

EXTRAESCOLAR 3

TEMA: TEOREMA DE BAYES

VALOR: 10%

El teorema de Bayes, en la teoría de la probabilidad, es una proposición planteada por el filósofo inglés Thomas Bayes en 1763, que expresa la probabilidad condicional de un evento aleatorio A dado B , o un evento B dado A .

Es decir, por ejemplo, que sabiendo la probabilidad de tener un dolor de cabeza dado que se tiene gripe, se podría saber, la probabilidad de tener gripe si se tiene un dolor de cabeza.

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

donde:

- $P(A_i)$ son las probabilidades a priori,
- $P(B|A_i)$ es la probabilidad de B en la hipótesis A_i ,
- $P(A_i|B)$ son las probabilidades a posteriori.

EJEMPLO. El 20% de los empleados de un hospital son médicos generales, otro 20% son cirujanos y el 60% restantes poseen otra profesión. El 75% de los médicos generales ocupan un puesto directivo y el 50% de los cirujanos también; mientras que del personal restante el 20% ocupa un puesto directivo.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar a una persona al azar sea directivo?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo sea médico general, médico cirujano o posea otra profesión?

SOLUCION

20% = **0.20** = Médicos generales ----- 75% = **0.75** Puesto Directivo

20% = **0.20** = Médicos cirujanos----- 50% = **0.5** Puesto Directivo

60% = **0.60** = Otra profesión----- 20% = **0.20** Puesto Directivo

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que al seleccionar a una persona al azar sea directivo? $0.37 \times 100 = \mathbf{37\%}$

| | | |
|-------------------|----------------------|-------------|
| Médicos generales | $0.20 \times 0.75 =$ | 0.15 |
| Médicos cirujanos | $0.20 \times 0.5 =$ | 0.1 |
| Otra profesión | $0.60 \times 0.20 =$ | 0.12 |
| | Suma | 0.37 |

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado directivo sea médico general, médico cirujano o posea otra profesión?

$$\text{Medico General} = \frac{0.15}{0.37} = 0.4054 \times 100 = \mathbf{40.54\%}$$

$$\text{Medico Cirujano} = \frac{0.1}{0.37} = 0.2702 \times 100 = \mathbf{27.02\%}$$

$$\text{Otra Profesion} = \frac{0.12}{0.37} = 0.3243 \times 100 = \mathbf{32.43\%}$$

EJERCICIOS

Ejercicio 1. Se realizó un estudio en 3 comunidades (X, Y, Z) para conocer la magnitud de mujeres que tienen cáncer de mama: Suponga que en:

1. La comunidad X se estudió el 50% de toda la población, de los cuales el 3% posee cáncer de mama
 2. La comunidad Y se estudió el 30% de toda la población, de los cuales el 4% poseen cáncer de mama
 3. La comunidad Z se estudió el 20% de toda la población, de los cuales el 5% posee cáncer de mama.
- a) Encuentre la probabilidad total de que una persona seleccionada posea cáncer de mama.
- b) Si una persona posee cáncer de mama, encuentre la probabilidad de que esta provenga de cada una de las comunidades (X, Y, Z).

Ejercicio 2. En un municipio existen tres consultas de enfermería que se reparten los habitantes en 40%, 25% y 35% respectivamente. El porcentaje de pacientes diagnosticados en la primera visita (D) por consultorio es 80%, 90% y 95%.

¿Cuál es la probabilidad de que al escoger un individuo al azar que se le ha diagnosticado de un problema de enfermería en la primera visita provenga de la consulta A, B y C? (Aunque solo tenga una pregunta se hace el mismo procedimiento que el ejemplo y por ende todas las operaciones del ejemplo)

Ejercicio 3. Tres laboratorios producen el 45%, 30% y 25% del total de los medicamentos que reciben en la farmacia de un hospital, de ellos están caducados el 3%, 4% y 5%.

- a) Seleccionado un medicamento al azar, calcula la probabilidad de que este caducado.
- b) ¿Si tomamos al azar un medicamento y resulta estar caducado cual es la probabilidad de haber sido producido por el laboratorio B?
- c) ¿Qué laboratorio tiene mayor probabilidad de haber producido el medicamento caducado? (Para responder esta pregunta al obtener los tres resultados como en el ejemplo del inciso se elige el laboratorio con el porcentaje mas alto)