}
 d_{AB} + d_{BC} &= d_{AC} \\
 7.07 + 5.66 &= 12.73 & \text{Entonces los puntos A, B y C si son colineales.} \\
 12.73 &= 12.73
 \end{aligned}$$

ACTIVIDAD 4 Cálculo de distancia y gráfica.

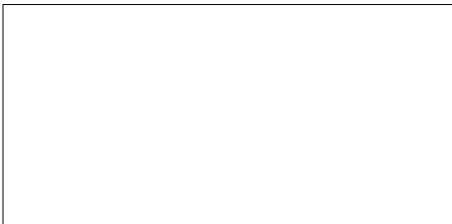
Resolver en equipo, de manera ordenada y en limpio.

A. Construye la gráfica para cada uno de los siguientes ejercicios y calcula la distancia entre cada pareja de puntos. Utiliza colores distintos para cada uno.

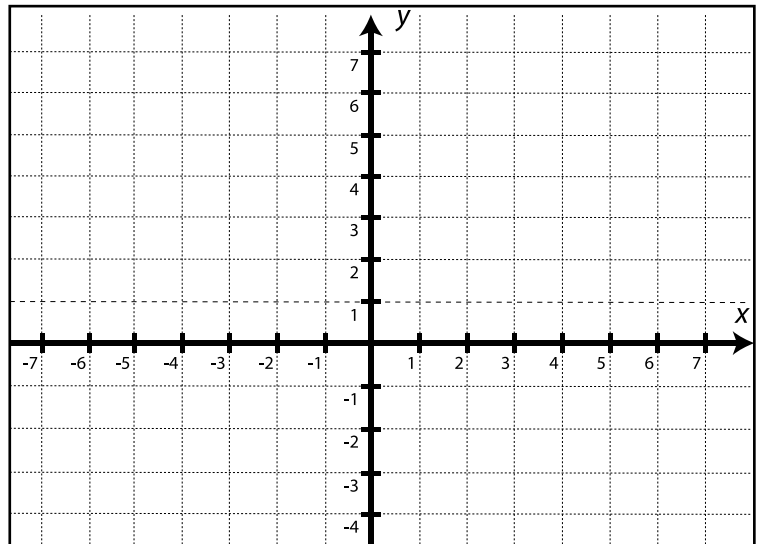
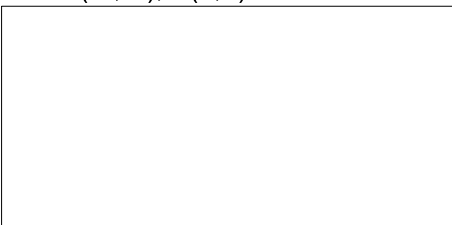
1. A (-2,3), B (-6,1).



2. C (-7,-3), D(1,3).



3. E (-2,-3), F(7,7).



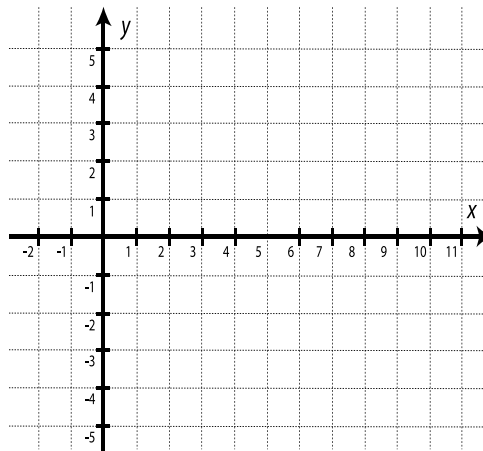
B. Un cazador ubicado en la coordenada C (-5,8) y un venado ubicado en las coordenadas V (7,1).
Escala 1 unidad = 10m.

- Determina los metros de separación entre el cazador y el venado en línea recta.
- Si el cazador empieza a caminar a una velocidad de 8 metros por minuto hacia el venado sin que el venado se mueva de su sito, ¿En cuánto tiempo llegará el cazador con el venado?

C. Demuestra que los triángulos con vértices en los puntos dados son triángulos rectángulos. Posteriormente, compruébalo realizando su gráfica. Colorea cada triángulo con distinto color.

1. A(10,5), B(3,2), C(6,-5)

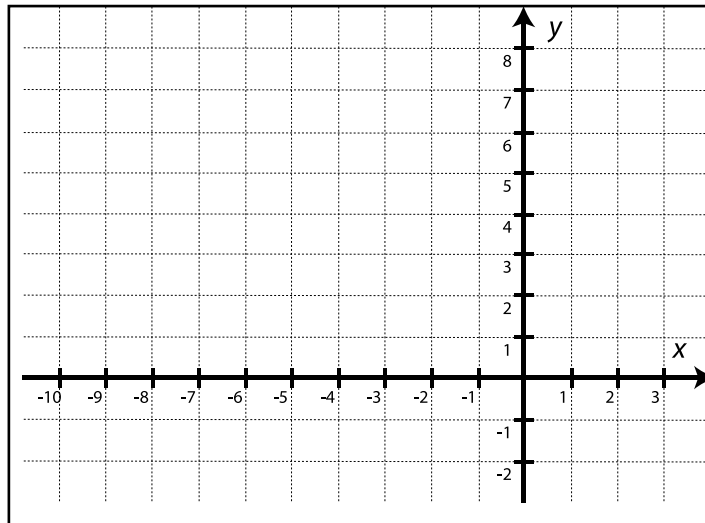
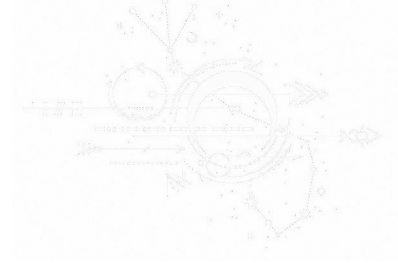
2. G(3, -2), H(-2, 3), I(0, 4)



D. Demuestra por medio del concepto de distancia entre dos puntos, que los puntos dados son colineales y realiza las gráficas de cada ejercicio, comprobando así tus resultados obtenidos.

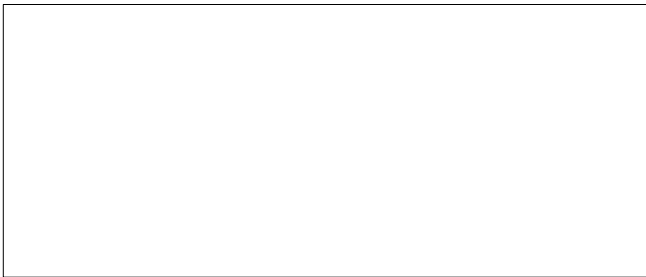
1. A(-2,8), B(0,4) y C(3,-2),

2. D(-2,3), E(-6,1) y F(-10,-1)

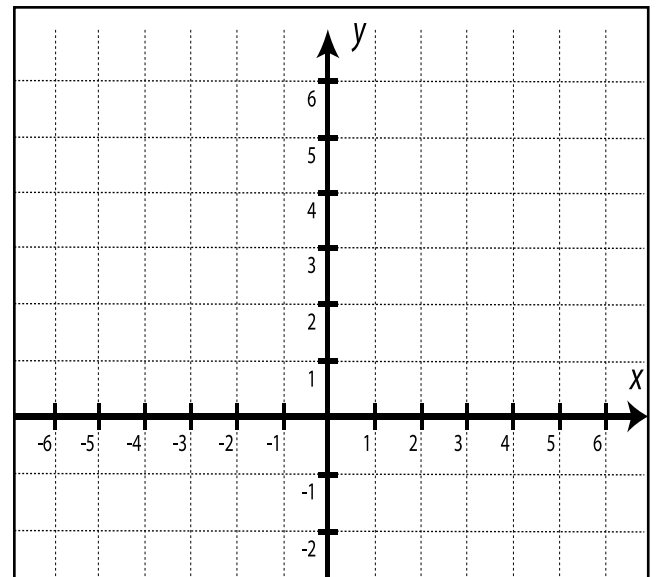


E. Demuestra por medio del concepto de distancia entre dos puntos y gráficamente que los triángulos son isósceles.

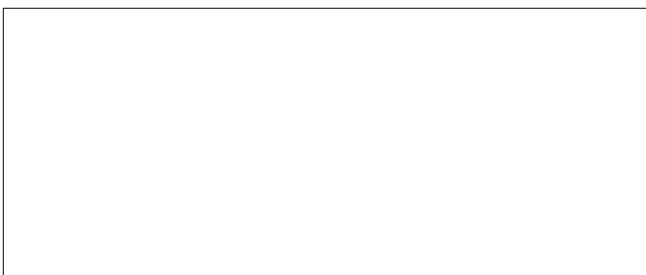
1. $A(2,-2)$, $B(-3,-1)$ y $C(1,6)$



2. $D(-2,2)$, $E(6, 6)$ y $F(2,-2)$



3. $G(3,-2)$, $H(-2,3)$ y $I(0,4)$.



Perímetro y áreas de polígonos

Perímetro de polígonos:

El *perímetro* de cualquier polígono es la suma de las medidas de todos sus lados.

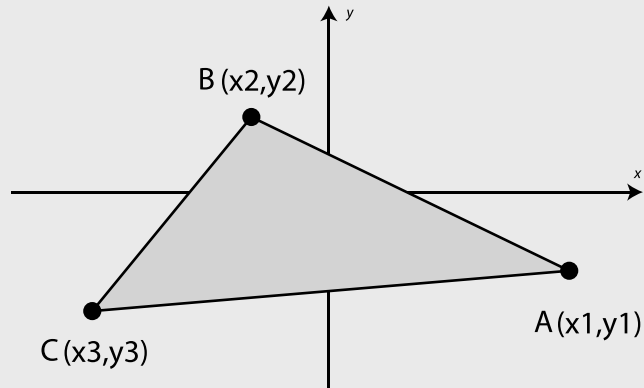
Podrías utilizar el concepto de la distancia entre dos puntos para calcular sus lados. Fórmula de distancia entre dos puntos:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

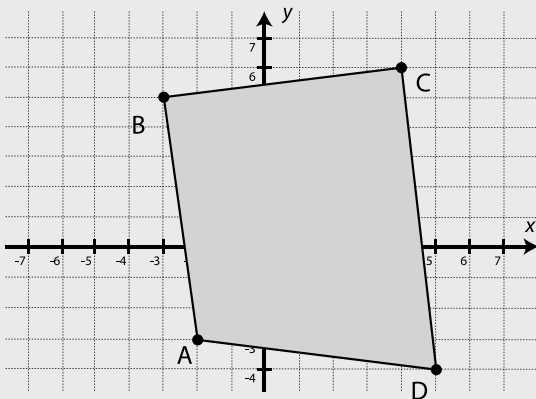
Área de polígonos:

Mientras que el área de un polígono lo calcularemos con la fórmula:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}$$



Ejemplo: Encontrar el perímetro y el área del polígono mostrado en la figura:



Solución.

Las coordenadas de los vértices son:

A(-2,-3), B(-3,5), C(4,6) y D(5,-4)

Obtención de la longitud de cada lado del polígono.

$$d_{AB} = \sqrt{(-3 + 2)^2 + (5 + 3)^2} \quad d_{BC} = \sqrt{(4 + 3)^2 + (6 - 5)^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{65} = 8.06 \text{ ul} \quad d_{BC} = \sqrt{50} = 7.07 \text{ ul}$$

$$d_{CD} = \sqrt{(5 - 4)^2 + (-4 - 6)^2} \quad d_{AD} = \sqrt{(5 + 2)^2 + (-4 + 3)^2}$$

$$d_{CD} = \sqrt{101} = 10.05 \text{ ul} \quad d_{AD} = \sqrt{50} = 7.07 \text{ ul}$$

$$P = d_{AB} + d_{BC} + d_{CD} + d_{AD}$$

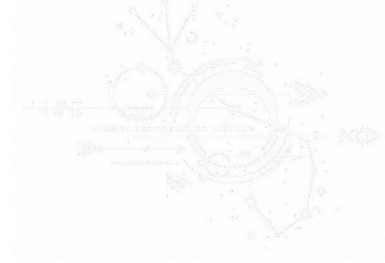
$$P = 8.06 + 7.07 + 10.05 + 7.07 = 32.25 \text{ ul}$$

Cálculo del área

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 5 \\ 4 & 6 \\ 5 & -4 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |(-10 - 18 - 16 - 15) - (9 + 20 + 30 + 8)| = \frac{1}{2} |-126| = 63$$

El valor de área es: 63 u^2



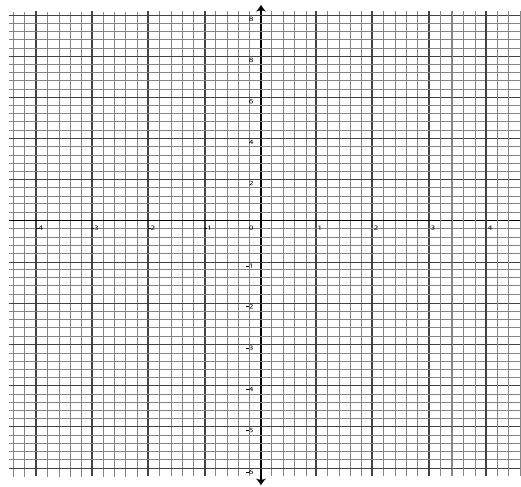


ACTIVIDAD 5 Perímetros y áreas de figuras en el plano.

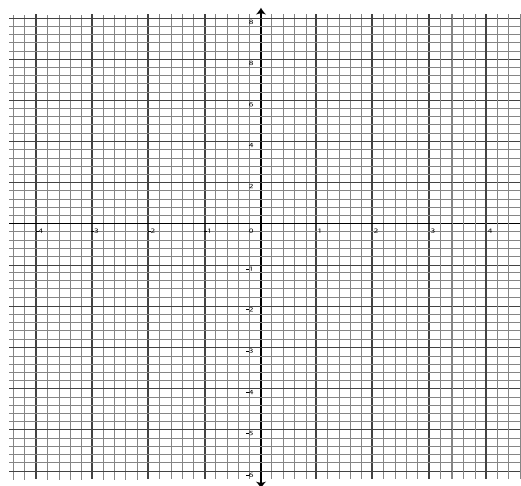
Resolver de manera individual lo que se te indica.

Hallar el área y perímetro de los polígonos y dibújalos (con color diferente) en el plano cartesiano que se proporciona, cuyos vértices son:

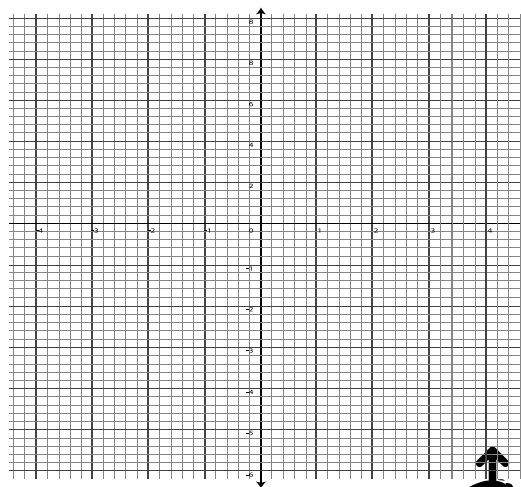
a) $A(-4, -3)$, $B(-1, 5)$ y $C(3, 2)$.



b) $P(4, 0)$, $Q(2, 5)$, $R(-3, 2)$ y $S(-1, -6)$.



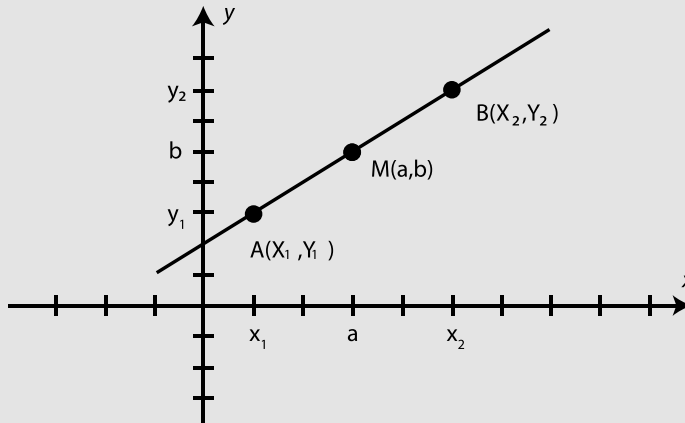
c) $D(-8, -2)$, $E(-4, -6)$ y $F(-1, 5)$



Punto de división de un segmento

Punto medio:

Para calcular las coordenadas del punto medio $M(a,b)$ de un segmento formado por los puntos $A(x_1,y_1)$ y $B(x_2,y_2)$ utilizaremos las fórmulas:



$$a = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

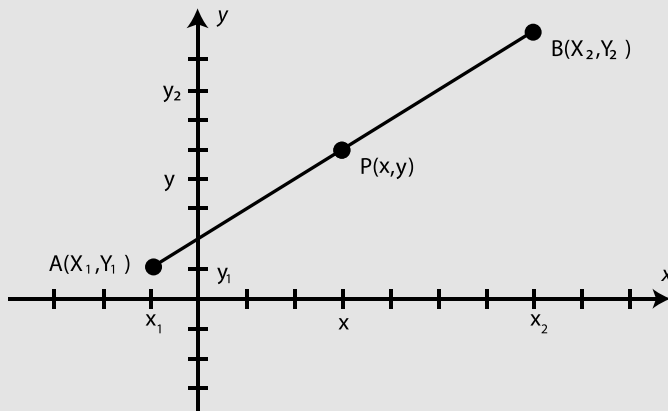
$$b = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Punto medio

$$M(a, b)$$

Punto que divide al segmento en una razón dada:

Las coordenadas del punto $P(x,y)$ que divide al segmento formado por los puntos $A(x_1,y_1)$ y $B(x_2,y_2)$, en la razón $r = \frac{AP}{PB}$, son:



$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r}$$

$$y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r}$$

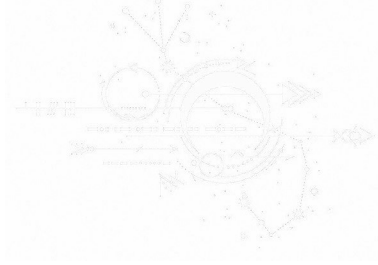
$P(x, y)$

Cuando el punto de división P queda entre los puntos A y B , la razón es positiva. Si la razón es negativa el punto de división P queda fuera del segmento a uno u otro lado de A o B .

Considerando la siguiente recta y además que $r = \frac{AP}{PB}$



Tenemos que el punto P_1 tiene una razón $r = \frac{1}{2}$, el punto P_2 tiene una razón $r = \frac{2}{1}$, el punto P_3 tiene una razón $r = -\frac{4}{1}$ y el punto P_4 tiene una razón $r = -\frac{1}{4}$



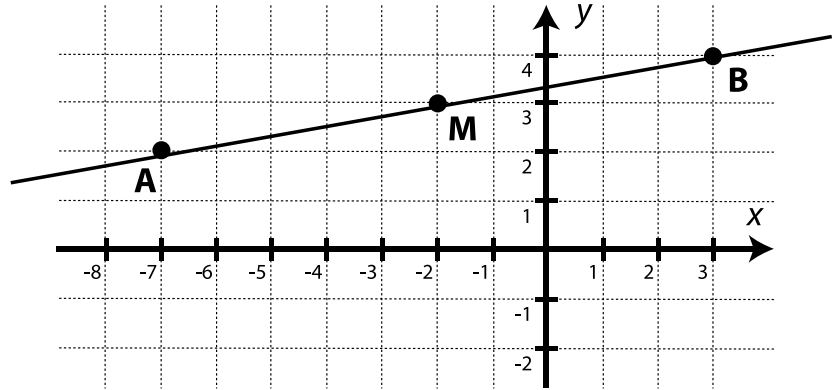
Ejemplo 1:

Calcula la coordenada del punto medio entre R(-7,2) y S(3,4)

$$a = \frac{-7 + 3}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$b = \frac{2 + 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$M(-2,3)$$



Ejemplo 2:

Calcula el punto de división de un segmento, utilizando $r = 2$ para el segmento cuyos puntos son (-2,3), (-6,1).

$$x_r = \frac{-2 + (2)(-6)}{1 + 2} \qquad y_r = \frac{3 + (2)(1)}{1 + 2}$$

$$x_r = \frac{-2 - 12}{3} \qquad y_r = \frac{3 + 2}{3}$$

$$x_r = \frac{-14}{3} \qquad y_r = \frac{5}{3}$$

$$P\left(\frac{-14}{3}, \frac{5}{3}\right)$$

Ahora lo resolveremos con la razón ($r = \frac{1}{2}$): sustituimos estos puntos en la fórmula y resolvemos.

$$x = \frac{-2 + \left(\frac{1}{2}\right)(-6)}{1 + \frac{1}{2}} \qquad y = \frac{3 + \left(\frac{1}{2}\right)(1)}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)}$$

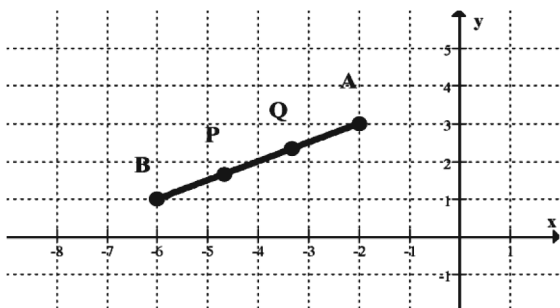
$$x = \frac{-2 - 3}{\frac{3}{2}} \qquad y = \frac{3 + \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$x = \frac{-5}{\frac{3}{2}} \qquad y = \frac{\left(\frac{7}{2}\right)}{\frac{3}{2}}$$

$$x = \frac{-10}{3} \qquad y = \frac{7}{3}$$

$$Q\left(\frac{-10}{3}, \frac{7}{3}\right)$$

Comprobemos gráficamente este resultado para ver si efectivamente estos dos puntos dividen en tres partes iguales al segmento dado:



Efectivamente, los puntos P y Q vemos que sí dividen exactamente en tres partes iguales al segmento AB.

ACTIVIDAD 6 División de un segmento.

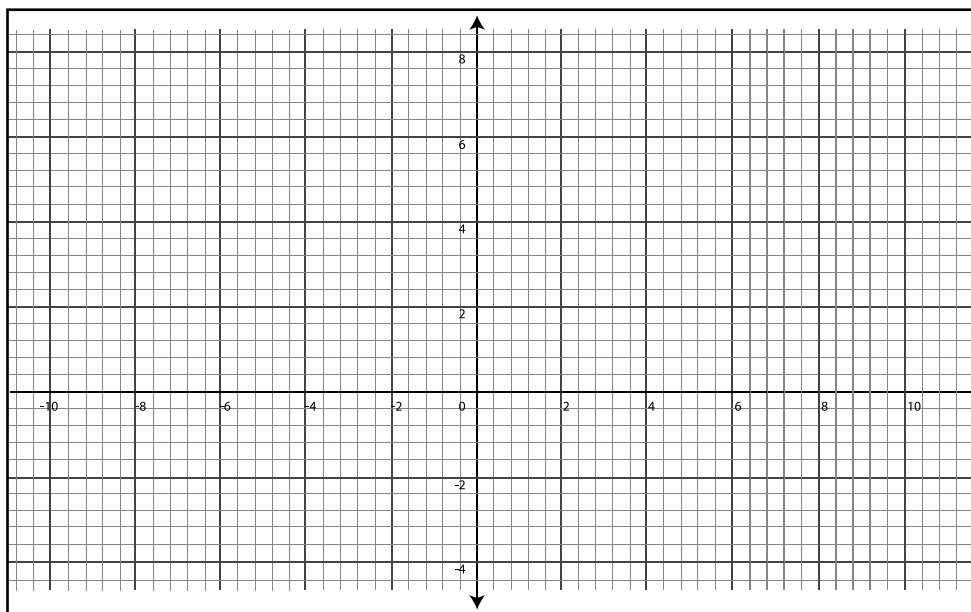
Resolver en limpio y de forma ordenada, en binas:

Se presenta a continuación una serie de ejercicios. Deberás realizar las gráficas y procedimientos en cada ejercicio para comprobar tus resultados obtenidos.

1. Calcula las coordenadas del punto medio del segmento con extremos en los puntos dados. En el plano cartesiano traza el segmento y su punto medio.

a) A(5, -1) y B(9, 6)

b) C(1,3) y D(-2,-3)



c) G(-2,3) y H(-6,1)

d) (-8,1) y J(8,-4)

e) (-8,1)(8,-4)



2. Calcula el punto $P(x,y)$ que divide en razón dada al segmento con extremos en los puntos dados en cada inciso y en el plano de coordenadas traza la gráfica de cada segmento (utiliza colores diferentes).

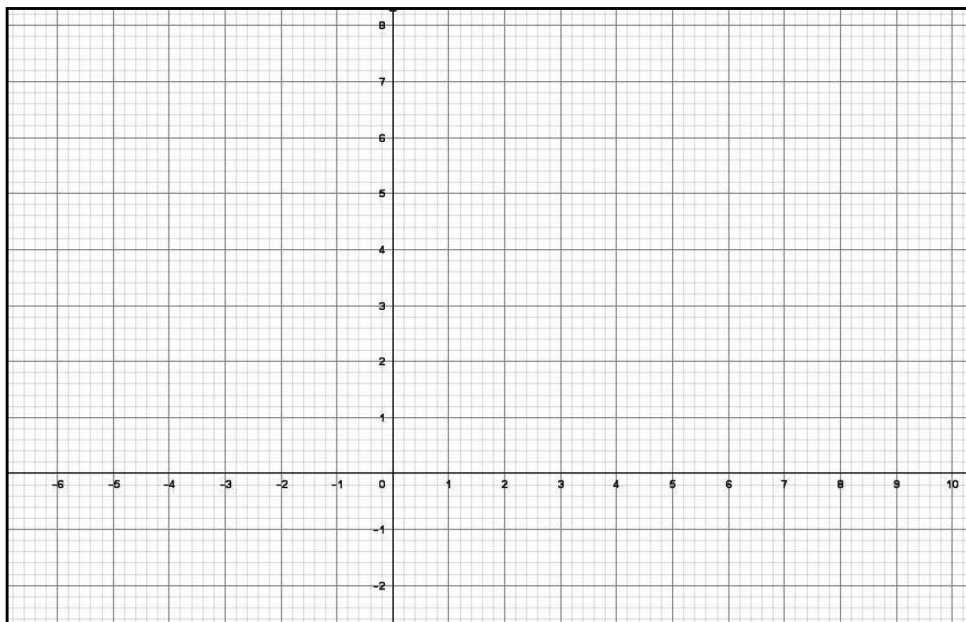
a) $A(-4,-1)$ y $B(1,3)$;
 $r = \frac{1}{3}$

b) $A(2,3)$ y $B(3,7)$;
 $r = -\frac{1}{2}$

c) $A(5, -1)$ y $B(9, 5)$;
 $r = 2$

d) $A(1,3)$ y $B(-2,-3)$;
 $r = \frac{5}{2}$

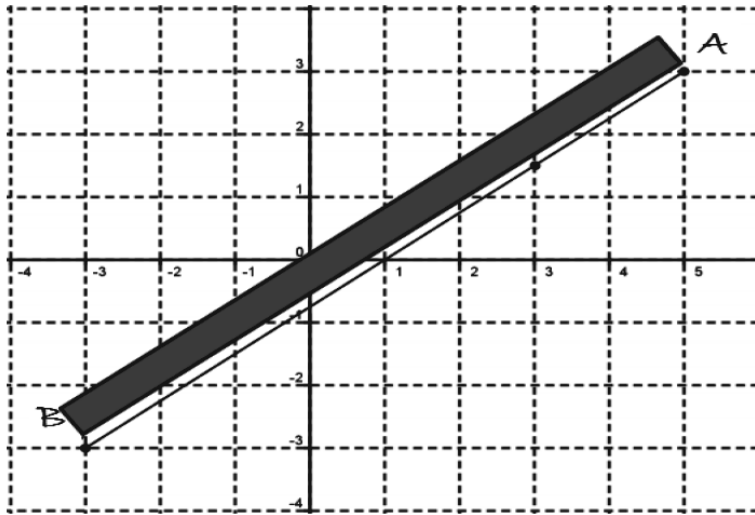
e) $A(1,2)$ y $B(-1,-2)$;
 $r = -3$



3. Carpintería:

Los puntos A (5, 3) y B (-3, -3) representan los extremos de un trozo de madera que será usado por un carpintero para elaborar un mueble, al cual se le agregará una muesca en la tercera parte de su longitud ($r = 1/3$), tomando como referencia el punto A. Calcula la coordenada exacta donde ubicará esa muesca, mostrando tus operaciones y selecciona la opción correcta.

- a) (1.5,3)
- b) (0.75,3)
- c) (3,0.75)
- d) (3,1.5)

**Referencias:**

<http://www.prepafacil.com/cobach/Main/SegmentosDirigidosYNoDirigidos>

<http://www.matetam.com/blog/entradas-jesus/segmentos-dirigidos>

<http://www.sectormatematica.cl/contenidos/distancia.htm>

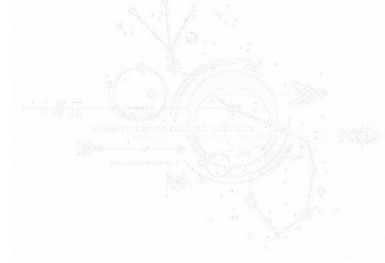
http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Distancia_entre_dos_puntos.html

http://www.tutiempo.net/p/distancias/calcular_distancias.html

<http://matematicasies.com/?Distancia-entre-dos-puntos>

Geogebra (2014).geogebra.org. Retomado de: <http://www.geogebra.org/cms/es/>

MATEMÁTICAS III



Colegio de Bachilleres del Estado de Baja California
 Asignatura: **Matemáticas III** Semestre: **Tercero**
 Bloque I: **Lugares geométricos en el plano**

Autoevaluación de desempeños del estudiante

Alumno:					
Tipo de Evaluación:	Diagnóstica <input type="radio"/> Autoevaluación <input type="radio"/>	Formativa <input type="radio"/> Coevaluación <input type="radio"/>	Sumativa <input type="radio"/> Heteroevaluación <input type="radio"/>	Momento:	Apertura <input type="radio"/> Desarrollo <input type="radio"/> Cierre <input type="radio"/>
Trabajo:	Individual <input type="radio"/>	Binas <input type="radio"/>	Equipo <input type="radio"/>	Fecha:	Grupo:
Evalúador:					

Criterios de desempeño			
	Siempre	A veces	Difícilmente
Determino la distancia entre dos puntos gráfica y algebraicamente.			
Determino el punto de división de un segmento en una razón dada.			
Hago el cálculo de perímetros y áreas de un polígono.			
Entrego mis actividades con limpieza, orden y en el tiempo que me indica el profesor.			

Comentarios y retroalimentación:

Instrumentos de autoevaluación y coevaluación

AUTOEVALUACIÓN			
Instrucciones: Contesta honestamente, marcando con una ✓ a los siguientes cuestionamientos.			
Nombre del alumno:			
Asignatura:	Grupo:	Corte:	Semestre:
Indicador de desempeño:	Siempre	A veces	Difícilmente
Asumo comportamientos y decisiones que me ayudan a lograr mis metas académicas.			
Soy consciente de mis hábitos de consumo y conductas de riesgo, favoreciendo mi salud física, mental y social.			
Puedo expresar mis ideas a través de diversos lenguajes (común, matemático, etc.).			
Utilizo las Tecnologías de la Información y Comunicación en los trabajos que lo requieren.			
Formulo hipótesis y compruebo su validez para la solución de problemas planteados en diversas asignaturas.			
Consulto diversas fuentes informativas y utilizo las más relevantes y confiables.			
Realizo trabajos donde aplico saberes de varias asignaturas.			
Me integro con facilidad a un equipo para el trabajo colaborativo.			
Respeto las opiniones, creencias e ideas de mis compañeros.			
Contribuyo con acciones para la solución de problemas ambientales de mi comunidad.			
Observaciones y retroalimentación:			

COEVALUACIÓN			
Instrucciones: Contesta honestamente, marcando con una ✓ a los siguientes cuestionamientos respecto al compañero asignado.			
Nombre del compañero:			
Asignatura:	Grupo:	Corte:	Semestre:
Indicador de desempeño:	Siempre	A veces	Difícilmente
Asume comportamientos y decisiones que contribuyen a lograr las metas del grupo.			
Lleva a cabo hábitos de consumo que favorecen su salud física, mental y social.			
Expresa sus ideas a través de diversos lenguajes (común, matemático, etc.).			
Utiliza las Tecnologías de la Información y Comunicación en los trabajos que lo requieren.			
Propone soluciones a problemas planteados en diversas asignaturas.			
Consulta diversas fuentes informativas y utiliza las más relevantes y confiables.			
Realiza trabajos donde aplica saberes de las asignaturas.			
Se integra con facilidad a un equipo para el trabajo colaborativo.			
Respeto las opiniones, creencias e ideas de los compañeros.			
Participa en acciones para la solución de problemas ambientales de su entorno.			
Observaciones y retroalimentación:			

BLOQUE II

LÍNEA RECTA

Competencias genéricas

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

CG4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

CG5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

CG8.1 Propone maneras de solucionar un problema o desarrollar un proyecto en equipo, definiendo un curso de acción con pasos específicos.

Competencias disciplinares

CDBM 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

CDBM 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

BLOQUE II**Línea recta****Propósitos del bloque**

Aplica las propiedades de la línea recta en la solución de diversas situaciones de la vida cotidiana, favoreciendo su pensamiento crítico, para la construcción de nuevos conocimientos.

Interdisciplinariedad	
Biología I	
Física I	

Ejes transversales	
Eje transversal social	
Eje transversal de la salud	
Eje transversal ambiental	
Eje transversal de habilidades lectoras	

Aprendizajes esperados

- Calcula la pendiente, el ángulo de inclinación y el ángulo entre dos rectas, promoviendo la creación de nuevos conocimientos que favorezca la toma de decisiones consciente e informada ante problemáticas cotidianas en su entorno.
- Emplea las diferentes formas de la ecuación de la recta favoreciendo su pensamiento crítico y el trabajo metódico en la resolución de situaciones del ambiente que lo rodea.

Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Lugar geométrico de la línea recta. Pendiente y ángulo de inclinación. <ul style="list-style-type: none"> • Condiciones de paralelismo y perpendicularidad. 	Describe el procedimiento para calcular la pendiente, ángulo de inclinación y ángulo entre dos rectas.	Toma decisiones de manera consciente e informada asumiendo las consecuencias.
Ángulo entre dos rectas. Formas de la ecuación de la recta. <ul style="list-style-type: none"> • Punto-pendiente. • Dos puntos. • Pendiente-ordenada al origen. • Simétrica. • General. • Normal. 	Distingue entre rectas paralelas y perpendiculares mediante el análisis de las pendientes.	Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos.
Distancia de un punto a una recta.	Reconoce estrategias para determinar la ecuación de la recta a partir de condiciones dadas. Explica el procedimiento para calcular la distancia de un punto a una recta. Representa gráficamente la recta de acuerdo a sus elementos.	Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición trabajo metódico y organizado. Favorece su propio pensamiento crítico.



Cuando se construyen rampas para que circulen sillas de ruedas, es muy importante que dichas rampas cuenten con las medidas correctas, una rampa mal construida puede traer serios problemas para la persona discapacitada que intente subirla o bajarla.

- a) Para que una rampa cuya base mide 150 cm, alcance una altura de 30 cm, ¿qué función trigonométrica te permite calcular el ángulo de elevación que deberá tener dicha rampa?
- b) Calcula dicho ángulo:

Aplicas los elementos de una recta como lugar geométrico

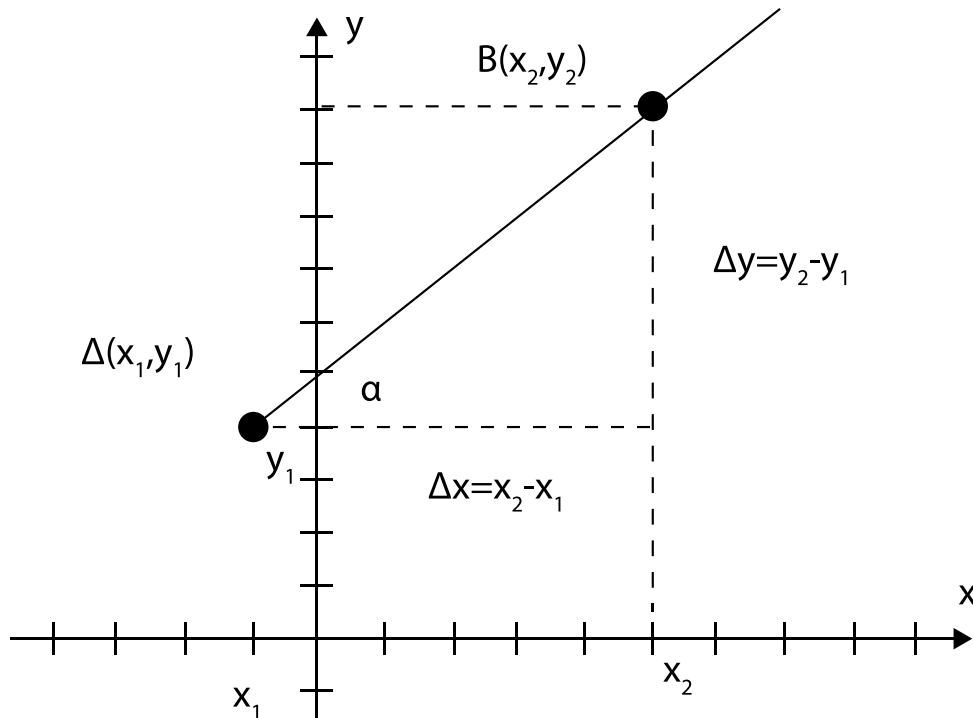
Línea recta:

Uno de los modelos más importantes en la aplicación a la ingeniería, las ciencias naturales y administrativas es el de una ecuación lineal de dos variables, además de ser la ecuación más sencilla de la geometría analítica.

Línea recta es el lugar geométrico de todos los puntos tales que tomados dos de ellos cualesquiera del lugar, el valor de la pendiente m es constante.

Pendiente y ángulo de inclinación de una recta:

Pendiente (m) de una recta es la tangente del ángulo de inclinación (α) de la recta con respecto a la horizontal, puede estar dado en valor numérico o en grados.



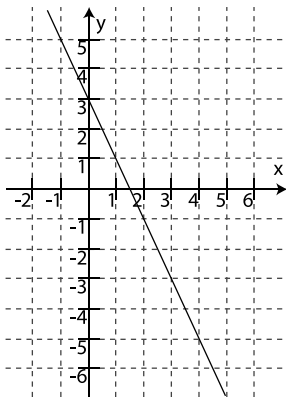
Existen pendientes positivas y negativas. Si al observar un plano cartesiano de izquierda a derecha, la recta va hacia arriba, se dice que su pendiente es positiva, si va hacia abajo se dice que es negativa.

Si la recta es horizontal la pendiente es cero, si la recta es vertical la pendiente es infinita y su ángulo de inclinación es de 90° .

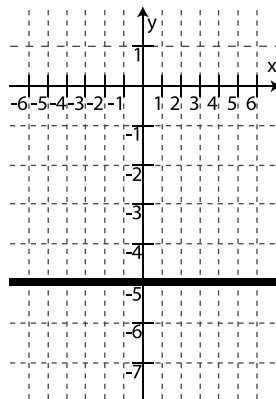
ACTIVIDAD 1 Pendientes y ángulos de inclinación.

Realizar en forma individual.

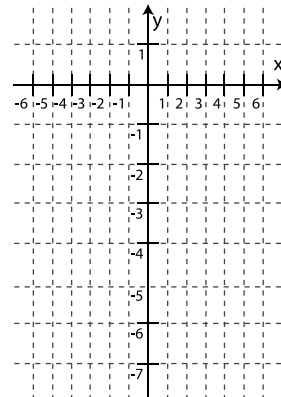
I. Identifica en cada uno de los incisos, si la recta tiene **pendiente** positiva, negativa, cero o infinita.



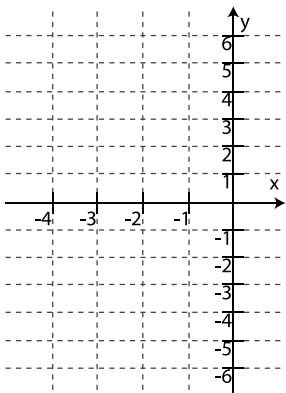
A)



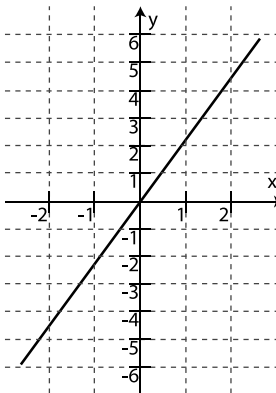
B)



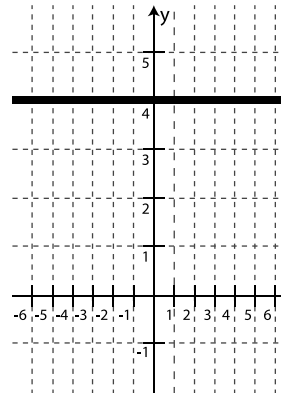
C)



D)



E)



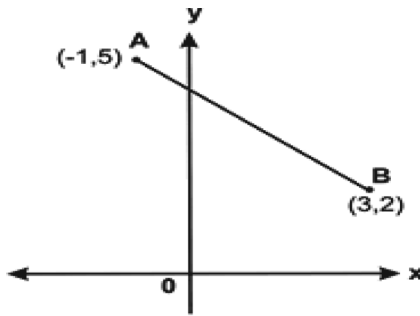
F)

II. Tracen la gráfica con los dos puntos y calculen la **pendiente** "m" y el **ángulo de inclinación** " α " de cada uno de los siguientes ejercicios.

- a) A(-2,3) y B(-6,1).
- b) C(-7, 1) y D(1,-3).
- c) E(-2, -3) y F(3,7).
- d) G(5, -1) y H(5, 4).
- e) I(4,3) y J(-2, 3).
- f) K(4,2) y L(-3,8).



III. En una unidad habitacional se requiere instalar un transformador eléctrico y se necesita un cableado desde una subestación localizada en el punto A(-1,5), hasta un punto B (3,2). Calcula la pendiente “m” y el ángulo de inclinación “α” de la recta que se forma con dichos puntos.



IV. Se presentan algunos puntos que pretenden estar sobre la misma recta pero para saber si hay colinealidad o no, hay que calcular el valor de la pendiente, ya que si sus pendientes son iguales, quiere decir que pertenecen a la misma recta. Utilizando el concepto de pendiente, demuestra que los siguientes conjuntos de puntos son colineales.

1. A (-3, 4), B (3, 2) y C (6, 1)

2. A (-7, -5), B (0, 1) y C (14, 13)

Condiciones de paralelismo y perpendicularidad

- Dos rectas son paralelas si sus pendientes son equivalentes entre sí.

$$m_1 = m_2$$

- Dos rectas son perpendiculares si la pendiente de una es equivalente al recíproco negativo de la pendiente de la otra recta.

$$m_1 = -\frac{1}{m}$$

Otra forma de enunciar esta condición es diciendo que dos rectas son perpendiculares si el producto de sus pendientes es igual a menos uno. Esto es:

$$m_1 m_2 = -1$$

Para realizar las siguientes demostraciones toma en cuenta el concepto de paralelismo y perpendicularidad entre las rectas.

ACTIVIDAD 2 Demostración de paralelismo y perpendicularidad mediante pendientes. Resolver en limpio y de manera ordenada en equipo.

I. Obtener las pendientes de las rectas que pasan por los puntos dados y determina con el valor de las pendientes si las rectas son paralelas o perpendiculares.

a) La recta A (-1, -2) y B (0, 1), con la recta C (3, -2) y D (4, 1).

b) La recta A(0, 9) y B(-4, -1), con la recta C(-1,-3) y D(-6,-1).

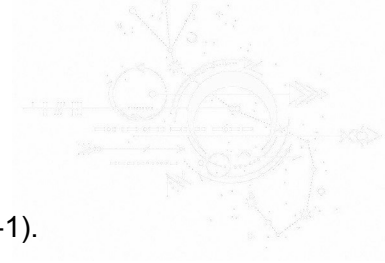
c) La recta A(-2, 8), B(-6,1), con la recta C(-2, 8), D(5, 4).

d) La recta A(-1, -5) y B(2, 1), con la recta C(1, 5) y D(-2, -1).

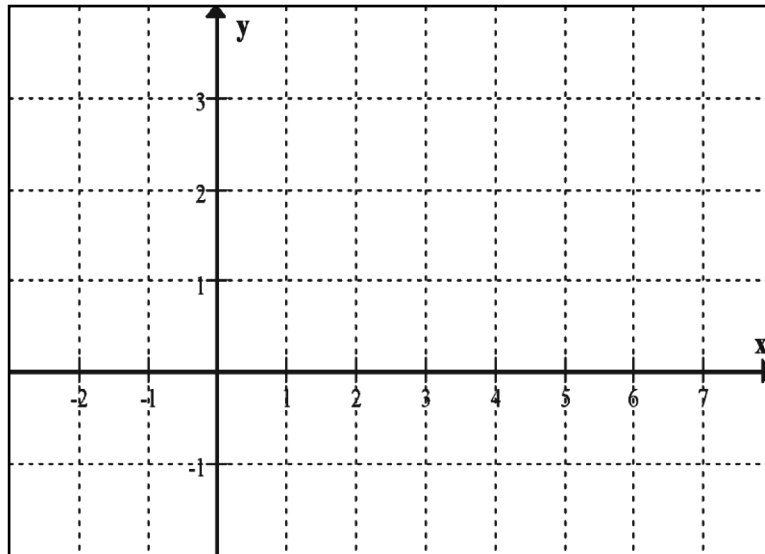
II. Demostrar **por medio de pendiente** que los puntos siguientes son los vértices de un paralelogramo:

a) A(-1, -2), B(0, 1), C(-3, 2), D(-4, -1)

b) E(-1, -5), F(2, 1), G(1, 5), H(-2, -1).



III. Grafica los siguientes puntos en un plano cartesiano: P(-2, -1), Q(6, 3), R(6,-1).



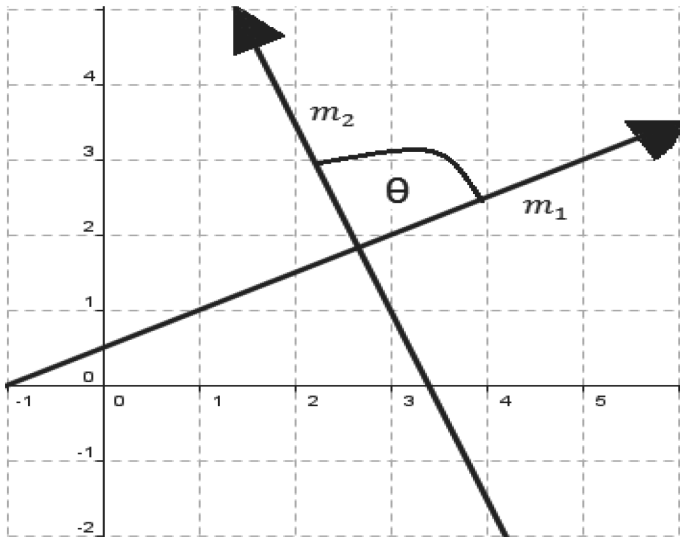
- a) ¿Qué figura se forma?
- b) ¿Cuál es el perímetro de la figura?
- c) Calcula los ángulos interiores de la figura.
- d) Indica si algún par de rectas es perpendicular _____. Justifica tu respuesta.

IV. En una empresa donde manufacturan tableros electrónicos, la inserción de cada componente en la tabla electrónica se realiza por medio de una máquina, la cual tiene las coordenadas que ubican con exactitud a cada componente electrónico. Si un resistor el cual presenta las coordenadas (7,4) y (5,3) se debe colocar con respecto a otro componente de manera perpendicular. ¿Cuál debe ser el valor de la pendiente de la línea en la cual se puede ubicar este componente?

- a) -2
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{2}$
- d) 2

Ángulo formado por dos rectas

Es el que se forma entre dos rectas que se intersecan en un punto, se mide en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj. La pendiente de la recta donde inicia el ángulo se considera m_1 y la pendiente de la recta donde termina el ángulo se considera m_2 como se muestra en la siguiente imagen:



Se calcula utilizando la fórmula:

$$\text{Tan}\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

Ejemplo: Dados los siguientes puntos de un triángulo, determina la medida de los ángulos interiores.

A(3,-2), B(4,3), C(-1,1).

Como primer paso se determinan las pendientes de cada lado del triángulo, utilizando la expresión:

$$m = \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1}$$

$$m_{AB} = \frac{3 - (-2)}{4 - 3} = \frac{5}{1} = 5$$

$$m_{BC} = \frac{1 - 3}{-1 - 4} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$$m_{AC} = \frac{1 - (-2)}{-1 - 3} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$$

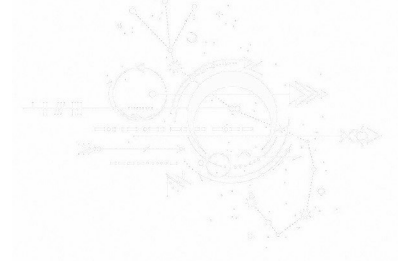
Ahora obtendremos el ángulo interior A del ΔABC , utilizando la fórmula:

$$\text{Tan}\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}$$

Se marca el ángulo A en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj, como se indica en la gráfica, tomando como m_1 en donde inicia y como m_2 donde finaliza, de manera que la $m_1 = 5$ y $m_2 = -\frac{3}{4}$. Sustituyendo en la fórmula tenemos:

$$\text{Tan}\theta = \frac{-\frac{3}{4} - 5}{1 + (5)(-\frac{3}{4})} = \frac{-\frac{3 - 20}{4}}{1 - \frac{15}{4}} = \frac{-\frac{17}{4}}{-\frac{11}{4}} = \frac{17}{11}$$





$$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{23}{11}\right)$$

$$\theta = 64^{\circ}26'$$

Ahora determinaremos el ángulo interior B, en este caso la $m_1 = \frac{2}{5}$ y $m_2 = 5$

$$\text{Tan}\theta = \frac{5 - \frac{2}{5}}{1 + \left(\frac{2}{5}\right)(5)} = \frac{\frac{25 - 2}{5}}{1 + 2} = \frac{\frac{23}{5}}{3} = \frac{23}{15}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{23}{15}\right)$$

$$\theta = 56^{\circ}53'$$

Y finalmente la medida del ángulo interior C, tomando como $m_1 = -\frac{3}{4}$ y $m_2 = \frac{2}{5}$

$$\text{Tan}\theta = \frac{\frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{4}\right)}{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)\left(\frac{2}{5}\right)} = \frac{\frac{8 + 15}{20}}{1 - \frac{6}{20}} = \frac{\frac{23}{20}}{\frac{14}{20}} = \frac{23}{14}$$

$$\theta = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{23}{14}\right)$$

$$\theta = 58^{\circ}40'$$

Recuerda que la suma de los ángulos internos de todo triángulo es igual a 180° .

ACTIVIDAD 3 Ángulos entre rectas.

Resolver de manera individual.

I. Calcular el ángulo entre dos rectas:

a) Una recta tiene pendiente igual a $-\frac{1}{2}$ y la otra igual a $\frac{3}{4}$.

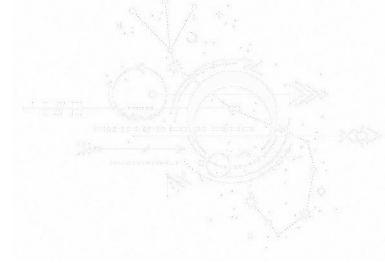
b) Una recta tiene pendiente igual a 2 y la otra igual a -4 .

c) Una recta pasa por $(2, -3)$ y $(-8, -9)$, la otra pasa por $(0, -4)$ y $(10, -6)$.

II. Para los siguientes ejercicios tendrás que construir el triángulo y encontrar cada uno de los ángulos interiores. Realiza los cálculos en el resto de la página.

a) $A(3, 2)$, $B(5, -4)$, $C(1, -2)$.

b) $P(4,2)$, $Q(0,1)$ y $R(6,-1)$



Situación didáctica:

En cierta ciudad, te cobran 35 pesos por subirte a un taxi más 5 pesos por cada kilómetro recorrido. La ecuación que representa a esta situación es $y = 5x + 35$.

Completa el cuadro y realiza la gráfica:

http://emsbasics.com/2011/06/26/the-art-of-the-transfer-part-1/taxi_cartoon/

X (km)	Y (\$)
0	
5	
10	
15	
20	



a) ¿Qué lugar geométrico está representado al unir los puntos?

Ecuaciones de la recta

Ecuación de la recta en su forma punto-pendiente

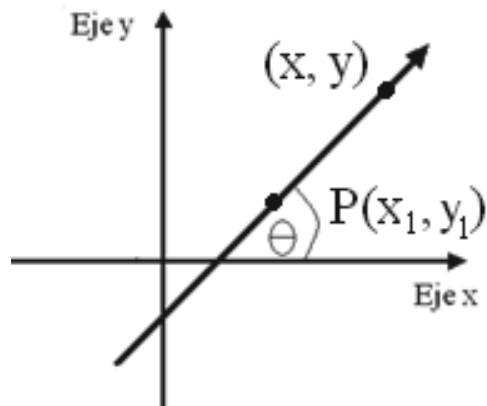
Ecuaciones de la recta

Adelantamos que la ecuación de la recta se presenta de diferentes formas, relacionada con los elementos involucrados.

Así, por ejemplo, si se pide determinar la ecuación de una recta conocidos dos de sus puntos, utilizamos la forma dos puntos; si se conoce un punto y su pendiente, recurriremos entonces a la forma de la ecuación de la recta punto-pendiente; existen algunas otras, relacionando otros elementos.

Forma punto-pendiente

Supongamos que se conoce un punto $P(x_1, y_1)$ de la recta, así como su pendiente. Sea (x, y) cualquier punto de la recta, tal como se muestra en la figura:



El punto (x, y) , a diferencia de P , no debe ser interpretado como fijo. Es decir, (x, y) es cualquier punto, cuya condición es pertenecer a la recta, independientemente de cuál se tome bajo esta condición, debido a la definición de la recta.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

De donde un reacomodo algebraico permite escribir esta igualdad de la siguiente manera:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \text{ Forma punto-pendiente}$$

La igualdad anterior es una ecuación algebraica que relaciona a las variables x e y , de tal manera que al proponer una de ellas se determina la otra a través de la ecuación. La característica de todos los puntos generados a partir de ella es pertenecer a la recta, ya que la igualdad condiciona. Por tal motivo, la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$ es la recta que pasa por $P(x_1, y_1)$ y tiene pendiente m ; o bien, la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$ representa la forma punto-pendiente de la ecuación de la recta.

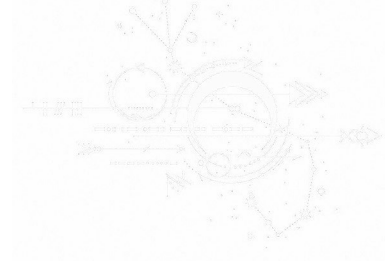
Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto P , grafica la recta a partir del punto y el valor de la pendiente.

$$P(0,2), m = 3. \text{ Sol. } 3x - y + 2 = 0.$$

Analíticamente, encontremos la ecuación de la recta:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

MATEMÁTICAS III



Sustituimos estos valores en la fórmula $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$y - 2 = 3(x - 0)$$
$$y - 2 = 3x$$

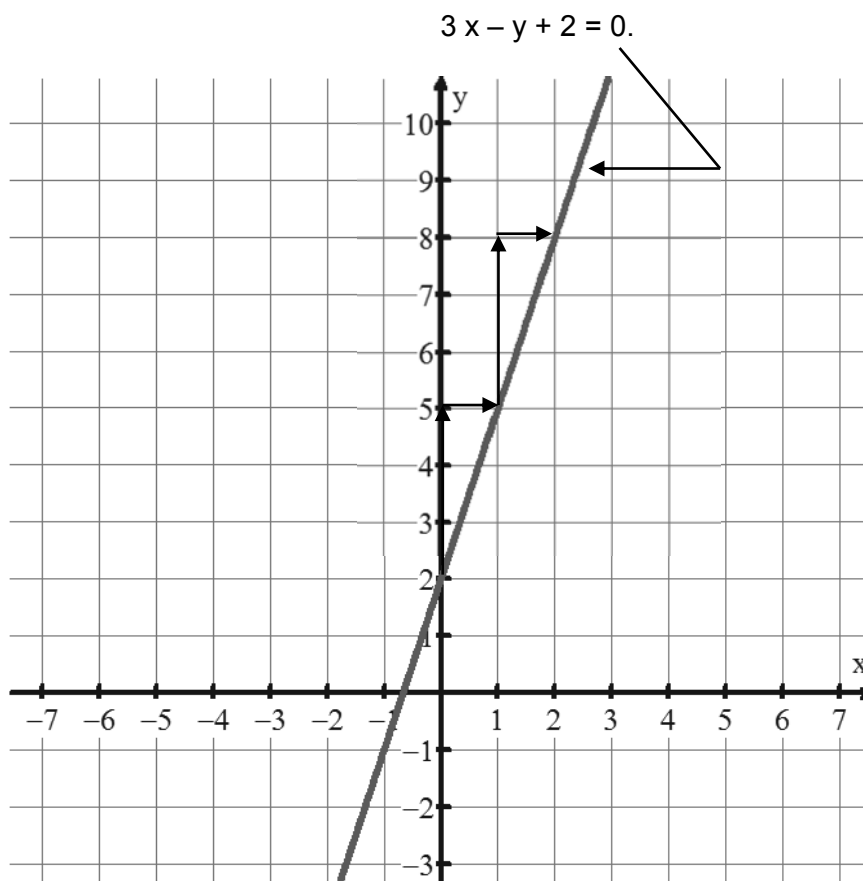
La ecuación la escribimos en su forma general, con el primer término en x positivo, de preferencia.

$$3x - y + 2 = 0$$

Ahora, geoméricamente, encontremos su gráfica en el plano cartesiano:

- Localizamos el punto (0, 2) y lo nombramos en el plano.
- Con el lápiz, nos colocamos en este punto, y a partir de aquí, nos moveremos.
- Verticalmente hacia arriba (porque el numerador es positivo) 3 unidades y de ahí se mueve horizontalmente a la derecha 1 unidad, pues la pendiente $3 = \frac{3}{1}$.

Nos queda:

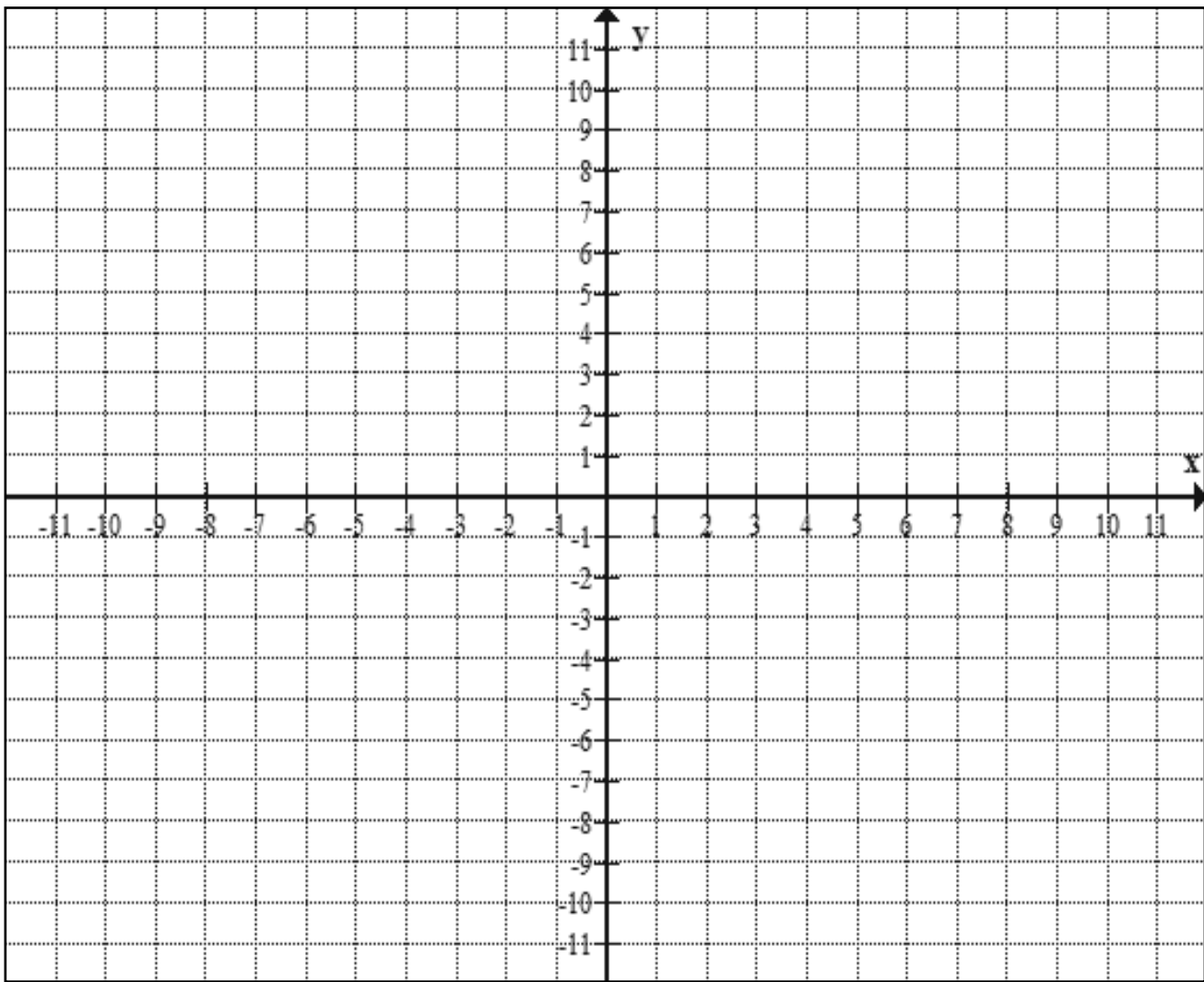


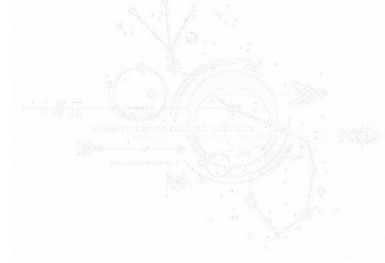
ACTIVIDAD 4 Ecuación de la recta dado un punto por el que pasa.

Resolver de manera ordenada y en limpio, en binas.

Realizar los siguientes ejercicios, de manera similar al ejemplo anterior: construye la gráfica, realiza las indicaciones en la gráfica y concluye indicando la ecuación general.

- | | | | |
|----|-------------------------------|----|--|
| a) | $P(3, -5), m = \frac{3}{4}$. | d) | $P(-5, -7), m = 0$ |
| b) | $P(0, -3), m = -2$ | e) | $P(-5, -10) \text{ y } m = -\frac{1}{2}$ |
| c) | $P(0, 4), m = \frac{1}{3}$ | f) | $P(-6, 5) \text{ y } m = -\frac{3}{4}$ |





Ecuación de la recta dados dos puntos

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

Para poder obtener la ecuación de la recta dados dos puntos, es necesario calcular la pendiente primero y posteriormente escribir la ecuación con cualquiera de los dos puntos.

Ejemplo: Calcular la ecuación de la recta con extremos en los puntos (2,-3) y (4,2).
 Nombramos los puntos como (x_1, y_1) y (x_2, y_2) , y los sustituimos en la fórmula:

$$y + 3 = \frac{2+3}{4-2} (x - 2) \quad \Longrightarrow \quad y + 3 = \frac{5}{2} (x - 2)$$

Como el 2 está dividiendo, pasa multiplicando a $y + 3$, y el 5 multiplica a $x - 2$:

$$2(y + 3) = 5(x - 2) \quad \Longrightarrow \quad 2y + 6 = 5x - 10$$

Como el término "x" (o sea 5x), ya está positivo, entonces ahora, pasamos $2y + 6$ del otro miembro de la ecuación con sus signos cambiados:

$$5x - 2y - 6 - 10 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 5x - 2y - 16 = 0.$$

NOTA: Es importante que recuerdes que siempre dejaremos al termino x con signo positivo.

ACTIVIDAD 5 Ecuación de la recta dados dos puntos.

Realizar en binas. Entregar en hojas blancas, en limpio y a tiempo.

Se presenta una serie de ejercicios donde se proporcionan los resultados a los que deberás llegar. Escribe el procedimiento correcto para llegar a la solución de cada ejercicio.

a)	b)	c)	d)	e)
(-4,1) y (3,-5).	(7,0) y (0,4).	(-5,3) y (8, - 11).	(9,12) y (-10, -13).	(0, - 9) y (14, 0).
f)	g)	h)	i)	j)
(0,0) y (5,-3)	(5,-3) y (5,2)	(-3,4) y (-3,-5).	(-5,2) y (3,2).	(4,-5) y (-6,-5).

Ecuación de la recta en su forma Pendiente – Ordenada al origen

$$y = mx + b$$

La ecuación de la recta pendiente-ordenada, se refiere a la ecuación ordinaria de la recta, es la forma que se presenta más comúnmente.

Encuentra la ecuación de la recta dada su pendiente (m) y el punto que corta al eje de las ordenadas (b), en su forma general.

Ejemplo: Escribe la ecuación de la recta dada su pendiente y ordenada

$$m = 2, \quad b = 5 \quad \text{Escribimos la ecuación: } y = mx + b$$

$$\text{Sustituimos: } y = 2x + 5$$

Para obtener su forma general, es importante considerar los siguientes puntos:

- Pasamos todo al primer miembro para igualarlo a cero: $y - 2x - 5 = 0$
- Ordenamos para dejarlo en su forma general: $-2x + y - 5 = 0$
- Como el término en x debe estar de preferencia positivo, multiplicamos todo por menos, o simplemente le cambiamos de signo a todos los términos:

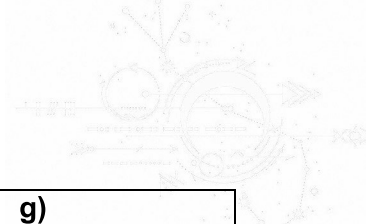
$$2x - y + 5 = 0$$

ACTIVIDAD 6 Ecuación de la recta en forma pendiente-ordenada.

Resolver de manera individual.

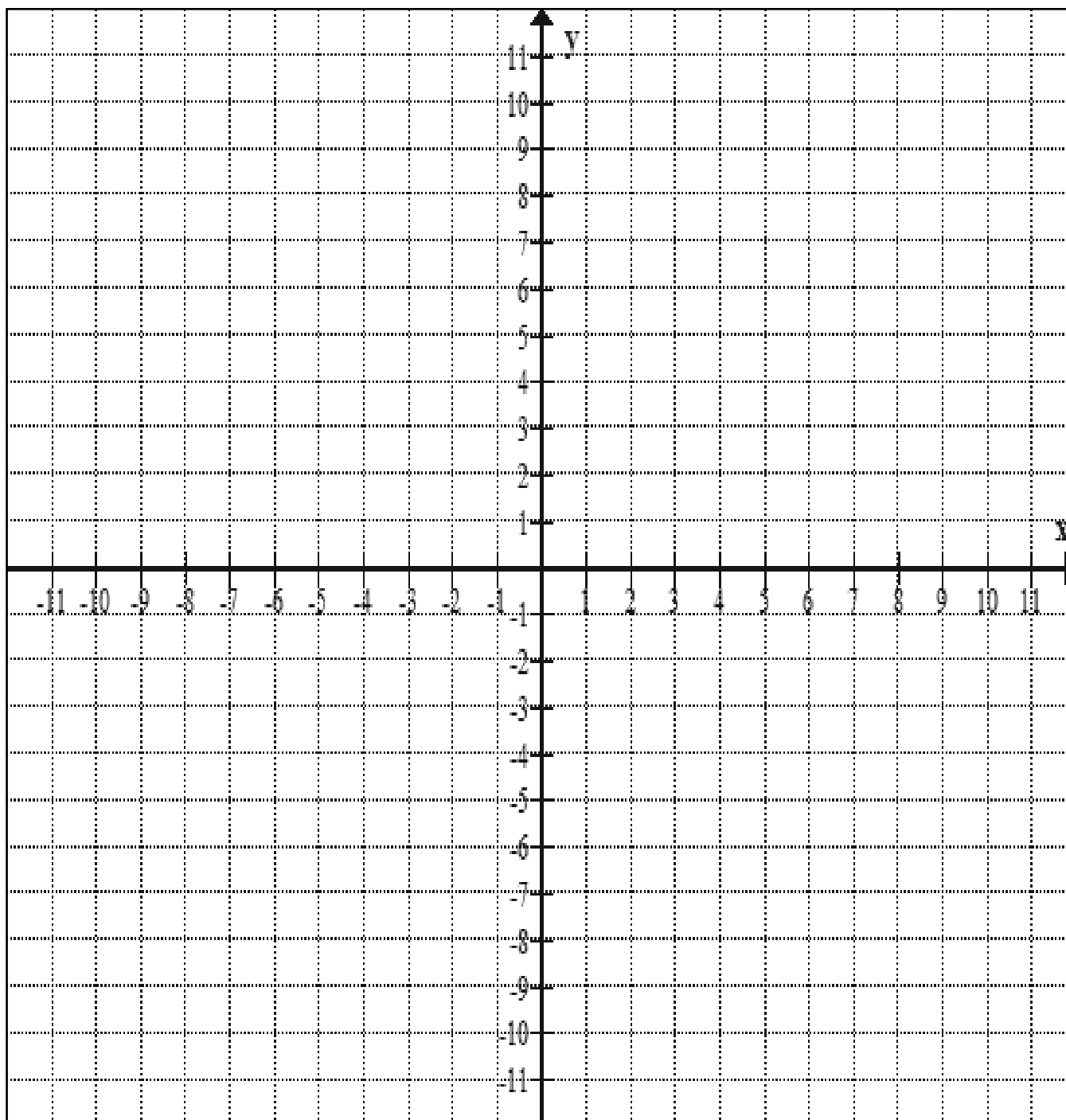
Realiza los siguientes ejercicios, siguiendo la misma secuencia para elaborarlo. (Recuerda que tienes que construir las gráficas e indicar los valores y procedimientos que se te solicitan en los ejemplos).

a)	b)	c)	d)
$m = -7$; $b = -1$	$b = 6$; $b = -9$	$m = \frac{1}{2}$; $b = 3$	$m = \frac{3}{4}$; $b = -2$



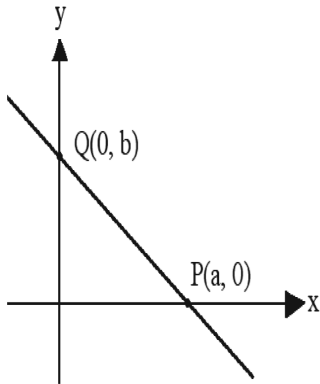
e)	f)	g)
$m = -\frac{4}{5}$; $b = -3$	$m = \frac{4}{9}$; $b = 6$	$m = \frac{3}{7}$; $b = \frac{2}{7}$

Realiza aquí tus gráficas.



Forma simétrica de la recta

Si la recta no es paralela a ninguno de los ejes y no pasa por el origen. Los interseca, en $(a, 0)$ y $(0, b)$, donde a es la abscisa en el origen y b la ordenada en el origen, tal como se muestra en la siguiente figura:



Como se tienen dos puntos, se pueden utilizar sus coordenadas en la forma dos puntos, dada por la ecuación $y - y_1 = m(x - x_1)$, sustituyendo se tiene; $y - 0 = \left(\frac{b-0}{0-a}\right)(x - a)$, se multiplican ambos miembros por a y se obtiene: $ay = -bx + ab$

$bx + ay = ab$ Finalmente si se divide por ab , resulta $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$
 $a, b \neq 0$ Que es la forma simétrica de la ecuación de la recta.

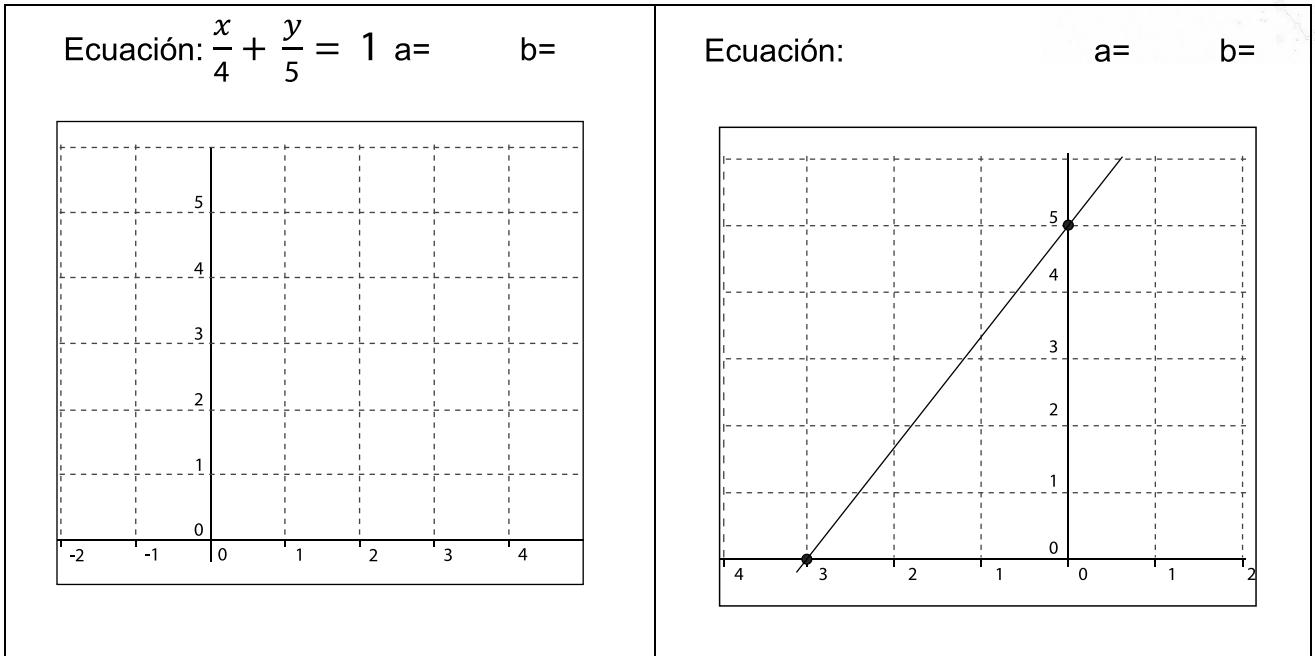
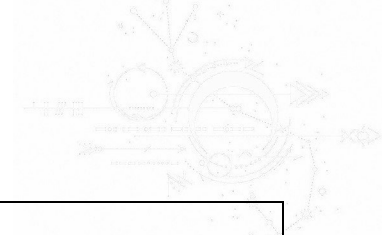
Esta forma de representar a la recta, que algunos autores llaman también la **forma de las dos intersecciones**, es particularmente útil debido a que aparecen en ella de manera explícita la abscisa en el origen, a , y la ordenada en el origen, b .

NOTA: Aunque recibe el nombre de forma simétrica de la ecuación, no significa que su grafica sea simétrica.

Ejemplos:

- I. Completa la siguiente tabla escribiendo la ecuación de la recta en su forma simétrica, o graficando, según falte:

<p>Ecuación: $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ $a=2$ $b=-3$</p>	<p>Ecuación: $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$ $a=$ $b=$</p>
--	---



Ejercicios para comprender el uso de la fórmula de la ecuación en forma simétrica.

ACTIVIDAD 7 Hallar la ecuación de la recta que pasa por las intersecciones, en la forma simétrica:

a) $a = 3, b = -5$.	b) $a = 9, b = -7$.	c) $a = -8, b = 10$.
d) $a = -11, b = -10$.	e) $a = 9, b = 6$.	f) $a = 5, b = 8$.
g) $a = -7, b = 0$.	h) $a = 0, b = 13$.	

Forma general de la recta

Todas las formas anteriores pueden ponerse bajo la forma:

$$Ax + By + C = 0$$

Donde A, B y C son números reales cualesquiera, A o B debe ser diferentes de cero y C no necesariamente debe ser cero. Si dividimos toda la ecuación entre el coeficiente B, encontramos las fórmulas siguientes:

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \text{ Donde:}$$

$$m = -\frac{A}{B} \quad a = -\frac{C}{A} \quad \text{Y} \quad b = -\frac{C}{B}$$

Recuerda que la pendiente es m; la intersección en el eje X es a, y la intersección en el eje Y es b.

Ejemplo:

I. Calcula el valor de la pendiente y las intersecciones de las siguientes ecuaciones, exprésalos en fracciones y en decimal.

a) $4x + 7y + 8 = 0$

$$m = -\frac{A}{B}$$

$$a = -\frac{C}{A}$$

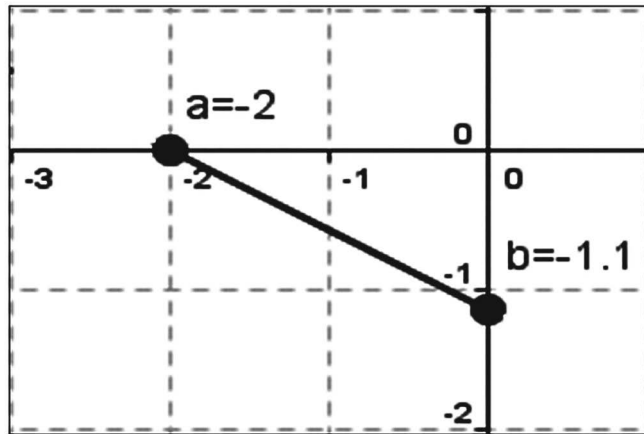
$$b = -\frac{C}{B}$$

$$m = -\frac{4}{7} = -0.57$$

$$m = -\frac{8}{4} = -2$$

$$m = -\frac{8}{7} = -1.1$$

Con los valores de las intersecciones podemos fácilmente trazar la gráficas de la recta. Como $a = -2$, en el eje X, y como $b = -8/7 = -1.1$ en el eje de las Y, y así tenemos la gráfica:



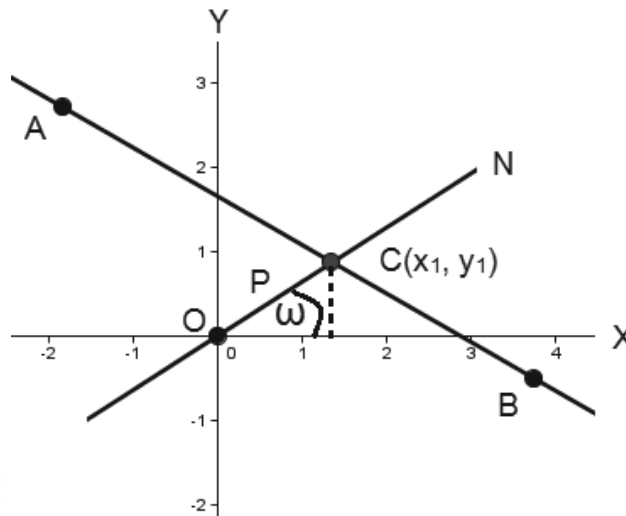
ACTIVIDAD 8

Ejercicios para practicar utilizando la ecuación de la recta general.

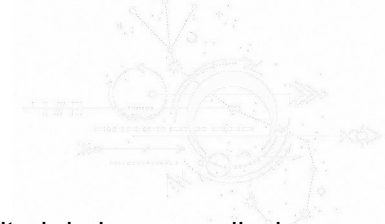
Indicaciones: Realiza los procedimientos y construye las gráficas de los siguientes ejercicios.

- a) $-8x + 9y - 2 = 0$.
- b) $3x + 8y + 90 = 0$
- c) $x + y + 1 = 0$
- d) $5x - 9y + 9 = 0$.

Ecuación normal de la recta



LÍNEA RECTA



NORMAL. Una recta también queda determinada si se conocen la longitud de la perpendicular a ella trazada desde el origen (0,0) y el ángulo que dicha perpendicular forma con el eje de las abscisas x . Sea AB la recta y ON la perpendicular desde el origen O a AB . La distancia p (parámetro) de O a AB se considera siempre positiva, cualquiera que sea la posición de AB , es decir, para todos los valores del ángulo w que la perpendicular forma con el semieje x . positivo desde O .

Tenemos la ecuación de la recta en su forma normal:

$$x \cos w + y \sin w - p = 0$$

Fórmula para convertir de la forma general a la forma normal:

$$\cos w = \frac{A}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin w = \frac{B}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}, \quad -P = \frac{C}{\pm\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Donde el signo del radical será el opuesto al de C .

Ejemplo: Reduce la ecuación a la forma Normal: $12x - 5y - 8 = 0$.

Determinemos primero el valor del factor normalizador con su signo correspondiente:

$$k = \frac{1}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{1}{\pm\sqrt{12^2+(-5)^2}} = \frac{1}{\pm\sqrt{144+25}} = \frac{1}{\pm 13} \text{ Como } C (-8) \text{ es negativo, entonces } C \text{ será positivo.}$$

Por tanto, la ecuación $12x - 5y - 8 = 0$, en su forma normal es:

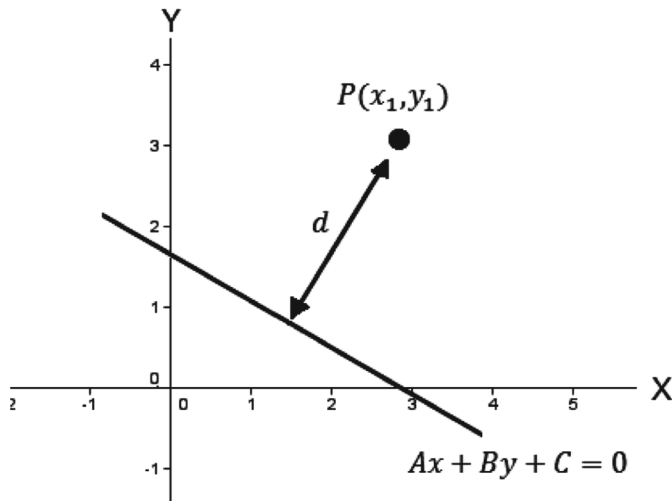
$$\frac{12}{13}x - \frac{5}{13}y - \frac{8}{13} = 0$$

✓ Con la ayuda del profesor y utilizando el ejemplo anterior construye la forma normal de la ecuación de la recta, a partir de su ecuación general:

- a) $12x - 5y - 52 = 0$
- b) $3x - 4y + 12 = 0$
- c) $3x - 4y - 24 = 0$
- d) $x - y - 4 = 0$
- e) $x - 5y - 5 = 0$

Distancia de un punto a una recta.

La distancia de un punto a una recta es la longitud de la perpendicular desde el punto $P(x_1, y_1)$ a la recta $Ax + By + C = 0$.



Fórmula para calcular la distancia de un punto a una recta.

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Para fines geométricos, utilizaremos la siguiente fórmula, donde se estudiará el signo del radical, el cual nos dará información de la colocación del punto con respecto a la recta y al punto de origen:

$$d = \frac{Ax + By + C}{\mp\sqrt{A^2 + B^2}}$$

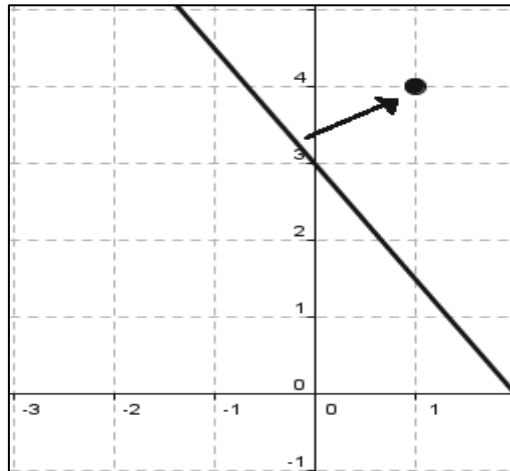
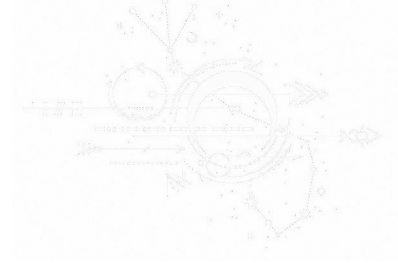
Ejemplo 1. Sea la recta $3x + 2y - 6 = 0$, y el punto $P(1, 4)$. De aquí tenemos $A = 3$, $B = 2$ y $C = -6$. Lo sustituimos en la fórmula:

$$d = \frac{3x + 2y - 6}{\mp\sqrt{3^2 + 2^2}}$$

El signo del radical será el contrario al que tenga C , como C es negativo (-6), entonces el radical será $+$:

$$d = \frac{3(1)+2(4)-6}{+\sqrt{3^2+2^2}} = \frac{5}{+\sqrt{13}} = +1.4$$

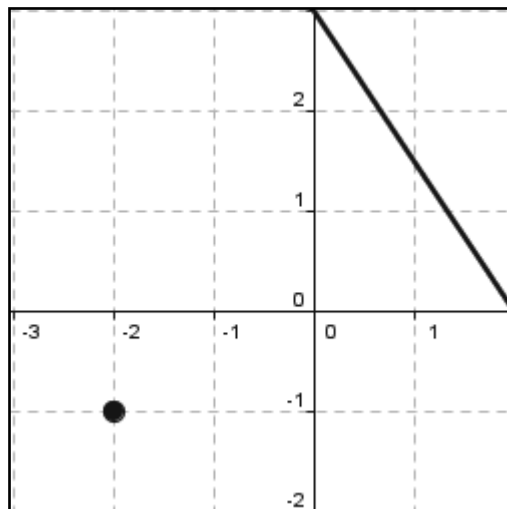
Como la distancia es positiva, nos dice que el punto $P(1, 4)$ y el origen están separados por la recta, es decir, la recta estará entre el punto P y el origen $(0, 0)$, veamos la gráfica:



Ejemplo 2: Sea la recta $3x + 2y - 6 = 0$, y el punto $P(-2, -1)$. De aquí tenemos $A = 3$, $B = 2$ y $C = -6$. Lo sustituimos en la fórmula:

$$d = \frac{3(-2) + 2(-1) - 6}{\pm\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{-6 - 2 - 6}{+\sqrt{9 + 4}} = \frac{-14}{+\sqrt{13}} = -3.9$$

Como la distancia es negativa, nos dice que el punto $P(-2, -1)$ y el punto origen $(0, 0)$ estarán del mismo lado respecto a la recta. Veamos la gráfica:



ACTIVIDAD 9 (Integradora).

Realizar en binas.

Utilicen los ejemplos que se presentaron y los que proporcionó el profesor en clase para hallar la distancia del punto a la recta en los siguientes ejercicios:

- a) $(-5, 4)$, $4x - 9y - 12 = 0$
- b) $(9, -8)$, $8x + 13y - 25 = 0$
- c) $(2, -1)$, $2x - 5y + 10 = 0$.
- d) $(3, 4)$, $2x + 5y + 10 = 0$.
- e) $(4, -1)$, $4x - 3y + 12 = 0$.

ACTIVIDAD 10 Reafirmando conocimientos.

Realizar en equipo, entregar en hojas blancas, a tiempo, de forma ordenada y en limpio.

I. Transforma de la forma simétrica a su forma general:

a. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1$

d. $\frac{x}{-11} + \frac{y}{-10} = 1$

b. $\frac{x}{9} + \frac{y}{-7} = 1$

e. $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} = 1$

c. $\frac{x}{-8} + \frac{y}{10} = 1$

f. $\frac{x}{5} + \frac{y}{8} = 1$

II. Transforma de la forma general a su forma pendiente y ordenada al origen:

- a. $3x - y + 2 = 0.$
- b. $3x - 4y - 29 = 0.$
- c. $2x + y + 3 = 0.$
- d. $x - 3y + 12 = 0.$
- e. $y + 1 = 0.$
- f. $y = 0.$
- g. $y + 7 = 0.$

III. Transforma de la forma general a la forma simétrica:

- a. $5x - 2y - 16 = 0.$
- b. $6x + 7y + 17 = 0.$
- c. $4x + 7y - 28 = 0.$

IV. Si una empresa que transporta valijas establece sus tarifas de la siguiente manera: \$ 8 por km recorrido y \$ 12 por cada valija transportada, ¿cuánto costará trasladarse 100 km con una valija?, ¿y 200 km?

a) Utilizando el procesador de textos, disponible en sus equipos portátiles, armen una tabla, similar a la que se presenta debajo, y complétenla considerando que se lleva una sola valija:

Distancia(en km)	100	150	200	250	300
Valor / precio (en \$)					

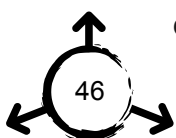
b) Expresen la fórmula de la función que relaciona la distancia en kilómetros (km) y el valor del traslado.

c) Otras empresas de la competencia tienen las siguientes tarifas:

	Valor(por km)	Valor(porvalija)	Ecuación sin valija	Ecuación con 1 valija
Empresa A	8	12	$y = 8 x$	$y = 8 x + 12$
Empresa B	4	36		

Tomado de www.educ.ar

d) Representen gráficamente las ecuaciones planteadas en la tabla anterior.



BLOQUE III

CIRCUNFERENCIA

Competencias genéricas

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

CG4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

CG4.5 Maneja las tecnologías de la información y la comunicación para obtener información y expresar ideas.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

CG8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

Competencias disciplinares

CDBM 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

CDBM 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

CDBM 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

BLOQUE III**Circunferencia****Propósitos del bloque**

Aplica el pensamiento crítico y reflexivo analizando el concepto de circunferencia y sus elementos en diferentes situaciones de su contexto, favoreciendo la comprensión a problemáticas hipotéticas a situaciones reales.

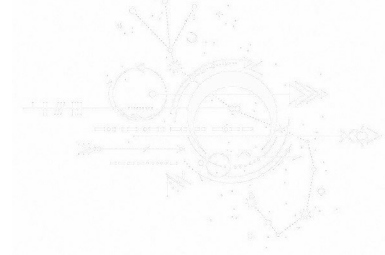
Interdisciplinariedad	
Biología I	
Física I	

Ejes transversales	
Eje transversal social	
Eje transversal de la salud	
Eje transversal ambiental	
Eje transversal de habilidades lectoras	

Aprendizajes esperados

- Aplica los conocimientos sobre la circunferencia y sus elementos, externando un pensamiento crítico y reflexivo para solucionar diferentes problemáticas de su entorno.
- Utiliza diferentes circunferencias presentes en su contexto, mostrando disposición al trabajo metódico y organizado, con la finalidad de modelar la ecuación ordinaria y transformarla a su forma general.

Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Lugar geométrico de la circunferencia. Ecuación de la circunferencia. <ul style="list-style-type: none"> • Forma ordinaria con centro en el origen y fuera de él. • Forma general. • Ecuación de la circunferencia que pasa por tres puntos. 	Identifica los elementos de la circunferencia. Infiere la ecuación que representa la circunferencia, según los elementos dados. Representa gráficamente la circunferencia y sus elementos. Distingue entre las formas de la ecuación de la circunferencia.	Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos. Externa un pensamiento crítico y reflexivo. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.



Situación didáctica:

Cuando una piedra cae de manera vertical en un lago, ésta genera una serie de circunferencias a su alrededor. Esta mañana Ana, Pedro y Alonso dejaron caer respectivamente una piedra.



La primera circunferencia que se formó con la piedra de Ana tuvo un radio de 30 cm. Pedro dice que su circunferencia tuvo como ecuación $x^2 + y^2 = 900$.

Si la circunferencia de Alonso la trazó en un sistema cartesiano de centro C(0, 0) y otro punto de la misma circunferencia fue P(20, 22).

- ¿Cuál de las tres circunferencias fue la menor?, ¿puedes justificar tu respuesta?

La circunferencia, al igual que la recta, es un lugar geométrico. Y por lo tanto, es un conjunto de puntos que cumplen ciertas propiedades o condiciones geométricas para su trazo. Las cuales serán estudiadas detenidamente en este bloque. Su aplicación es muy diversa y la podemos ver en muchos casos prácticos o situaciones reales: en la rueda de una bicicleta, en los trazos interiores de una cancha de basquetbol, algunas fuentes, edificios, reloj de pared, rueda de la fortuna, los trazos en un radar, etc.

¿Qué rectas pueden trazarse en una circunferencia?

Elementos de la Circunferencia

El **radio** es un segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.

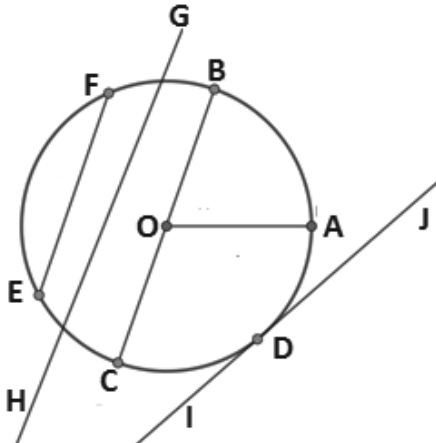
Una **cuerda** es un segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia; cuando la cuerda pasa por el centro de la circunferencia se denomina **diámetro**.

Una **secante** es una recta que corta a la circunferencia en dos de sus puntos.

Una **tangente** es una recta que toca a la circunferencia en un solo punto

Estos elementos son imprescindibles para entender la ecuación de una circunferencia, para el trazo de su gráfica y en la solución de problemas relacionados con la circunferencia.

ACTIVIDAD 1 En el siguiente esquema relaciona estos elementos anotado su nombre.



- OA _____
- BC _____
- D _____
- EF _____
- GH _____
- IJ _____

LAS CÓNICAS.

La circunferencia es una sección **cónica**, pero, ¿cómo se obtiene?, ¿por qué es cónica?

ACTIVIDAD 2 Realiza una investigación bibliográfica o de alguna fuente electrónica en la que obtengas información sobre las cónicas, toma en cuenta las siguientes preguntas para tu trabajo y realiza las actividades indicadas.

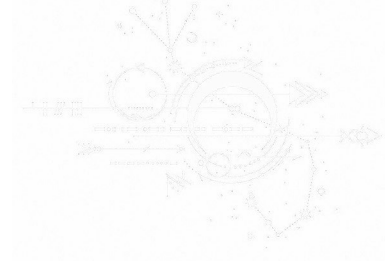
- a) ¿Qué es una sección cónica?
- b) ¿Cuáles son las cuatro cónicas obtenidas?
- c) ¿Cómo se llama la cónica que se obtiene al cortar un cono con un plano oblicuo al eje de la superficie cónica?
- d) Para obtener una parábola, ¿cómo debe ser el plano que corte al cono?
- e) ¿Qué es una circunferencia?
- f) ¿Qué se obtiene al cortar un cono circular recto doble con un plano paralelo al eje de la superficie cónica?

Escribe una breve reseña sobre Apolonio de Perga (de media a una cuartilla) en la que expliques, ¿quién fue Apolonio?, ¿dónde nació?, ¿con qué otro nombre se le conoció?, ¿dónde estudio?, ¿cuál fue su obra escrita más importante?, ¿cuáles cónicas conoció?

En tu trabajo de investigación incluye al menos tres dibujos en donde se muestre cada una de las cónicas, indicando algunas aplicaciones donde aparezcan y haz una breve explicación de ellas.

Anota el nombre de la cónica que corresponda a la ecuación dada.

- a) $x^2 + y^2 = r^2$ _____
- b) $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$ _____
- c) $x^2 + y = 0$ _____

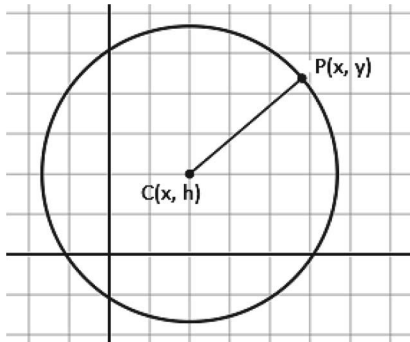


d) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ _____

e) $y^2 = 4px$ _____

f) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ _____

LA CIRCUNFERENCIA



La circunferencia es el lugar geométrico de todos los puntos en el plano $P(x, y)$ que son equidistantes de un punto fijo llamado centro.

Cualquier segmento de recta cuyos extremos sea un punto de la circunferencia y su centro se llama radio.

La ecuación de la circunferencia con centro en el origen en su forma general es:

$$x^2 + y^2 - r^2 = 0$$

En su forma ordinaria: $x^2 + y^2 = r^2$

Ejemplo:

Escribe la ecuación de una circunferencia que tiene centro en el origen y radio igual a 5.

Datos	Fórmula	Sustitución
C(0,0)	$x^2 + y^2 = r^2$	$x^2 + y^2 = 5^2$
r = 5		$x^2 + y^2 = 25$ Forma ordinaria
		$x^2 + y^2 - 25 = 0$ Forma General de la ecuación

ACTIVIDAD 3 Determina la ecuación ordinaria y general de las circunferencias con centro en el origen y que satisface las siguientes condiciones.

- a) $r = 4$
- b) $r = \sqrt{7}$
- c) pasa por el punto P(3, 4)
- d) su diámetro es 8
- e) pasa por el punto P(4, - 3)
- f) Su diámetro está definido por los puntos A(3, 3) y B(-3, - 3)
- g) Es tangente a la recta $x + y - 4 = 0$

- Identifica radio y el centro de la circunferencia que tiene como ecuación $x^2 + y^2 = 49$
- Identifica radio y el centro de la circunferencia que tiene como ecuación $3x^2 + 3y^2 - 25 = 0$

Situación didáctica:

En un fraccionamiento residencial se tiene un área verde de forma circular de 50 m de radio, en la cual, en el centro se halla una fuente, también de forma circular de área 25π m². Determina las ecuaciones tanto de la plaza como de la fuente.

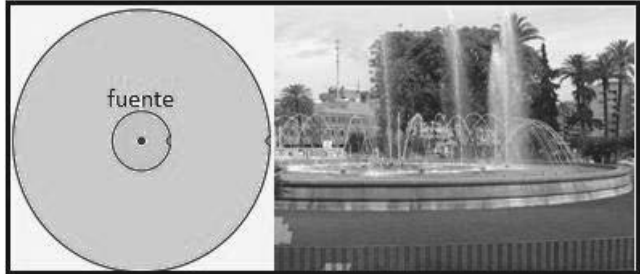
¿Qué área tiene la zona de pasto de la plaza?

Ecuación de la circunferencia de la plaza:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 2500$$

$$x^2 + y^2 - 2500 = 0$$



Como el área de la fuente se conoce, a partir de ella se calcula el radio:

$$A = \pi(r)^2$$

$$25\pi = \pi(r)^2 \quad \text{Por lo que su ecuación es: } x^2 + y^2 = 25$$

$$r = \sqrt{25}$$

$$r = 5$$

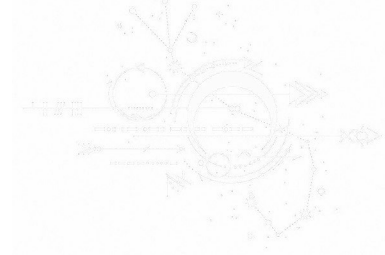
Para calcular el área de la zona de pasto se considera la fórmula de una corona circular:

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$

$$A = \pi(50^2 - 5^2) = 7775.44m^2$$

ACTIVIDAD 4 Resolver problemas.

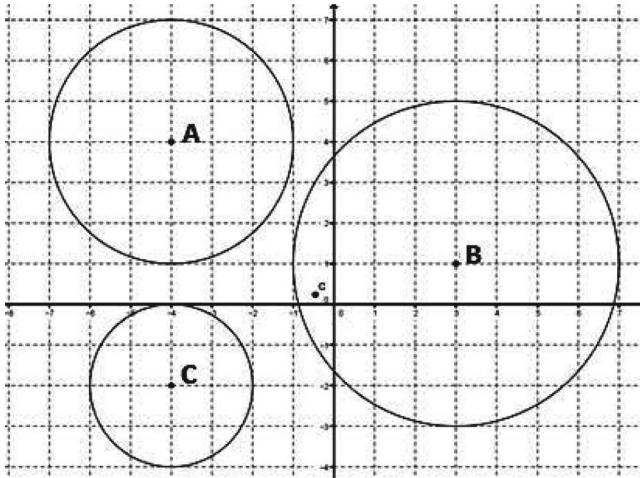
- ¿Cuál es el lugar geométrico descrito por la trayectoria de un avión que se mantiene sobrevolando la ciudad de Tijuana a una distancia constante de 5 km de la torre del aeropuerto, esperando instrucciones para su aterrizaje?
- En la pantalla de un radar se encuentran localizadas dos avionetas girando alrededor de una pista de aterrizaje. Se observa que sus coordenadas son puntos del diámetro de la circunferencia descrita. ¿Cuál es la ecuación de la trayectoria de las avionetas si se encuentran en los puntos A(1, 3) y B(-1, -3)?
- Un perro se encuentra amarrado en el centro de un lote a una estaca que le permite moverse libremente en forma circular. Si la cadena estirada completamente le permite llegar a una pared que se encuentra a 7 metros de distancia, ¿cuál es la ecuación que describe su trayectoria circular?



Circunferencia con centro fuera del origen.

ACTIVIDAD 5

Observa las circunferencias colocadas en el plano cartesiano y responde:



1) ¿En qué coordenadas se encuentra ubicado el centro de cada una de las circunferencias?

A(,)

B(,)

D(,)

2) ¿Cuánto mide el radio de cada una de las circunferencias?

RA =

RB =

RC =

Ecuación ordinaria y general de una circunferencia con centro fuera del origen.

La ecuación de una circunferencia con centro fuera del origen es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2, \text{ siendo el centro de la circunferencia } C(h, k), \text{ radio} = r$$

La forma ordinaria se puede desarrollar y presentar en la denominada ecuación general, de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} (x - h)^2 + (y - k)^2 &= r^2 \\ x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 &= r^2 \\ x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 &= 0 \end{aligned}$$

A fin de no escribir tantas letras se puede realizar las siguientes situaciones:

Tomamos $-2h = D$, $-2k = E$, $h^2 + k^2 - r^2 = F$, obtenemos entonces la ecuación:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Ejemplo 1:

Determina la ecuación de la circunferencia que tiene centro en el punto $C(-4, 3)$ y radio es $r = 3$.

Datos

$C(-4, 3)$

$r = 3$

Fórmula

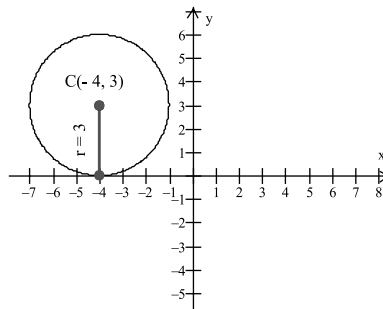
$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Sustitución

$$(x - (-4))^2 + (y - 3)^2 = (3)^2$$

Procedimiento:

$$\begin{aligned} (x - h)^2 + (y - k)^2 &= r^2 \\ (x - (-4))^2 + (y - 3)^2 &= 3^2 \\ x^2 + 8x + 16 + y^2 - 6y + 9 &= 9 \\ x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 &= 0 \end{aligned}$$



Ejemplo 2:

a) Encuentra la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en $C(-3, 4)$ y pasa por el punto $A(5, -1)$.

Cálculo del radio mediante distancia entre 2 puntos
Procedimiento.

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$$

$$(x-(-3))^2 + (y-4)^2 = \sqrt{89}^2$$

$$x^2 + 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = 89$$

$$x^2 + y^2 + 6x - 8y - 64 = 0$$

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ r &= \sqrt{(5 - (-3))^2 + (-1 - 4)^2} \\ r &= \sqrt{(5 + 3)^2 + (-5)^2} \\ r &= \sqrt{8^2 + 25} \\ r &= \sqrt{64 + 25} \\ r &= \sqrt{89} \end{aligned}$$

Ejemplo 3:

b) Hallar la coordenada del centro y la medida del radio de la circunferencia que tiene como ecuación:

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y + 30 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 10y + 30 = 0$$

$$(x^2 - 6x) + (y^2 + 10y) = -30$$

$$\begin{aligned} (x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 10y + 25) \\ = -30 + 9 + 25 \end{aligned}$$

$$(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 4$$

Ecuación dada

Agrupando términos "x" y "y"

Completando el cuadrado en "x" y "y"

Factorizando y simplificando.

La circunferencia tiene centro en $C(3, -5)$ y radio $r = 2$.

ACTIVIDAD 6

Circunferencia con centro fuera del origen.

Realiza en limpio y de forma ordenada en equipo.

1. Determina la ecuación general de la circunferencia que satisface las siguientes condiciones:

- Centro en $(4, -1)$ y pasa por el punto $(-1, 3)$
- Centro en $(-3, 4)$ y pasa por el punto $(6, 2)$
- Centro en $(2, -3)$ y es tangente al eje de las abscisas.
- Centro en $(-4, 3)$ y es tangente al eje de las ordenadas.
- Tiene su centro en el punto de intersección de las rectas $x + 3y = -3$, $x + y = -1$, y su radio es igual 6.
- Los extremos de su diámetro son los puntos $A(-5, 3)$ y $B(3, 1)$.

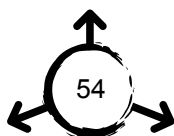
- Si una circunferencia tiene su centro en $(-2, -2)$ y pasa por el punto $(1, -2)$, ¿cuál es su ecuación?

a) $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 3$

c) $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$

b) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3$

d) $(x + 2)^2 + (y + 2)^2 = 9$





2. Relaciona las siguientes gráficas con la ecuación de la circunferencia correspondiente, escribiendo cada inciso en el paréntesis.

<p>a)</p>	<p>b)</p>
<p>c)</p>	<p>() $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 16$</p> <p>() $x^2 + y^2 = 16$</p> <p>() $(x - 4)^2 + (y + 2)^2 = 16$</p>

3. Escribe en forma desarrollada (forma general) las siguientes ecuaciones de las circunferencias que están en su forma ordinaria, determinando sus elementos, la coordenada del centro y la medida del radio.

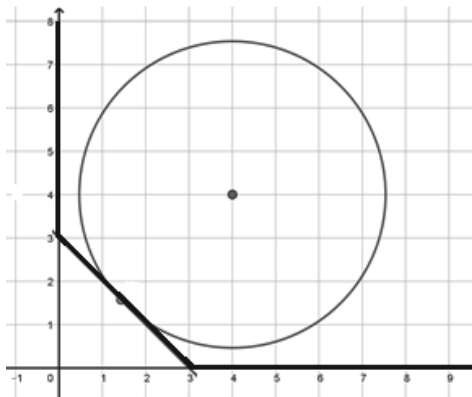
- a) $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 - 25 = 0$
- b) $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 3$
- c) $x^2 + (y + 5)^2 = 4$
- d) $(x + 2)^2 + y^2 - 36 = 0$
- e) $(x + 4)^2 + (y - 9)^2 = 40$

4. De las siguientes ecuaciones de la circunferencia en su forma general conviértela a la forma ordinaria y encuentra la coordenada del centro y la medida del radio.

- a) $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 11 = 0$
- b) $x^2 + y^2 - 16 = 0$
- c) $x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$
- d) $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 24 = 0$
- e) $x^2 + y^2 - 6y - 55 = 0$

5. Contesta lo siguiente:

- El servicio sismológico de Baja California detectó un sismo en el valle de Mexicali e indicó que su epicentro se localizó a 50 km al Este y 30 km al Sur del centro de la ciudad de Mexicali con un radio de 20 km a la redonda. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que afectó el sismo? Indica si el sismo afectó a la ciudad de Mexicali.
- El radar de un avión registra la trayectoria de un ciclón. Si el centro del ciclón está localizado en $C(2, 4)$ y cada anillo concéntrico de la imagen del radar tiene una unidad de ancho, determina la ecuación de la tercera circunferencia que encierra la mayor parte del ciclón.
- Un aspersor es localizado en una de las esquinas de un jardín, como se muestra en la figura, de manera que alcanza a tocar una de las tres paredes. Si el aspersor se encuentra 4 metros de distancia de dos de las paredes, ¿cuál es la ecuación de la circunferencia que describe su movimiento?



Ecuación de la circunferencia conocidos tres puntos.

Ejemplo: Encuentra la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(5, 3)$, $B(6, 2)$ y $C(3, -1)$. Ya que la circunferencia pasa por los puntos A, B y C, éstos deben de satisfacer la forma general de las circunferencias:

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Sustituyendo cada punto:

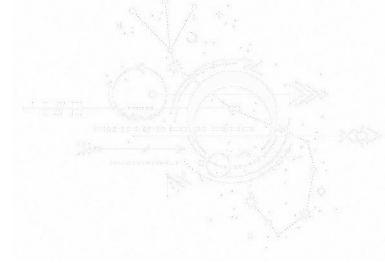
$$\begin{array}{ll} (5)^2 + (3)^2 + 5D + 3E + F = 0 & 1) \quad 5D + 3E + F = -34 \\ (6)^2 + (2)^2 + 6D + 2E + F = 0 & 2) \quad 6D + 2E + F = -40 \\ (3)^2 + (-1)^2 + 3D + (-1)E + F = 0 & 3) \quad 3D - E + F = -10 \end{array}$$

Resolviendo el sistema por el método de determinantes:

$$d = \begin{vmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (10 - 6 + 9) - (18 - 5 + 6) = 13 - 19 = -6$$

Ahora calculemos cada una de las incógnitas:

$$D = \frac{\begin{vmatrix} -34 & 3 & 1 \\ -40 & 2 & 1 \\ -10 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{(-68 + 40 - 30) - (-120 + 34 - 20)}{-6} = \frac{-58 - (-106)}{-6} = \frac{48}{-6} = -8$$



$$E = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -34 & 1 \\ 6 & -40 & 1 \\ 3 & -10 & 1 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{(-200 - 60 - 102) - (-204 - 50 - 120)}{-6} = \frac{-362 - (-374)}{-6} = \frac{12}{-6} = -2$$

$$F = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 3 & -34 \\ 6 & 2 & -40 \\ 3 & -1 & -10 \end{vmatrix}}{-6} = \frac{(-100 + 204 - 360) - (-180 + 200 - 204)}{-6} = \frac{-256 - (-184)}{-6} = \frac{-72}{-6} = 12$$

Con los datos obtenidos, la ecuación de la circunferencia es:

$$x^2 + y^2 - 8x - 2y + 12$$

ACTIVIDAD 7 Ejercicio en binas a entregar en hojas blancas y a tiempo.

A) Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por los siguientes puntos:

- a) A(3, 2), B(5, 4), C(- 4, 1)
- b) A(- 2, 1), B(4, 3), C(1, - 1)
- c) A(- 1, - 2), B(- 3, 5), C(3 , 2)

B) La televisora XHPG necesita instalar una torre de transmisión que brinde servicio a Puebla, Tlaxcala y Jalapa. Calcula la ecuación de la circunferencia que forma la onda de trasmisión y que pasa por las ciudades, si sus coordenadas son Puebla P(- 2, - 4), Tlaxcala T(10, 4) y Jalapa J(8, - 3).

C) Una marca de neumáticos producirá llantas especiales para las bicicletas tipo montaña, pero se necesita conocer la ecuación de la circunferencia de la llanta. Si ésta se sitúa en un plano de coordenadas, la circunferencia pasa por los puntos A(5, 3), B(2, 0) y C(7, 1).



D) Encuentra la ecuación de la circunferencia circunscrita en el triángulo cuyos vértices son los puntos:

- a) A(1, 5); B(7, -1) y C(13, 11)
- b) A(- 4, -1); B(12, 7) y C(- 10, 11)

Referencias:

Geogebra. (2014). geogebra.org. Retomado de: <http://www.geogebra.org/cms/es/>

González, J. (2007). *Trigonometría*.

Retomado de Ecuaciones de la circunferencia:

http://prof-gonzales-trigonometria.blogspot.mx/2007/07/blog-post_5225.html
matematicatuya.com (Director). (2011).

Ecuación de la circunferencia. Forma canónica

Retomado de: <http://www.youtube.com/watch?v=HG YMfv7OW1A>

Profesor en línea. (2014). *Ecuación de la circunferencia*. Retomado de:

profesor en línea: http://www.profesorenlinea.cl/geometria/Ecuacion_Circunferencia.html

Profesor en línea. (2014). *Elementos de la circunferencia y del círculo*.

Retomado de:

Profesor en línea: <http://www.profesorenlinea.cl/geometria/CirculoCircunfelementos.htm>

BLOQUE IV

PARÁBOLA

Competencias genéricas

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

CG4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

CG7.3 Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

8. Participa y colabora de manera efectiva en equipos diversos.

CG8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.

Competencias disciplinares

CDBM 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 2 . Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

CDBM 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

CDBM 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.

CDBM 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

BLOQUE IV**Parábola****Propósitos del bloque**

Propone soluciones creativas mediante el análisis de la parábola y sus elementos; aplicándolas a situaciones cotidianas de su entorno.

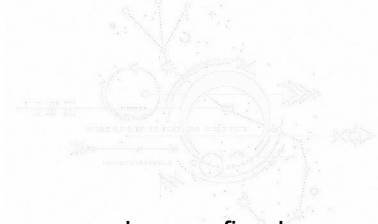
Interdisciplinariedad	
Biología I	
Física I	

Ejes transversales	
Eje transversal social	
Eje transversal de la salud	
Eje transversal ambiental	
Eje transversal de habilidades lectoras	

Aprendizajes esperados

- Construye mediante la parábola y sus elementos soluciones creativas a problemáticas del medio que lo rodea.
- Convierte de la ecuación ordinaria a la general, de manera crítica y reflexiva para representar y trazar parábolas presentes en su contexto.

Conocimientos	Habilidades	Actitudes
<p>Lugar geométrico de la parábola.</p> <p>Definición, elementos y trazado de la parábola.</p> <p>Ecuación de la parábola.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ecuación ordinaria de parábolas verticales y horizontales con vértice en y fuera del origen. • Ecuación general de la parábola. 	<p>Distingue los elementos y características de la parábola.</p> <p>Analiza la ecuación que representa la parábola, según los elementos conocidos.</p> <p>Explica mediante la representación gráfica la parábola y sus elementos.</p> <p>Representa gráficamente la parábola utilizando sus elementos.</p> <p>Discrimina el uso de las formas de la ecuación de la parábola.</p>	<p>Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos.</p> <p>Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.</p> <p>Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.</p> <p>Aporta ideas en la solución de problemas promoviendo su creatividad.</p>



En este bloque comenzarás el estudio de la parábola, un lugar geométrico que ya has graficado pero que ahora analizarás sus elementos: foco, vértice, directriz y lado recto. Reconocerás cuando se trata de una parábola horizontal o vertical. Obtendrás sus ecuaciones a partir de estos elementos y también al contrario, obtener sus elementos partiendo de la ecuación, ya sea la general o la ordinaria. Finalmente, podrás entender la importancia que tiene la parábola, pues está relacionada con movimientos de objetos, con la construcción de estructuras y hasta con el simple hecho de cambiar de canal en tu televisión.

La parábola

Situación didáctica

¿Has escuchado de la famosa comba que un jugador puede hacer con el balón? ¿Y qué pasa con el lanzamiento de un balón de futbol americano o en el golf? ¿Y en los clavados? De manera cotidiana hemos escuchado el término parábola: la bola bateada por un jugador de béisbol sigue una trayectoria en forma de parábola hasta llegar al jardinero que la atrapa, el balón de basquetbol sigue una parábola hacia la canasta, la antena de recepción de señal de televisión es de forma parabólica, los faros de un automóvil, los anteojos, y los reflectores que sirven para concentrar la luz o para reflejarla son igualmente parabólicos. De aquí la importancia de analizar esta sección curva que tiene tantas aplicaciones prácticas.



El uso de parábolas en la arquitectura

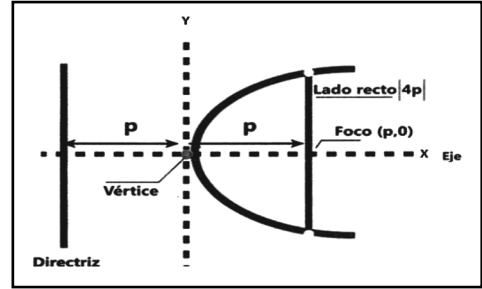
El arco más simple de mayor resistencia es el de forma parabólica. Esta propiedad ha sido utilizada en arquitectura e ingeniería desde la antigüedad para construir puentes, túneles y acueductos resistentes.

The Gateway Arch en San Luis Missouri, E. U.	Reloj monumental Tijuana, Baja California, México.	Puente Pía María, en Oporto Portugal.

¿Cómo será posible que el hombre pueda lograr esas formas en la construcción? ¿Qué medidas deben tomar los arquitectos o ingenieros? ¿Cómo trazarían la parábola en papel para hacer el modelo? ¿Cuáles datos son importantes para trazar una parábola?

Podemos definir a la **parábola** como el lugar geométrico de todos los puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado foco y una recta fija llamada directriz.

En la parábola, un punto se mueve en el plano de tal manera que su distancia a la recta fija, situada en el plano, es siempre igual a su distancia de un punto fijo del plano y que no pertenece a la recta.



Por definición si el punto **P** pertenece a la parábola, la distancia de los segmentos PD y PF es la misma, de donde se concluye que la distancia del vértice a la directriz es la misma que del vértice al foco. A la distancia del vértice al foco o del vértice a la directriz, se le conoce como parámetro **p**, o distancia focal. El segmento de recta que pasa por el foco y es perpendicular al eje de la parábola se le conoce como lado recto y determina la amplitud de ella (ancho focal). El lado recto puede determinarse mediante la expresión: $LR = 4p$, lo que significa que la longitud del lado recto es siempre 4 veces la distancia focal.

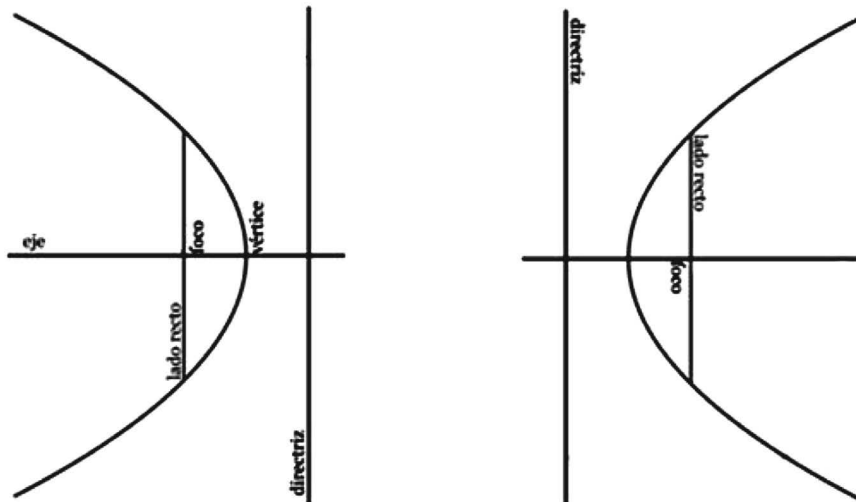
La parábola en el plano cartesiano:

La parábola en el plan cartesiano se puede encontrar con su vértice en el origen o fuera de él, en posición horizontal o vertical, y cada una de sus posiciones determinará su ecuación.

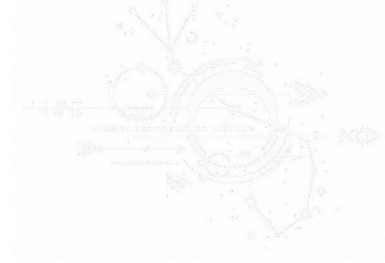
Parábola con vértice en el origen

Si la parábola tiene su eje de simetría **paralelo al eje "x"**, sus ecuaciones son:

Parábola Horizontal

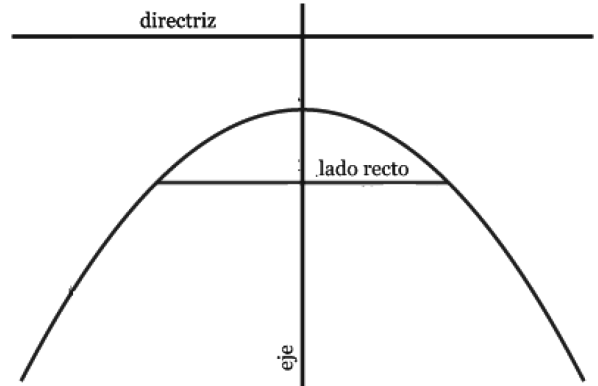
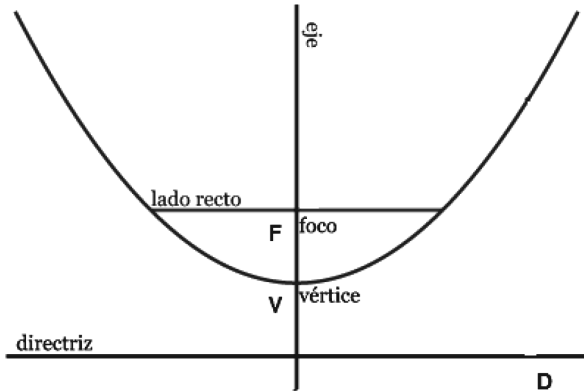


$y^2 = \pm 4px$ Considerando que el vértice es $V(0, 0)$, Foco $(p, 0)$ y directriz $x = -p$

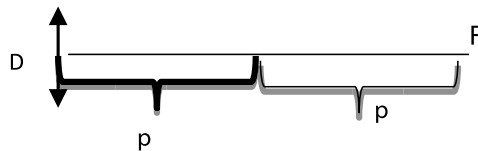


Si la parábola tiene su eje de simetría **paralelo al eje "y"**, sus ecuaciones son:

Parábola Vertical



$y^2 = \pm 4px$ Considerando que el vértice es $V(0, 0)$, Foco $(0, p)$ y directriz $y = -p$



Las distancias del vértice al foco es la misma que la del vértice a la directriz.
 La distancia del foco a la directriz es el parámetro.
 En todas las parábolas el ancho focal es el doble del parámetro.

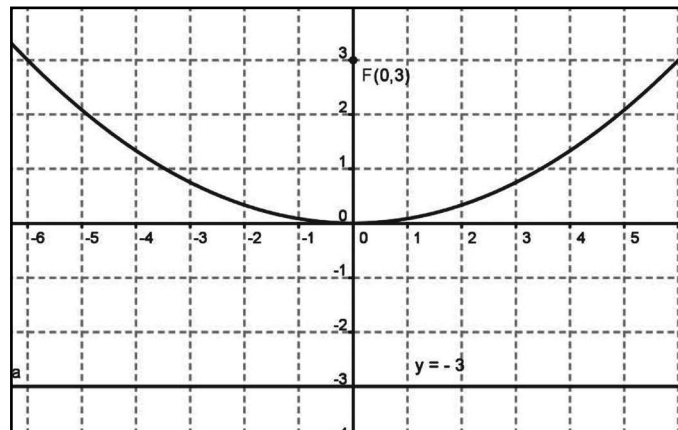
parámetro	Ancho Focal
2p	4p

Para referirnos a la distancia entre el vértice y el foco utilizaremos la letra **p**.
 En todas las parábolas el ancho focal es 4 veces el valor de **p**.

Ejemplos:

1.- Determina el foco y la directriz de la parábola cuya ecuación es $x^2 = 12y$

Solución: Como la ecuación es del tipo $x^2 = 4py$, significa entonces que la parábola es vertical y abre hacia arriba. Comparando ambas ecuaciones se tiene que $4p = 12$, de donde $p = 3$.



Tanto el foco como la directriz están a una distancia “ $p = 3$ ” del vértice $V(0, 0)$, por lo que el foco es $F(0, 3)$ y la directriz es $y = -3$.

2.- Obtén todos los elementos y construye la gráfica de la parábola $2x^2 + 8y = 0$.

Solución: La ecuación $2x^2 + 8y = 0$ la transformamos al tipo $x^2 = 4py$

$$2x^2 = -8y$$

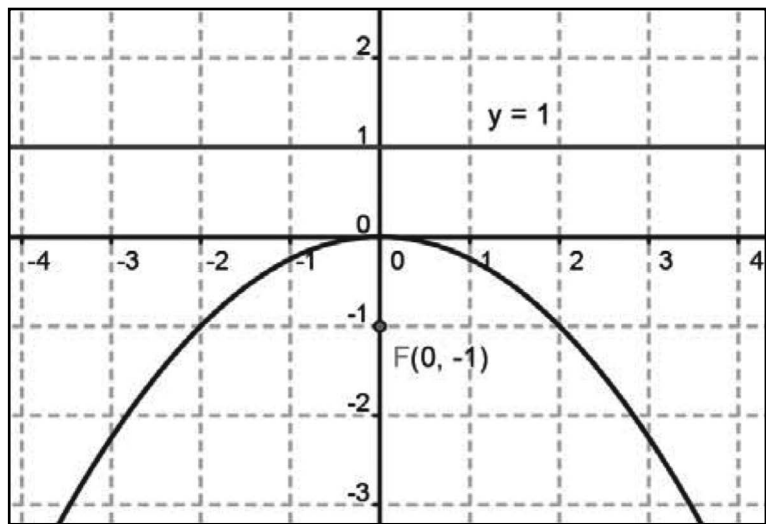
$$x^2 = \frac{-8}{2}y$$

$$x^2 = -4y$$

de donde lado recto $LR = 4p = 4$,
entonces $p = 1$

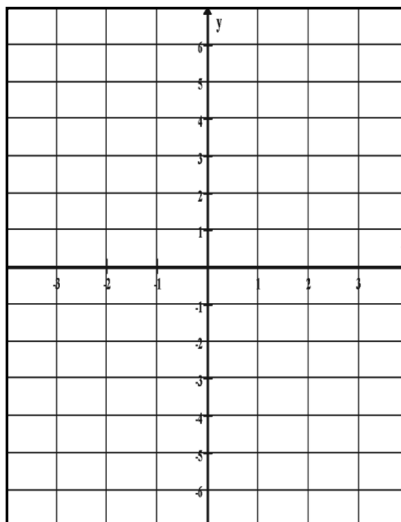
Es una parábola vertical hacia abajo, por lo que el foco se encuentra a “ $p = 1$ ” distancia hacia abajo del vértice $V(0, 0)$.

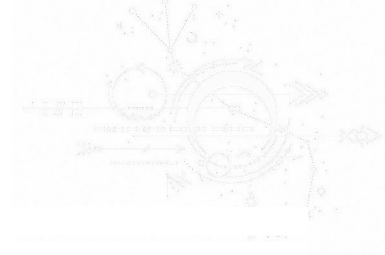
Foco $F(0, -1)$, directriz $x = 1$



Ejercicio:

Escribe la ecuación, determina los elementos restantes y bosqueja la gráfica de la parábola con vértice en $V(0,0)$ y foco $(3,0)$.

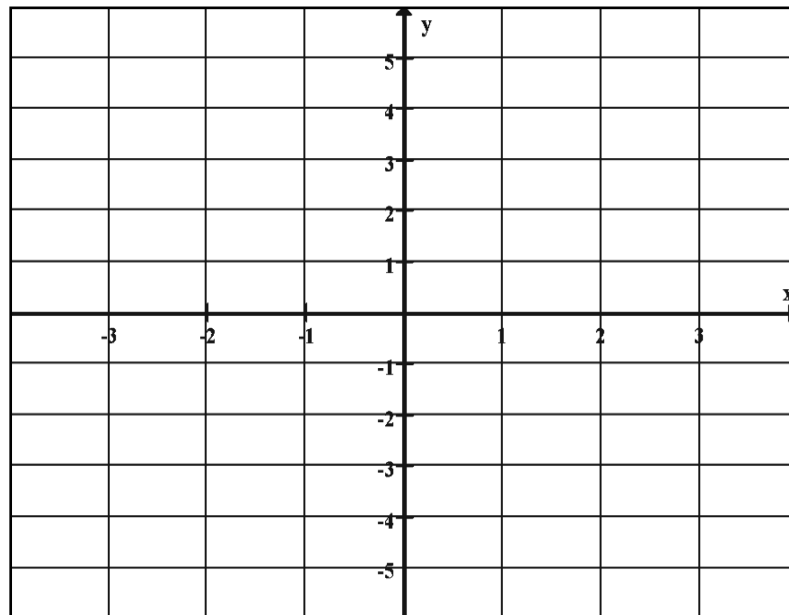




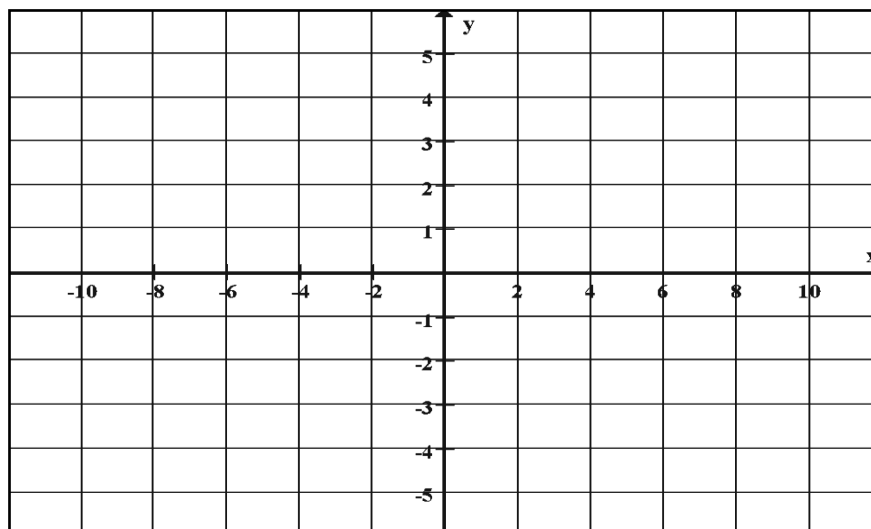
ACTIVIDAD 1 Parábola en el origen.

Resolver de manera individual, comprobar en plenaria.

- a) Para una parábola con vértice en el origen y cuyo eje de simetría coincide con el eje "x" pasa por el punto (6, 6), encuentra la ecuación de la parábola, coordenada de su foco, ecuación de la directriz y la longitud de su lado recto.
- b) Determina la coordenada del foco y la ecuación de la directriz de la parábola que tiene como ecuación $y^2=8x$. Construye su gráfica.



- c) Determina la coordenada del foco y la ecuación de la directriz de la parábola que tiene como ecuación $x^2=-20y$. Construye su gráfica.



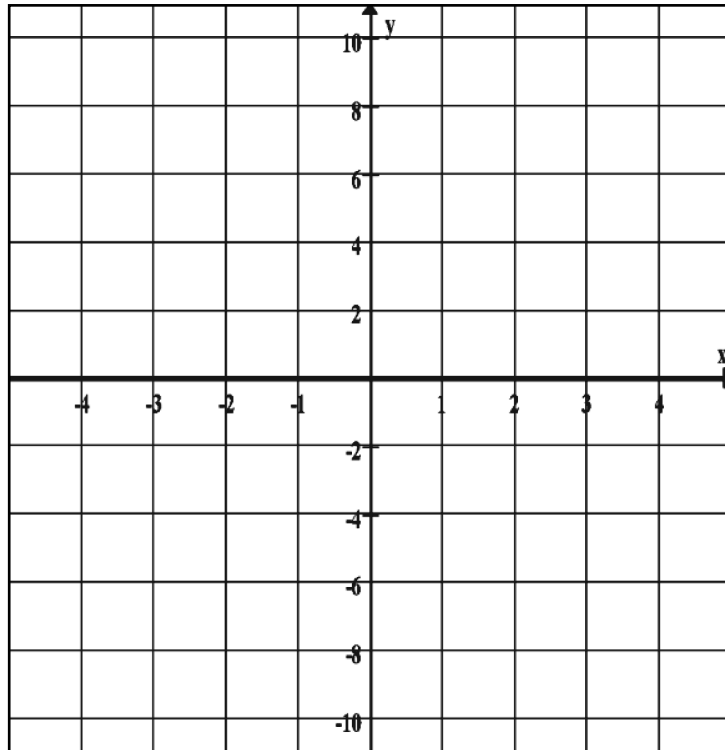
d) El puente María Pía (en portugués: Ponte de D. Maria Pia) es un puente construido entre enero de 1876 y noviembre de 1877 en Oporto, Portugal. Fue el primer puente en arco ferroviario que unió las dos riberas del Duero. Fue diseñado por Théophile Seyrig, socio de Gustave Eiffel. Se mantuvo en uso hasta 1991, cuando fue reemplazado por el Puente de São João.

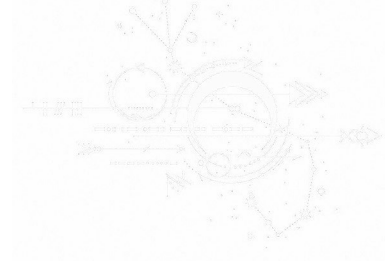
Supón que el lado recto de la parábola que describe el puente tiene una longitud de 360 m y que coincide con el ancho del río (esto es, el lado recto coincide con la superficie del agua). Si además, suponemos que la vía del tren es el eje "x", y que el eje "y" es una línea imaginaria que divide al puente y su arco en dos partes iguales.



- 1.- ¿Cuál es la ecuación ordinaria que describe la parábola del puente Pía María?
- 2.- ¿Cuál sería su forma general?
- 3.- ¿A qué distancia vertical hacia abajo, desde la estructura horizontal (que hace de eje x), estaría el foco de la parábola?

e) Determina la ecuación, el lado recto y la ecuación de la directriz de la parábola con vértice en el origen cuyo foco está en el punto $F(-5, 0)$. Además traza su gráfica.





Parábola con vértice fuera del origen:

Parábola Horizontal

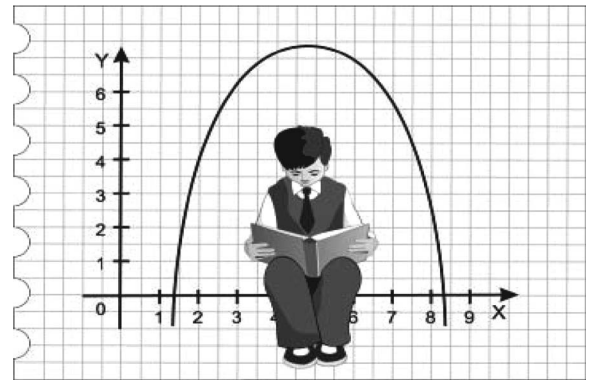
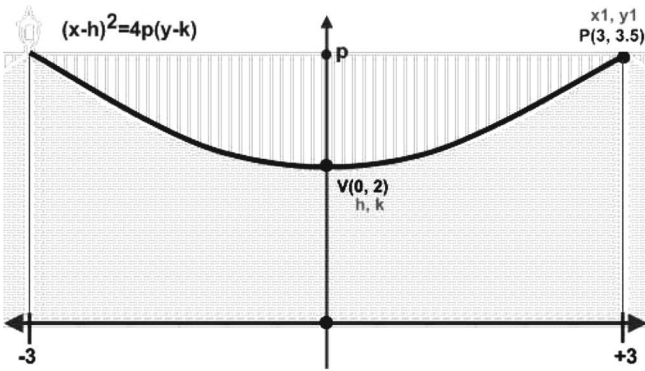
$(y-k)^2 = \pm 4p(x-h)$, siendo el vértice de coordenada $v(h, k)$, tomando el signo positivo si se abre hacia la derecha y negativo si se abre hacia la izquierda.

Foco $(h+p, k)$ y directriz $x=h-p$

Parábola Vertical

$(x-h)^2 = \pm 4p(y-k)$, siendo el vértice de coordenada $v(h, k)$, tomando el signo positivo si se abre hacia arriba y negativo si se abre hacia abajo.

Foco $(h, k+p)$ y directriz $y=k-p$



En todos los casos, estas ecuaciones expresadas en su forma ordinaria, pueden transformarse a su forma general: $Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ para la parábola horizontal, y $Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$ para la parábola vertical.

Ejemplos:

1. Determina la ecuación de la parábola cuyo vértice y foco son los puntos $V(-4, 3)$ y $F(-1, 3)$.

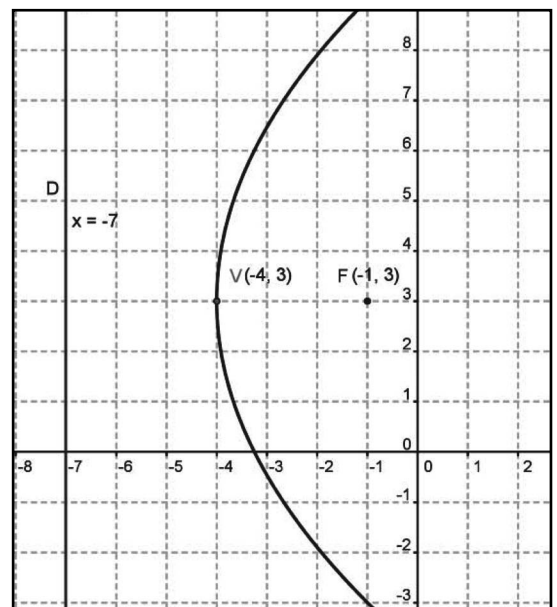
Solución:

Lo primero a considerar es el trazo de los elementos (foco y vértice) en el plano cartesiano, ahí se observa que la distancia foco-vértice es de $p = 3$. Además que la gráfica es horizontal hacia la derecha por lo que la ecuación a utilizar es del tipo: $(y-k)^2 = 4p(x-h)$ con vértice (h, k) .

Que sustituyendo valores se obtiene la ecuación ordinaria:

$$(y-3)^2 = 4(3)(x-(-4))$$

$$(y-3)^2 = 12(x+4)$$



Esta ecuación se puede desarrollar para obtener la ecuación general:

$$(y-3)^2=12(x+4)$$

$$y^2-6y+9=12x+48$$

$$y^2-12y-6y-39=0$$

2. Encontrar la ecuación de la parábola que tiene como directriz la recta $y = -5$, y como foco $F(0, 3)$.

Solución:

Como la directriz y el foco de una parábola se encuentran a la misma distancia del vértice y como se observa en la gráfica, la distancia vértice a directriz es 8 unidades, entonces la distancia vértice foco es $p = 4$.

La gráfica nos muestra una parábola vertical hacia arriba por lo que la ecuación a utilizar es del tipo:

$(x-h)^2=4p(y-k)$ con vértice $(h, k) = (0, -1)$. Que sustituyendo valores se obtiene la ecuación ordinaria:

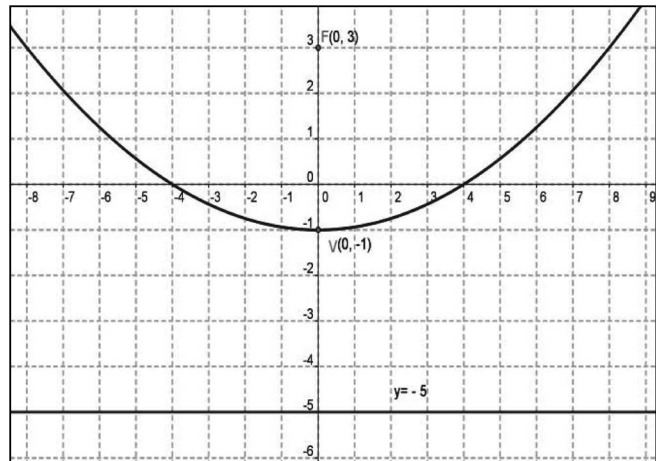
$$(x-0)^2=4(4)(y-(-1))$$

$$x^2=16(y+1)$$

Esta ecuación se puede desarrollar para obtener la ecuación general:

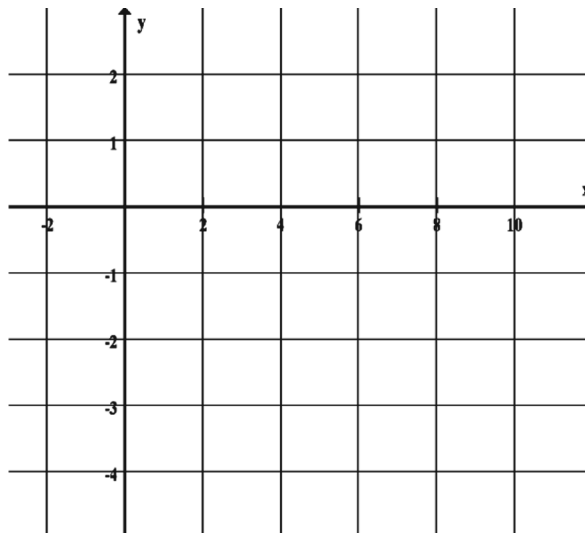
$$x^2=16(y+1)$$

$$x^2=16y-16=0$$



Ejercicio:

1. Halla el foco y el vértice de la parábola $(y-5)^2=12(x+1)$. Bosqueja la gráfica.





2. Halla el vértice y el lado recto de la parábola, indicando el tipo de parábola a la que corresponde.
 $x^2+2x-16y-63=0$
3. Hallar la ecuación de la parábola con vértice en (3,4) y foco en el punto (3,2)
4. Hallar la ecuación de la parábola cuyo foco está en el punto (-2,-1), su eje de simetría es la recta $x=-2$ y $LR=10$
5. Halla el vértice y el foco de la parábola, indicando al tipo de parábola a la que corresponde.
 $y^2-6y+32x+73=0$

ACTIVIDAD 2 Ecuación y gráfica de la parábola.

Resolver en binas, para entregar en hojas blancas y a tiempo.

- a) Traza la gráfica y determina la ecuación de la parábola que tiene como directriz la recta $y - 4 = 0$, foco $F(-5, 0)$.
- b) Hallar la ecuación de la parábola, así como su directriz y longitud del lado recto, si su vértice está en el punto $V(3, 3)$ y el foco en $F(3, 1)$,
- c) Determina la ecuación de la parábola con foco $F(2, -3)$ y directriz en $x = 6$. Grafica
- d) Traza la gráfica de la parábola cuyo vértice está en $(-2, 3)$ y el foco en $(-2, 2)$ y determina su ecuación general.
- e) Determina la ecuación ordinaria de la parábola que tiene su vértice $V(3, -2)$, pasa por el punto $P(7, 6)$, y su eje de simetría es paralelo al eje "x". Traza la gráfica.
- f) Traza la gráfica de la parábola con foco en el punto $F(4, 1)$ y vértice en $V(2, 1)$, y determina sus elementos y la ecuación ordinaria y general.
- g) Determina todos los elementos de la parábola $x^2-10x-8y+1=0$ obteniendo primero su ecuación ordinaria.

Referencias:

Aula fácil. (2014). *Ecuación de la parábola en la forma general*. Retomado de: Aula facil:
<http://cursosgratis.aulafacil.com/matematicas-conicas/curso/Lecc-17.htm>

Geoan. (2008). *Ecuación de la Parábola*. Retomado de: Ecuación reducida de la parábola:
http://www.geoan.com/conicas/ecuacion_parabola.html

Parábola.

https://www.youtube.com/watch?v=N8WhvRJbGC8&ab_channel=julioprofe

Ecuación de la parábola dado vértice, foco fuera del origen

https://www.youtube.com/watch?v=61uCLqDJGMg&ab_channel=math2me

Geogebra (2014). Geogebra.org. Retomado de:

<http://www.geogebra.org/cms/es/>

Colegio de Bachilleres del Estado de Baja California
 Asignatura: **Matemáticas III** Semestre: **Tercero**
 Bloque IV: **La parábola**

Autoevaluación de desempeños del estudiante

Alumno:					
Tipo de Evaluación:	Diagnóstica <input type="radio"/>	Formativa <input type="radio"/>	Sumativa <input type="radio"/>	Momento:	Apertura <input type="radio"/>
	Autoevaluación <input type="radio"/>	Coevaluación <input type="radio"/>	Heteroevaluación <input type="radio"/>		Desarrollo <input type="radio"/>
					Cierre <input type="radio"/>
Trabajo:	Individual <input type="radio"/>	Binas <input type="radio"/>	Equipo <input type="radio"/>	Fecha:	Grupo:
Evalúador:					

Indicador de desempeño:	Siempre	A veces	Difícilmente
Identifico los elementos asociados a una parábola.			
Distingo las ecuaciones de las parábolas verticales y horizontales con centro en el origen.			
Distingo las ecuaciones de las parábolas verticales y horizontales con centro fuera del origen.			
Construyo la gráfica de la parábola al conocer sus elementos.			
Obtengo las ecuaciones de la parábola a partir de sus elementos.			
Obtengo los elementos de la parábola a partir de sus ecuaciones.			
Entrego mis actividades con limpieza, orden y en el tiempo que me indica el profesor.			

Competencias Genéricas:	Atributos:	Siempre 4	Casi siempre 3	Algunas veces 2	Casi nunca 1
4 Se expresa y comunica.	4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.				
5 Piensa crítica y reflexivamente	5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.				
7 Aprende de forma autónoma.	7.3 Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.				
8 Trabaja en forma colaborativa.	8.2 Aporta puntos de vista con apertura y considera los de otras personas de manera reflexiva.				

Comentarios y retroalimentación:

BLOQUE V

ELIPSE

Competencias genéricas

4. Escucha, interpreta y emite mensajes pertinentes en distintos contextos mediante la utilización de medios, códigos y herramientas apropiados.

CG4.1 Expresa ideas y conceptos mediante representaciones lingüísticas, matemáticas o gráficas.

5. Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.

CG5.1 Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo como cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.

CG5.6 Utiliza las tecnologías de la información y comunicación para procesar e interpretar información.

7. Aprende por iniciativa e interés propio a lo largo de la vida.

CG7.3 Articula saberes de diversos campos y establece relaciones entre ellos y su vida cotidiana.

Competencias disciplinares

CDBM 1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.

CDBM 2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.

CDBM 4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.

CDBM 6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.

CDBM 8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y científicos.

BLOQUE V**Elipse****Propósitos del bloque**

Aplica los conocimientos de la elipse y sus elementos, para favorecer el pensamiento metódico y lógico en la solución de problemas de su entorno.

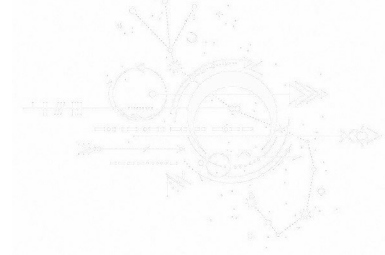
Interdisciplinariedad	
Biología I	
Física I	

Ejes transversales	
Eje transversal social	
Eje transversal de la salud	
Eje transversal ambiental	
Eje transversal de habilidades lectoras	

Aprendizajes esperados

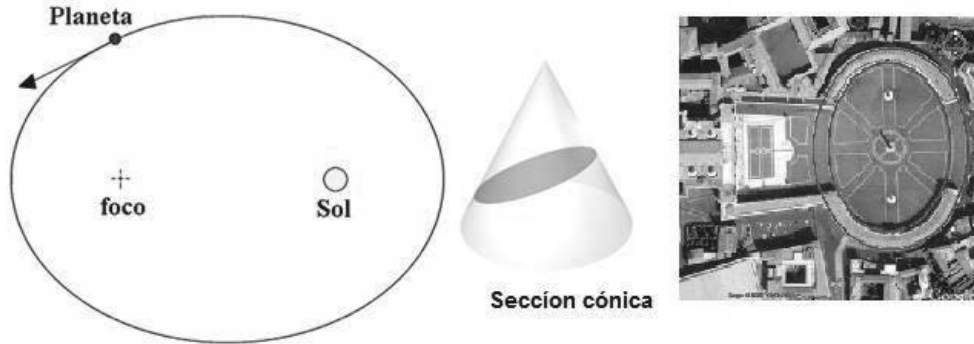
- Emplea la elipse y sus elementos para solucionar colaborativamente problemáticas en su vida cotidiana.
- Usa modelos elípticos de manera reflexiva, para obtener la ecuación ordinaria y transformarla a la general, en situaciones de su contexto.

Conocimientos	Habilidades	Actitudes
Lugar geométrico de la elipse. Definición de elementos y trazado de la elipse. Ecuación de la elipse. <ul style="list-style-type: none"> • Ecuación ordinaria de elipses horizontales y verticales con centro en y fuera del origen. • Ecuación general de la elipse 	Reconoce la elipse y sus elementos. Analiza la ecuación que representa la elipse, según los elementos conocidos. Representa gráficamente la elipse de acuerdo a sus elementos. Infiere la gráfica de la elipse a partir de las formas de la ecuación.	Reconoce sus fortalezas y áreas de oportunidad. Privilegia el diálogo para la construcción de nuevos conocimientos. Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria. Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.



La Elipse

Desde que el astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630), descubrió que los planetas se mueven en órbitas **elípticas**, teniendo al Sol en uno de sus focos, y no en órbitas circulares como antes se creía, la elipse empieza a tomar la importancia que le merece. De hecho, Kepler introdujo la palabra «focus» y publicó su descubrimiento en 1609. Halley, en 1705, demostró que el cometa que ahora lleva su nombre trazaba una órbita elíptica alrededor del Sol. También los satélites se mueven en órbitas de este tipo. Muchos engranes, cubiertas y bóvedas en edificios, las bóvedas elípticas tienen la propiedad de que el sonido o la luz que surgen de un foco se reflejan en la bóveda pasando por el otro.



Una elipse es la curva simétrica cerrada que resulta al cortar la superficie de un cono por un plano oblicuo al eje de simetría.

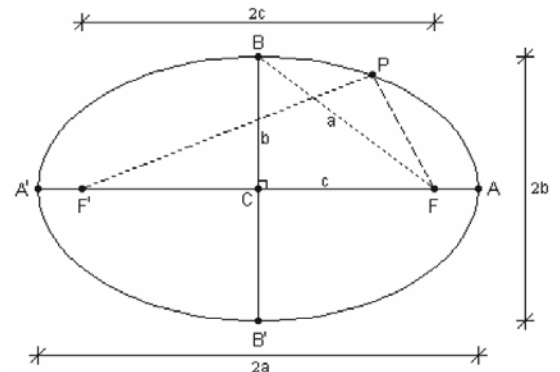
a) ¿En qué otras situaciones u objetos observas elipses en tu vida cotidiana?

Elipse

Una elipse es el lugar geométrico de un punto “P” que se mueve en el plano, de tal modo que la suma de las distancias del punto “P” a dos puntos fijos F' y F (llamados focos), mantienen la suma constante.

El punto donde se cortan el eje mayor y el eje menor es el CENTRO “C” de la elipse.

Los puntos en los que la elipse corta a sus ejes A, A', B y B' se llaman VÉRTICES de la elipse.



Magnitudes:

Eje mayor $AA' = 2a$ \therefore Semieje mayor $CA = a$

Eje menor $BB' = 2b$ \therefore Semieje menor $CB = b$

Distancia focal $F'F = 2c$ \therefore La **distancia focal** es la distancia entre foco F y foco F' , denominada “2c”, siendo “c” la distancia de un foco al centro de la elipse.

Excentricidad $e = \frac{c}{a}$

Lado recto $LR = \frac{2b^2}{a}$

A los valores **a**, **b** y **c** se les llama parámetros de la elipse y se relacionan por el teorema de Pitágoras en el triángulo *CFB* de la siguiente manera:

$$a^2 = b^2 + c^2 ; b^2 = a^2 - c^2 \text{ y } c^2 = a^2 - b^2 \text{ luego } a > b \text{ y } c .$$

Ecuaciones de la elipse con centro en el origen:

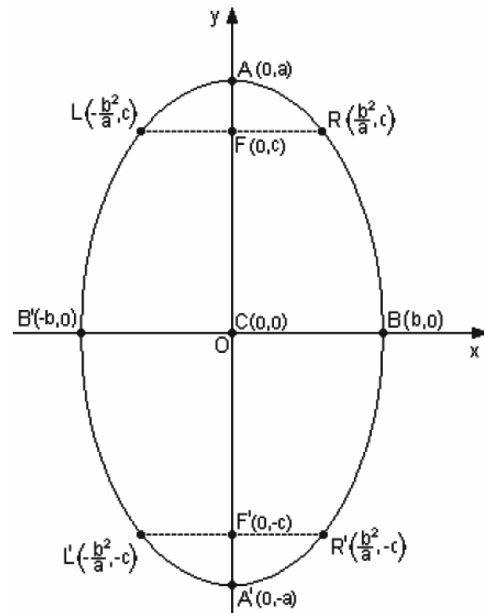
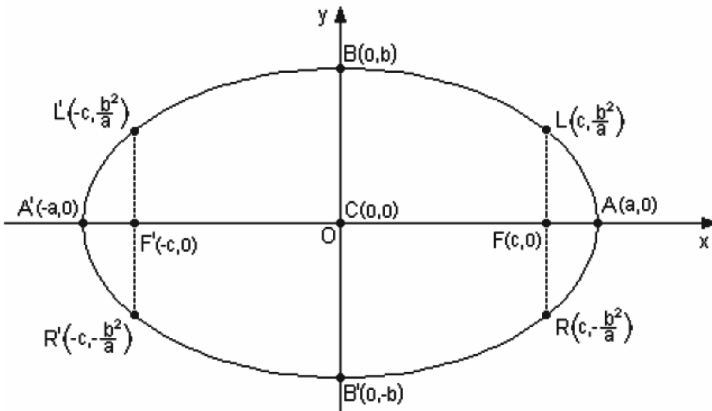
Si la elipse está trazada con el **eje mayor sobre el eje “x”**, es decir, **horizontal**, su ecuación ordinaria

es $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, observando que los vértices A-A' están sobre el eje “x”.

Si la elipse está trazada con el **eje mayor sobre el eje “y”**, es decir, **vertical**, su ecuación ordinaria

es $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$, observando que los vértices A-A' están sobre el eje “y”.

Le ecuación general es $Ax^2 + By^2 + F = 0$

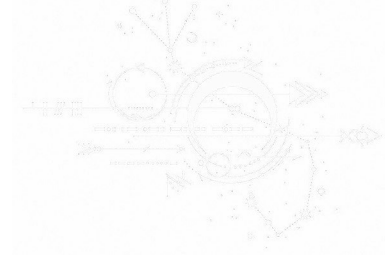


Ecuaciones de la elipse con centro fuera del origen:

Para la elipse horizontal, considerando que el centro es C(h, k) es $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$

Para la elipse vertical, considerando que el centro es C(h, k) es $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$

Le ecuación general es $Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$



La mesa elíptica

Un carpintero desea cortar una cubierta de mesa elíptica, de una hoja de madera de 4 x 8 pies, para ello debe trazar la elipse. ¿A qué distancia del centro de la hoja de madera deben colocarse los focos? ¿De qué longitud será el trozo de cuerda que se sujetará a los focos para producir la elipse? ¿Cuál será la ecuación general de la elipse trazada, considerada como de centro en el origen?

Solución:

La ecuación de la elipse que corresponde al trazo en la mesa

$$\text{es } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Donde la distancia V-V' es el largo de la mesa, siendo V-V' = 2a = 8 pies, de donde a = 4, a² = 16

B-B' es el ancho de la mesa por lo que B-B' = 2b = 4 pies, de donde b = 2, b² = 4

El valor "c" se calcula mediante la fórmula a² = b² + c²

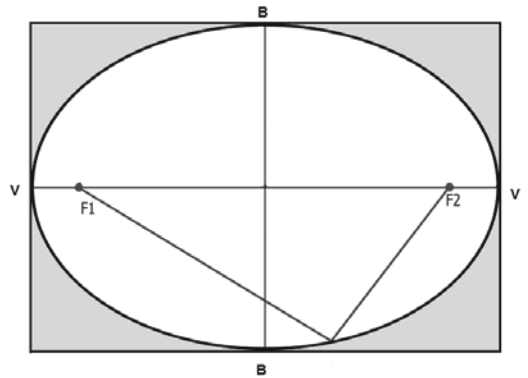
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{16 - 4} = 3.46 \text{ (pies)} \rightarrow \text{Distancia del centro a un foco}$$

La distancia de foco a foco es 2c, entonces 2(3.46) = 6.92 pies.

La longitud de la cuerda corresponde a la propiedad PF + PF' = 2a, entonces la longitud es 2(4) = 8 pies.

Le ecuación de la elipse es $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$



ACTIVIDAD 1

Realizar en binas.

Consulta el enlace <https://www.youtube.com/watch?v=EFPPrRjiWw8> y escribe de qué trata el video:

Después consulta en el siguiente enlace https://www.youtube.com/watch?v=Et3OdzEGX_w las instrucciones para construir un compás elíptico, y contesta las siguientes preguntas:

- a) ¿Qué material utilizaste para realizar el trazo de la elipse?

b) ¿Cuál es la propiedad más importante que debe cumplir la elipse para realizar el trazo? _____

c) Muestra al profesor por lo menos dos trazos realizados por este método.

Ejemplos resueltos:

1. Determina la ecuación de la elipse con centro en el origen, eje mayor igual 8 y eje menor igual a 6, con vértices en eje "x". Traza la gráfica y calcula todos sus elementos.

Solución:

Eje mayor = $2a = 8$, de donde $a = 4$, $a^2 = 16$

Eje menor = $2b = 6$, de donde $b = 3$, $b^2 = 9$

Ecuación simétrica: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ por estar los vértices en eje "x".

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

• **Ecuación general** $9x^2 + 16y^2 - 144 = 0$

$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(9)}{4} = 4.5$, valor que determina el ancho de la elipse, pasando por los focos.

(Perpendicular al eje de simetría).

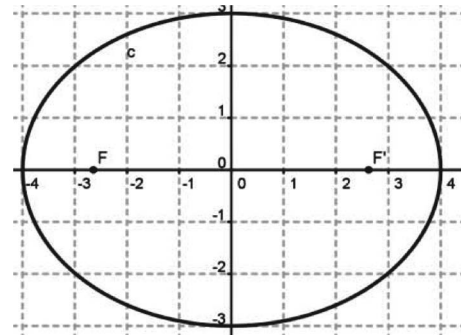
Vértices: $V(-4, 0)$ $V'(4,0)$,

Para determinar focos se calcula distancia focal,

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{16 - 9} = 2.64$$

Focos: $F(-2.64, 0)$, $F'(2.64, 0)$



2. Determina la ecuación simétrica de la elipse de ecuación $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$, y los elementos necesarios para el trazo de la curva.

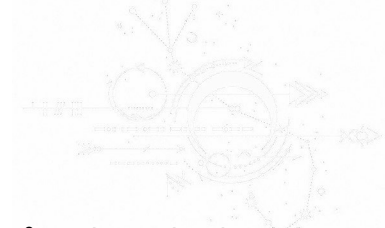
Solución:

Partiendo de la ecuación $25x^2 + 9y^2 - 225 = 0$, la transformamos a una ecuación simétrica dividiendo

$$\frac{25x^2}{225} + \frac{9y^2}{225} = \frac{225}{225}$$

entre 225:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$



Siempre el valor de $a > b$, de ahí que $a^2 = 25$, $a = 5$ y $b^2 = 9$, $b = 3$, dado que a^2 es denominador de y^2 , entonces se trata de una elipse vertical con vértices $V(0, \pm 5)$.

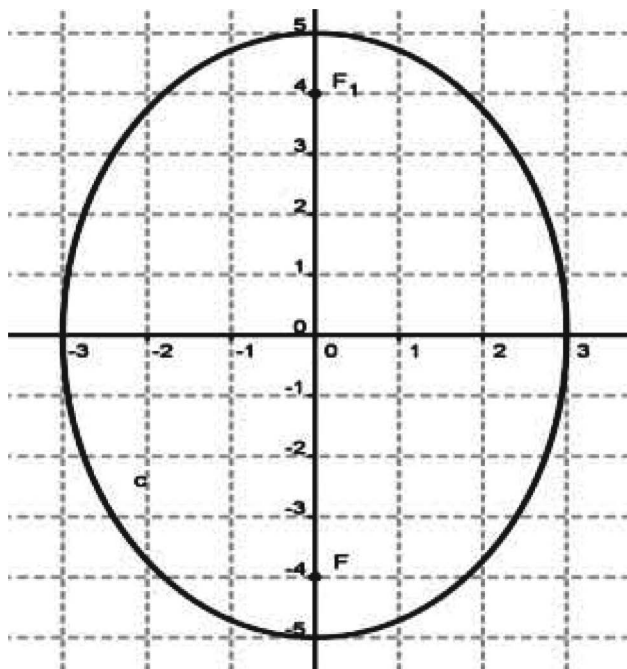
Para calcular focos es necesario calcular "c" mediante la fórmula:

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{25 - 9} = 4$$

Focos $F(0, \pm 4)$. $LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(9)}{5} = 3.6$

Gráfica:



ACTIVIDAD 2 Realiza los siguientes ejercicios en tu libreta de manera individual

- 1) Obtener los elementos de la elipse $\frac{y^2}{25} + \frac{x^2}{4} = 1$ y bosquejar su gráfica.
- 2) Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos son $F'(-6, 0)$, $F(6, 0)$ y tiene vértices $B(0, 4)$, $B'(0, -4)$.
- 3) Obtener la ecuación de una elipse con centro en el origen, ancho focal igual a $\frac{12}{5}$, su eje mayor coincide con el eje "y", y bosquejar su gráfica.
- 4) Una elipse horizontal, con centro en el origen tiene longitud de los semiejes mayor y menor 6 y 5 unidades respectivamente, obtener su ecuación y bosquejar su gráfica.
- 5) Una elipse con centro en el origen tiene longitud del eje mayor sobre el eje "x" igual a 8 unidades y longitud del eje menor 4 unidades, obtener su ecuación y bosquejar su gráfica.

- 6) Encuentra la ecuación de la elipse con centro en el origen, foco $F(4,0)$ y vértice $V(5,0)$. Traza la gráfica y obtén sus elementos.
- 7) Dada la elipse de ecuación $16x^2 + 9y^2 - 144 = 0$, traza la gráfica y obtén sus elementos.
- 8) Obtén la ecuación de la elipse con centro en el origen, foco $F(0, 3)$ y eje mayor igual a 10. Traza la gráfica.
- 9) Obtener la ecuación de la elipse con centro $C(0, 0)$, focos $F(0, \pm\sqrt{5})$ y excentricidad $e = \frac{\sqrt{5}}{4}$. Traza la gráfica.

Elipse con centro fuera del origen

Ejemplo resuelto:

Obtén centro, vértices, focos, lado recto, excentricidad y traza la gráfica de la elipse de ecuación:

$$\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y-1)^2}{9} = 1.$$

Solución:

Se trata de una elipse vertical ya que $a^2 = 9$ es denominador de y^2 , lo que significa que los vértices están en el eje "y".

Centro $C(h, k)$, entonces $C(-2, 1)$,

$a^2 = 9$, $a = 3$, vértices $V(-2, 4)$, tres lugares hacia arriba del centro ($a = 3$)
 $V'(-2, -2)$ tres lugares hacia abajo del centro

$b^2 = 4$, $b = 2$, eje menor definido por los puntos $(0, 1)$ y $(-4, 1)$, dos lugares a la derecha e izquierda del centro.

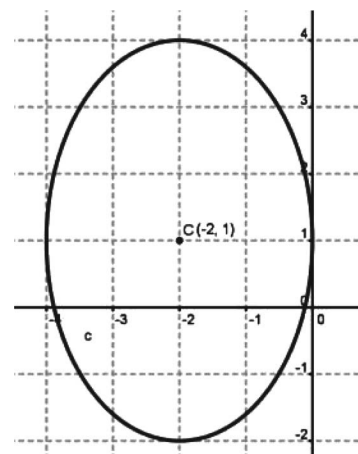
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{9 - 4} = 2.24$$

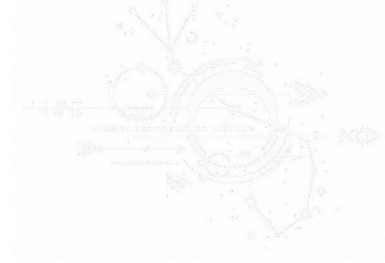
Focos $F(-2, 3.24)$ y $F'(-2, -1.24)$,

2.24 lugares hacia arriba y abajo del centro de la elipse.

$$LR = \frac{2b^2}{a} = \frac{2(4)}{3} = 2.67$$

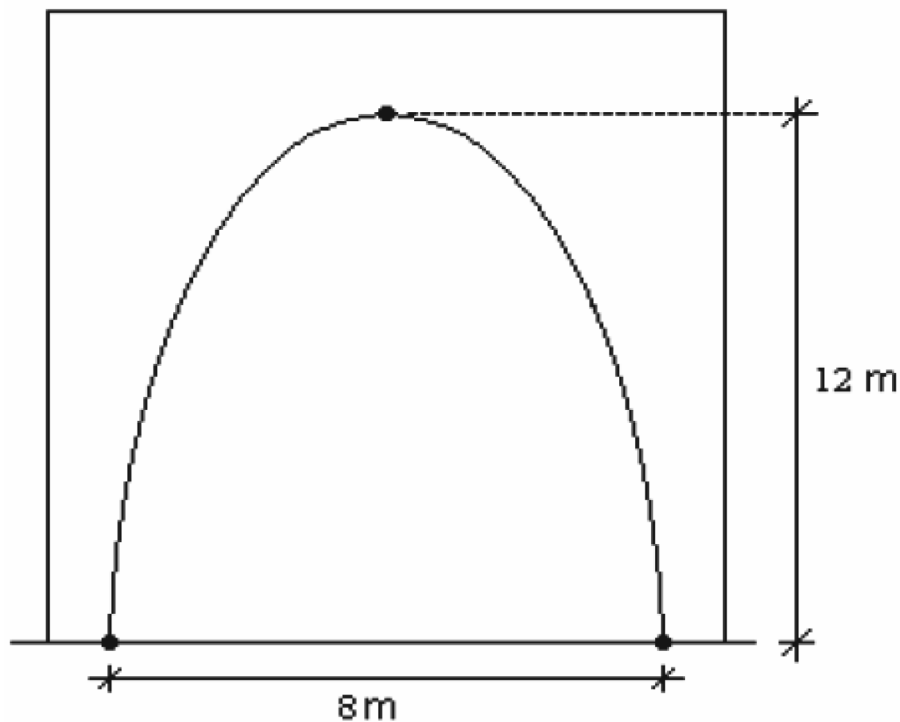


ELIPSE



ACTIVIDAD 3 Obtiene, identifica y grafica elementos de la elipse.

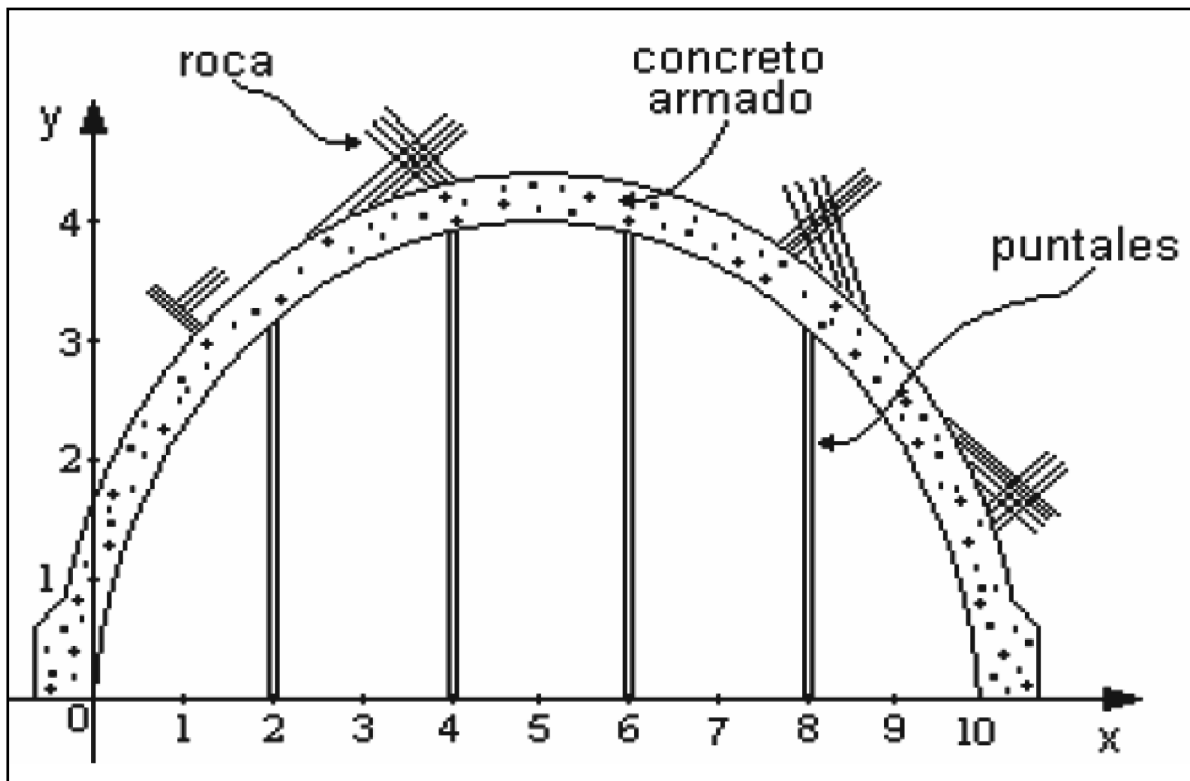
1. Obtener la ecuación de la elipse cuyos focos son $F(2,4)$, $F'(2,-4)$ y uno de sus vértices $A(2,6)$, bosquejar su gráfica.
2. Obtener la ecuación ordinaria y general de la elipse cuyo centro está en el punto $C(-2,3)$, un foco en el punto $F(-6,3)$ y un vértice en el punto $V(3,3)$.
3. Dada la ecuación de la elipse $\frac{(x+1)^2}{49} + \frac{(y+2)^2}{36} = 1$, identifica las coordenadas de su centro y los vértices. Traza la gráfica.
4. Traza la gráfica de la elipse con centro $C(2, 1)$, eje menor comprendido entre los puntos $(2, 6)$ y $(2, -4)$ y lado recto $LR = \frac{25}{3}$. Determina los demás elementos.
5. Traza la gráfica de la elipse $\frac{(x-2)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{36} = 1$ y determina sus elementos.
6. Un arco de entrada en un teatro es una semielipse como se muestra en la figura, obtenga su ecuación suponiendo que el centro está en la coordenada $(4,0)$.

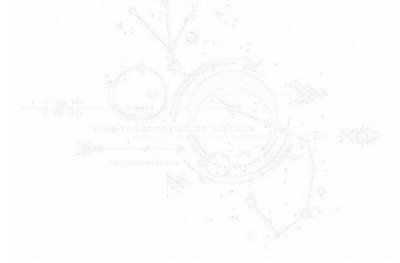


1. Desafío.

Un arco semielíptico de concreto armado, tiene un claro (distancia entre los apoyos) de 10 metros y una altura máxima de 4 metros (ver figura). Para construir dicho arco, es necesario apuntalarlo a distancias cada 2 metros, **se pide la altura de cada puntal.**

Nota: para obtener magnitudes de la elipse y poder obtener su ecuación, fue necesario ubicar el arco en un sistema de coordenadas como se muestra en la figura.





Para el trazo de gráficas y un mejor análisis se recomienda **Geogebra**.

- ✓ Para saber más te invitamos a visitar las siguientes páginas de Internet:

<http://es.wikipedia.org/wiki/Elipse>

<http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/elipse.html>

http://www.ditutor.com/geometria_analitica/ecuacion_elipse.html

<http://www.vitutor.net/1/33.html>

La elipse en Internet

En direcciones como las que se proponen a continuación puedes apoyarte para obtener más información sobre las definiciones de:

- Ecuación de la elipse con centro en el origen y fuera de él en forma canónica u ordinaria.
- Gráficas de las elipses con centro o fuera del origen.
- Sus elementos y,
- Ejemplos resueltos y para resolver.

http://www.geoan.com/conicas/ecuacion_elipse.html

<http://www.educacionplastica.net/zirkel/elipse.html>

Referencias:

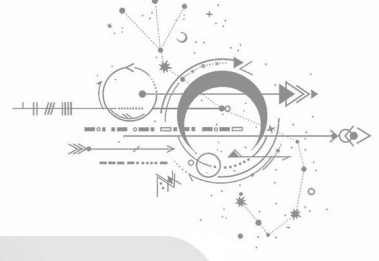
Disfruta las matemáticas. (2011). *Elipse*. Retomado de: Disfruta las matemáticas: <http://www.disfrutalasmaticas.com/geometria/elipse.html>

Ditutor. (2010). *Ecuación de la Elipse*. Retomado de: Ecuación reducida de la elipse: http://www.ditutor.com/geometria_analitica/ecuacion_elipse.html

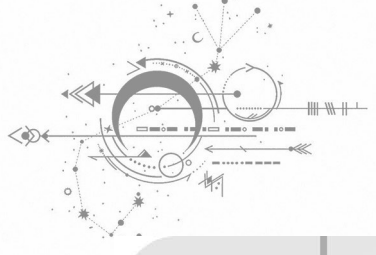
VITUTOR. (2010). *Ecuación de la elipse*. Retomado de: from vitutor: <http://www.vitutor.net/1/33.html>

Wikipedia. (2014). *Elipse*. Retomado de: wikipedia.org: <http://es.wikipedia.org/wiki/Elipse>

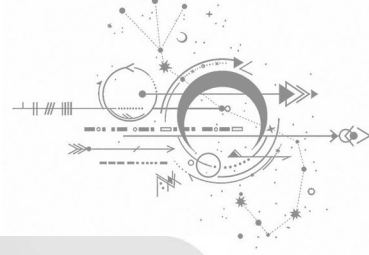
Geogebra (2014).Geogebra.org Retomado de: <http://www.geogebra.org/cms/es/>



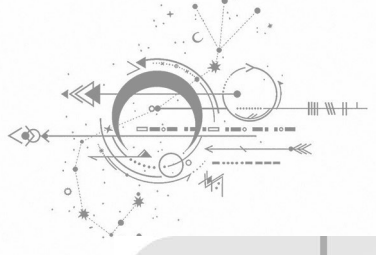
MIS NOTAS



MIS NOTAS



MIS NOTAS



MIS NOTAS