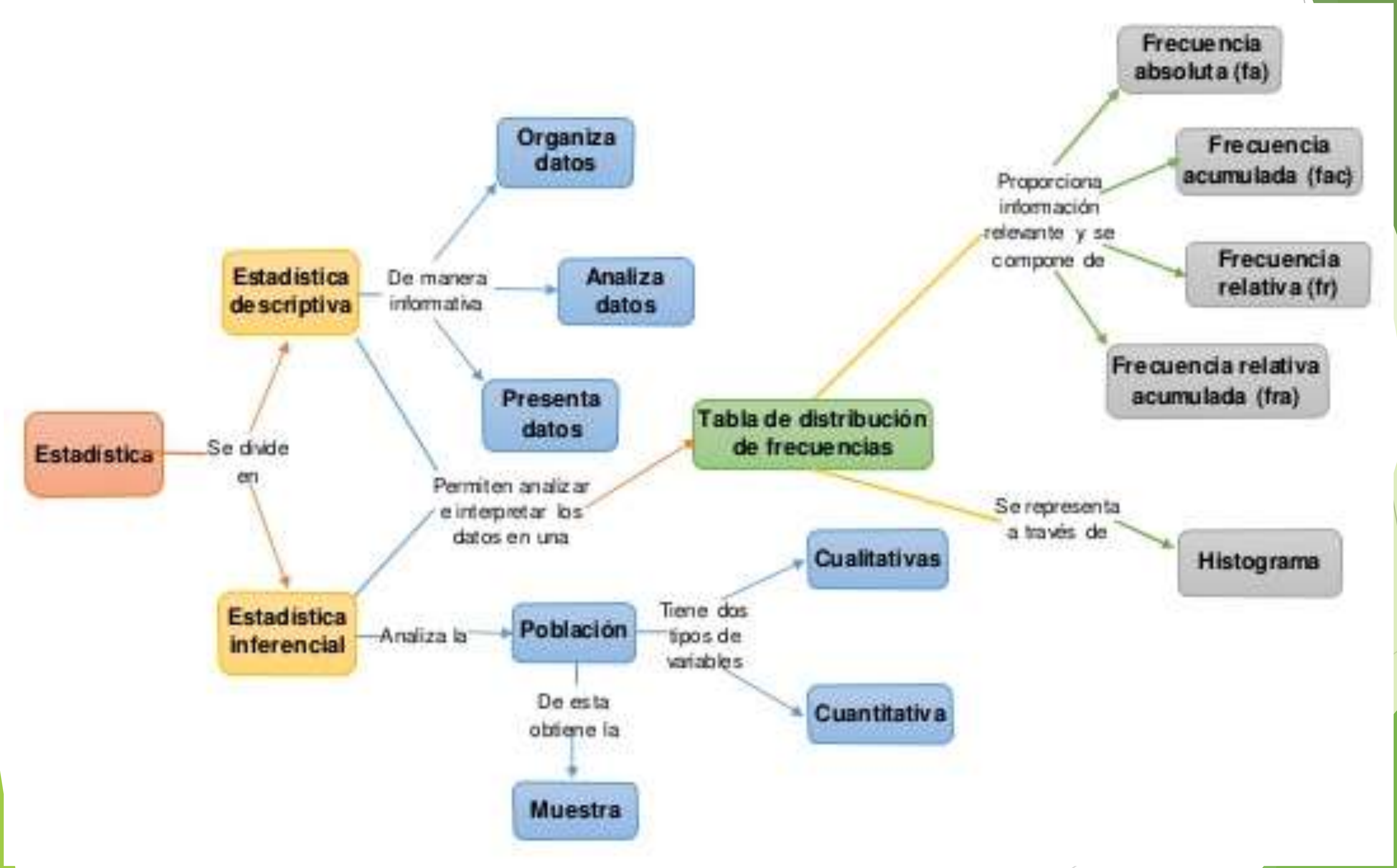
ESTADÍSTICA

UNIDAD 1. ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

INTRODUCCIÓN

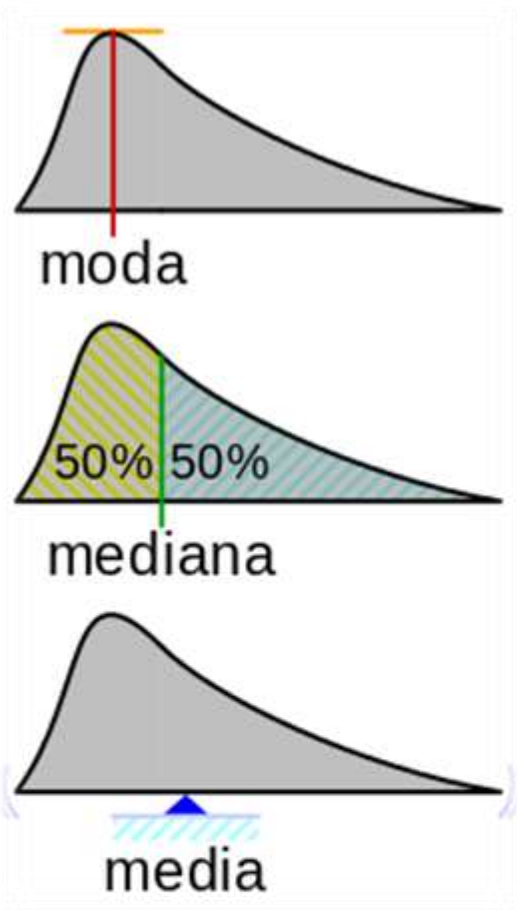


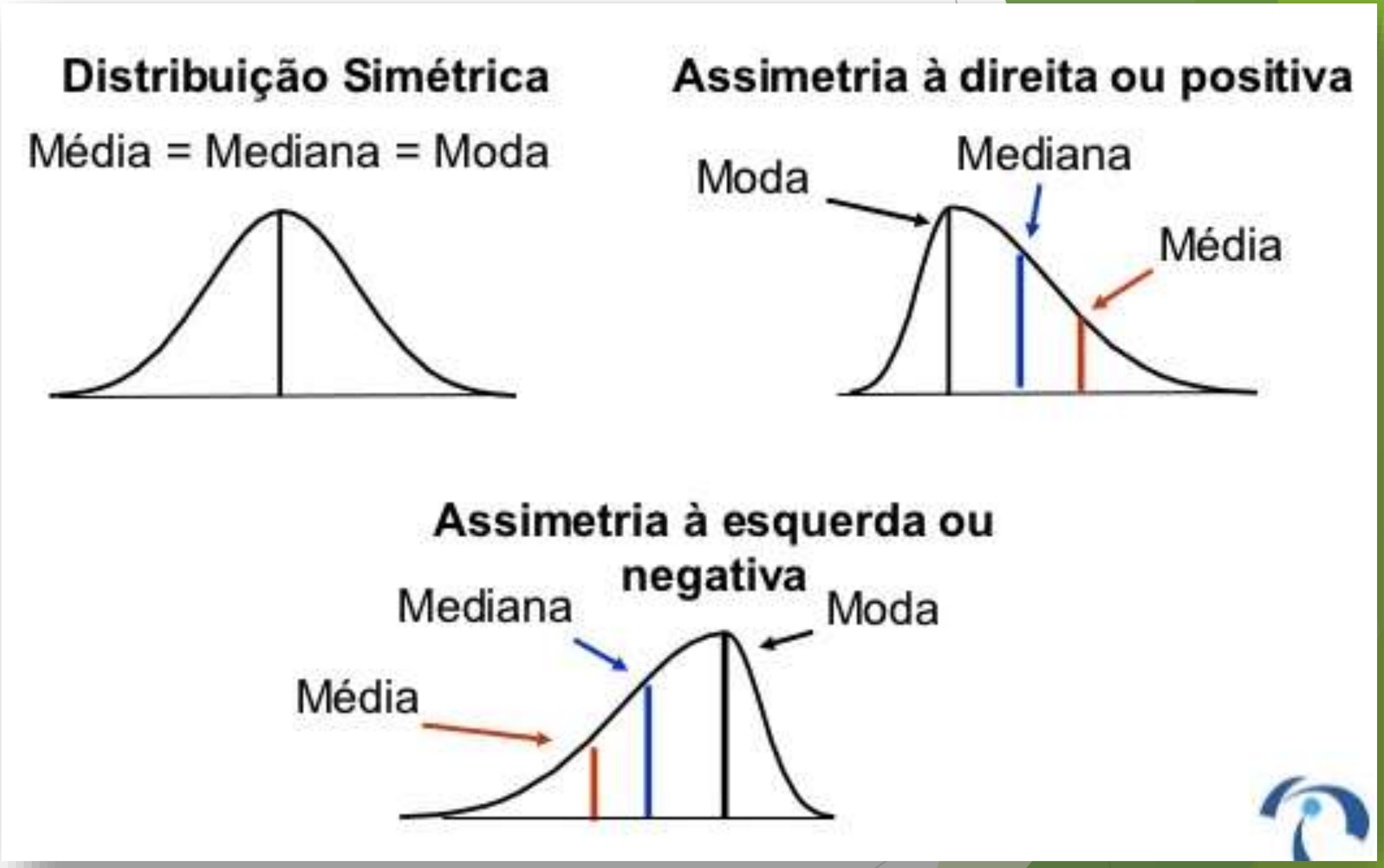
Estadística
Se divide en
Estadística descriptiva
De manera informativa
Organiza datos
Analiza datos
Presenta datos
Estadística inferencial
Permiten analizar e interpretar los datos en una
Tabla de distribución de frecuencias
Proporciona información relevante y se compone de
Frecuencia absoluta (fa)
Frecuencia acumulada (fac)
Frecuencia relativa (fr)
Frecuencia relativa acumulada (fra)
Se representa a través de
Histograma
Analiza la
Población
Tiene dos tipos de variables
Cualitativas
Cuantitativa
De esta obtiene la
Muestra

VIDA COTIDIANA

Posición	Selección	Mundiales	Campeón	PTS	PJ	PG	PE	PP	GF	GC	Dif
1.	Brasil	20		**219**	98	68	15	15	213	89	124
2.	Alemania	18		**202**	100	61	19	20	210	117	93
3.	Italia	18		**156**	81	45	21	15	128	75	53
4.	Argentina	16		**127**	71	38	13	20	125	81	44
5.	Inglaterra	14		**97**	60	26	19	15	78	54	24
6.	España	14		**96**	57	28	12	17	89	64	25
7.	Francia	14		**89**	55	26	11	18	99	68	31
8.	Holanda	10		**79**	44	23	10	11	76	45	31
9.	Uruguay	12		**66**	48	18	12	18	77	68	9
10.	Suecia	11		**61**	46	16	13	17	74	69	5
11.	Serbia	11		**59**	43	17	8	18	64	59	5
12.	Rusia	10		**57**	37	17	6	14	64	44	20
13.	México	15		**52**	50	13	13	24	53	89	-36
14.	Polonia	7		**50**	31	15	5	11	44	40	4
15.	Hungría	9		**48**	32	15	3	14	87	57	30

MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL





DATOS NO AGRUPADOS: MEDIA

Media Aritmética o promediada

Es la medida de posición utilizada con más frecuencia.

Se denota con (μ) cuando se analiza población, y por ($\bar{x}$) cuando es muestral.

Es una medida de tendencia central que resulta al efectuar una serie de operaciones con un conjunto de números y que determinadas condiciones, puede representar por sí sólo a todo el conjunto.

Propiedades:

- Es un cálculo sencillo e intervienen todos los datos.
- Su valor es único para una serie de datos dada
- Se usa con frecuencia para comparar dos o más poblaciones.
- Tiene la propiedad de equilibrar las desviaciones respecto de su valor propio. Por esto se llama "Punto de equilibrio" o "centro de masas" del conjunto de datos.

Media poblacional	Media de una muestra
Formula	
$$\mu = \frac{X1 + X2 + X3 + \cdots + Xn}{N} = \frac{\sum X}{N}$$	$$\bar{x} = \frac{x1 + x2 + x3 + \cdots + xn}{n} = \frac{\sum x}{n}$$
Xi= son los datos observados de la población **N**= tamaño de la población $\sum$= indica suma	**xi**= son los datos observados de la muestra **n**= tamaño de la muestra $\sum$= indica suma
Ejemplo	
Hay 6 empresas de automóviles en Colombia, se presentan el número de patentes otorgadas en el año pasado en el país a cada negociación.	Se tiene una muestra de los ingresos en pesos para 5 meses: 33,25,45,38,42, la media muestral será: $\bar{x} = \frac{33 + 25 + 45 + 38 + 42}{5} = \frac{183}{5} = 36.6$ El promedio mensual de pesos recibido es de 36.6

Empresa	No. de patentes
General Motors	25
Nissan	41
Toyota	15
Honda	56
Ford	23
Mazda	32

$$\mu = \frac{25 + 41 + 15 + 56 + 23 + 32}{6} = \frac{192}{6} = 32$$

El número promedio de patentes recibido por una empresa es de 32.

La media aritmética es el valor obtenido sumando todos los datos y dividiendo la respuesta por el número de datos existente. Sólo se puede usar en variables cuantitativas.

Ejemplo: para organizar la fiesta de cumpleaños de Juanito, se necesita saber el promedio de edades de los 10 niños asistentes para determinar el tipo de postre que se va a ofrecer.

3,4,6,7,2,5,4,9,5,4

μ= (X1+X2+X3+...+Xn)/N= (∑X)/N

μ= (3+4+6+7+2+5+4+9+5+4)/10= (49)/10

μ= 4.9

DATOS AGRUPADOS: MEDIA

El concepto no cambia pero si su forma de aplicación de la formula.

Los datos deben estar ordenados en tablas de frecuencia de la media aritmética

$$\bar{x} = \frac{f1x1 + f2x2 + f3x3 + \cdots + fkxk}{f1 + f2 + f3 + \cdots + fk} = \frac{\sum_{i=1}^{k} fixi}{\sum_{i=1}^{k} fi}$$

xi= marcas de clase

fi= frecuencia de clase

Marca de clase (*xi*) (Sueldo)	(*fi*) (Trabajadores)	(*xi*)*(*fi*)
124.7	8	997.6
136.2	11	1498.2
147.7	12	1772.4
159.2	5	796
170.7	4	682.8
Sumatoria	**40**	**5747**

$$\bar{x} = \frac{8 * 124.7 + 11 * 136.2 + 12 * 147.7 + 5 * 159.2 + 4 * 170.7}{8 + 11 + 12 + 5 + 4} = \frac{\sum_{i=1}^{k} fixi}{\sum_{i=1}^{k} fi}$$

$$\bar{x} = \frac{997.6 + 1498.2 + 1772.4 + 796 + 682.8}{8 + 11 + 12 + 5 + 4} = \frac{5747}{40} = 143.675$$

DATOS NO AGRUPADOS: MEDIANA

Mediana

También llamada media posicional ya que queda exactamente en la mitad del conjunto de datos. La mitad de las observaciones estará por en debajo de la mediana y la otra mitad estará por encima de ella.

Calculo de la mediana :

2.1)*Para* datos no agrupados:

$$Me=\begin{cases} X_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ es impar} \\ \dfrac{X_{\frac{n}{2}} + X_{\frac{n}{2}+1}}{2}, & n \text{ es par} \end{cases}$$

Ejemplos :

1)Hallar la mediana de los valores 4,1,4,8,5,6,9

Solución :

1, 4, 4, 5, 6, 8, 9 n=7(impar)

$$Me=X_{\frac{n+1}{2}} = X_{\frac{7+1}{2}} = X_4 = 5$$

DATOS AGRUPADOS: MEDIANA

Edad	Marca clase (X_i)	Frecuencia absoluta (f_i)	Frecuencia acumulada (F_i)
[0 - 10)	5	3	3
[10 - 20)	15	6	9
[20 - 30)	25	7	16
[30 - 40)	35	12	28
[40 - 50)	45	3	31

$\frac{N}{2} = 15,5$

N = 31

Ahora reemplazamos los datos en la fórmula:

$$Me = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot t_i$$

$$Me = 20 + \frac{15,5 - 9}{7} \cdot 10$$

$$Me = 20 + 9,29$$

$$\boxed{Me = 29,285}$$

$$Me = L_i + \frac{\frac{N}{2} - F_{i-1}}{f_i} \cdot t_i$$

L_{i-1} es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana.

N / 2 es la semisuma de las frecuencias absolutas.

F_{i-1} es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana.

fi es la frecuencia absoluta del intervalo mediano.

t_i es la amplitud de los intervalos.

DATOS NO AGRUPADOS: MODA

1 moda	Bimodal 2 modas
Hallar la moda que hay en la clase de inglés del grado 10 del colegio SSS GAD. Los datos son:	Hallar la moda que hay en la clase de inglés del grado 10 del colegio MS HYT. Los datos son:
15 | 16 | 14 | 15 | 16 | 15 | 17	15 | 16 | 16 | 15 | 16 | 15 | 17
Respuesta. La Mo es 15, éste es un ejercicio con una sola moda	Respuesta. La Mo es 15 y 16, ya que son los datos que más se repiten

DATOS AGRUPADOS: MODA

$$M_O = L_{inf} + \frac{D_1}{D_1 + D_2} * a$$

D_1: Diferencia entre la frecuencia absoluta modal y premodal
D_2: Diferencia entre la frecuencia absoluta modal y prosmodal

$$D_1 = f_i - f_{i-1}$$
$$D_2 = f_i - f_{i+1}$$

Intervalos (en años)	X_i	f_i
10 - 20	15	8
20 - 30	25	20
30 - 40	35	14
40 - 50	45	8
50 - 60	55	2
60 - 70	65	2
70 - 80	75	1
		n = 55

PASOS:

1. Determinar el intervalo modal (frecuencia mayor)
2. Sustituir datos en la fórmula

L_{inf}: 20
D1: 20 – 8 = 12
D2: 20 – 14 = 6
a: 10

Por lo tanto Mo= 26.6 años

TABLAS DE FRECUENCIA

Reglas Básicas:

- Calcular el rango (R): Es la diferencia entre el valor mayor y menor de los datos.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

- Seleccionar número de intervalos de clase (k): No debe ser menor a 5 y mayor a 20. Para esto se aplica la Ley de Sturges:

$$k = 1 + 3.33 \log (N) \quad \text{donde N es el total de datos}$$

- Calcular la amplitud: Es el ancho de los intervalos.

$$A = \text{Rango} / \text{No. de intervalos}$$

1°Para poder construir la tabla de frecuencias lo primero que debemos hacer es calcular el **rango**.

El rango da la idea de proximidad de los datos a la media. Se calcula restando el **dato menor al dato mayor**.

El dato mayor y el menor lo hemos destacado con color rojo:

Dato mayor - dato menor = **73 - 1** = 72

Por lo tanto; **Rango = 72**

15	73	1	65	16	3	42
36	42	3	61	19	36	47
30	45	29	73	69	34	23
22	21	33	27	55	58	17
4	17	48	25	36	11	4
54	70	51	3	34	26	10

TEORÍA DE CONJUNTOS.

Un conjunto es la agrupación, clase, o colección de objetos o en su defecto de elementos que pertenecen y responden a la misma categoría o grupo de cosas.

OPERACIONES CON CONJUNTOS

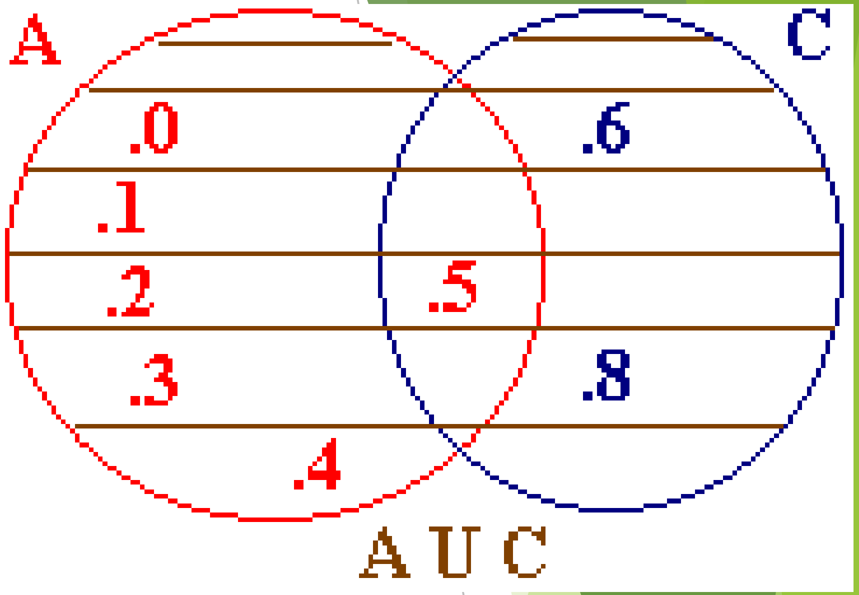
UNIÓN DE CONJUNTOS:

La unión de los conjuntos A y B es el conjunto formado por todos los elementos que pertenecen a A o a B o a ambos. Se denota: A U B.

EJEMPLOS:

-

Dados los conjuntos: A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }, B = { 0, 2, 4 } y C = { 5, 6, 8 }

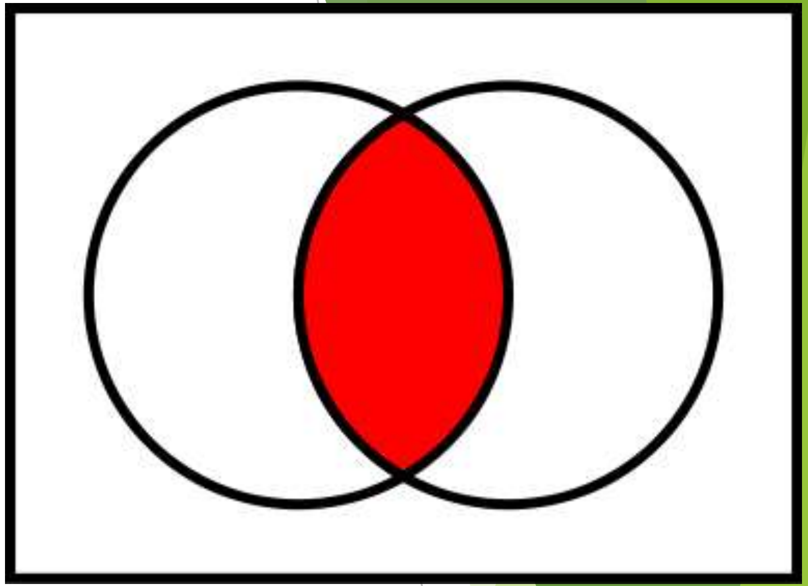


a) A U C   b) B U C

A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 } y C = { 5, 6, 8 }
A U C = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 8 }

B = { 0, 2, 4 } y C = { 5, 6, 8 }
B U C = { 0, 2, 4, 5, 6, 8 }   B U C = {x/x € N y x ≥ 0 ≤ 8 }

INTERSECCION DE CONJUNTOS:



La intersección es el conjunto formado por los elementos que son comunes entre dos o más conjuntos dados. Se denota por $A \cap B$, que se lee: A intersección B. La intersección de A y B también se puede definir:

EJEMPLOS:

Dados los conjuntos: A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 }, B = { 3, 5, 7 } y C = { 2, 4 }

a) A Π C b) B Π C

A = { 0, 1, 2, 3, 4, 5 } y C = { 2, 4 }

A Π C = { 2, 4 }

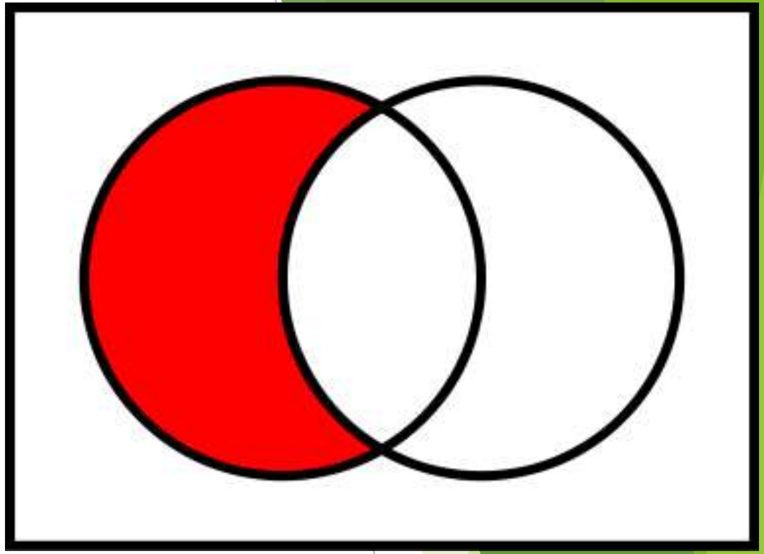
B = { 3, 5, 7 } y C = { 2, 4 }

B Π C = { Ø }

DIFERENCIA DE CONJUNTOS:

Se denomina diferencia de dos conjuntos A y B al conjunto formado por todos los elementos de A pero que no pertenecen a B.

La diferencia se denota por: A - B que se lee: A diferencia B o A menos B.



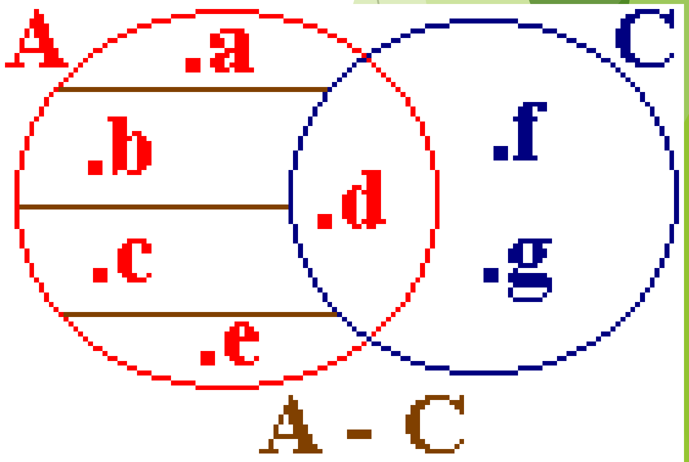
EJEMPLOS:

Dados los conjuntos: A = { a, b, c, d, e }, B = { a, e } y C = { d, f, g }

a) A - C b) B - C

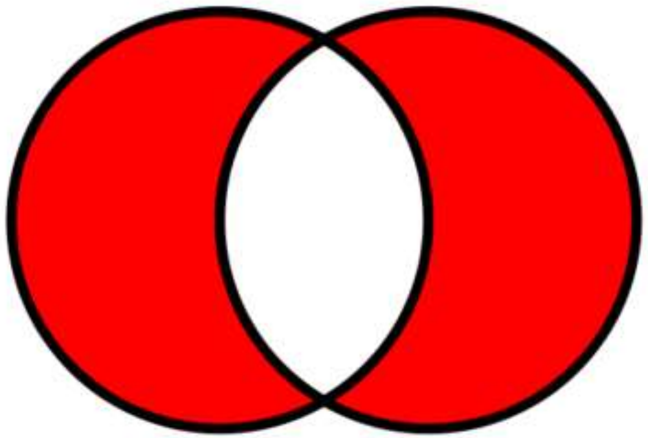
- A = { a, b, c, d, e } y C = { d, f, g }

A - C = { a, b, c, e }



DIFERENCIA SIMETRICA:

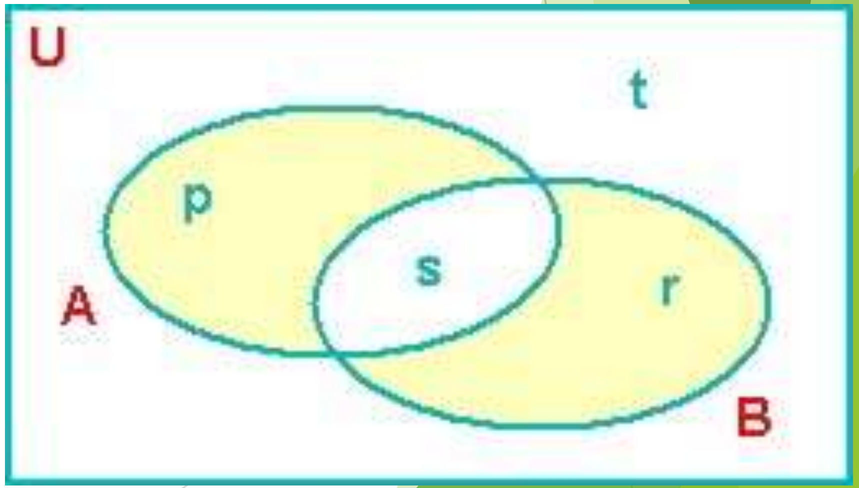
El conjunto diferencia simétrica de A y B está formado por los elementos del universo que pertenecen a uno y solamente uno de ellos, es decir, que pertenecen a A, o a B, pero no a ambos:



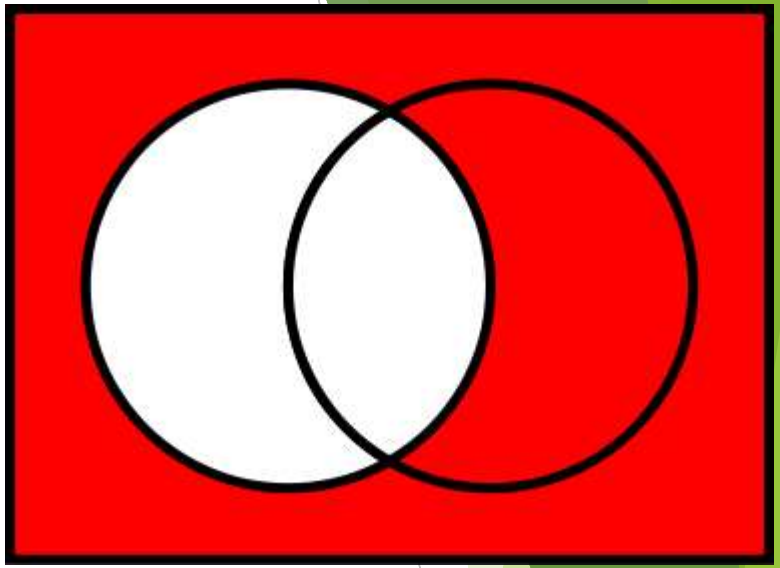
EJEMPLO:

Sean:
U = { p , r , s , t }
A = { p , s }
B = { r , s }

$$A \Delta B = \{ p , r \}$$



COMPLEMENTO DE CONJUNTOS:



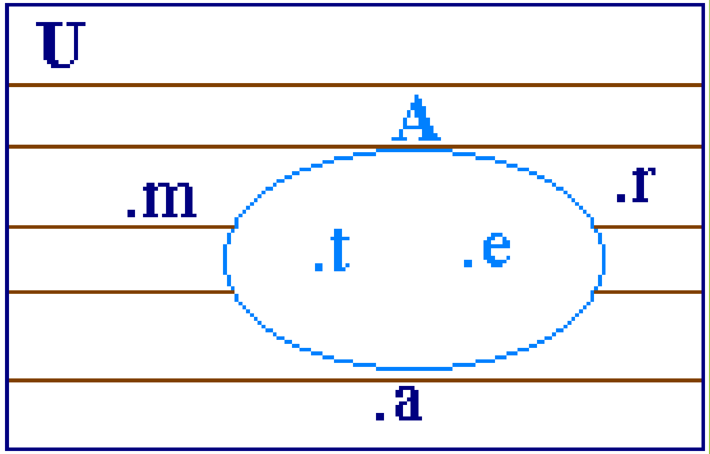
Si un conjunto A es subconjunto de otro conjunto universal U, al conjunto A' formado por todos los elementos de U pero no de A, se llama complemento de A con respecto a U.

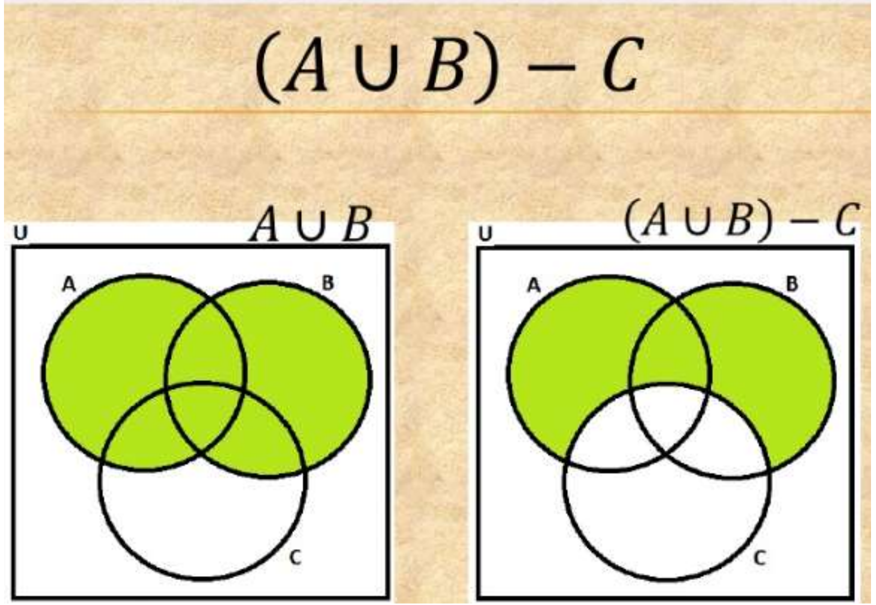
$$U \setminus A = A^C$$

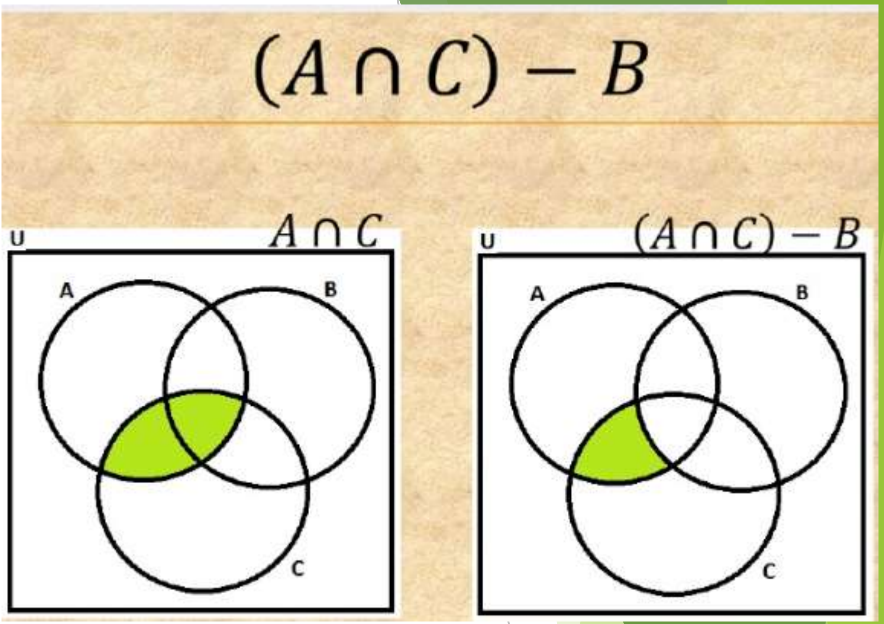
EJEMPLOS:

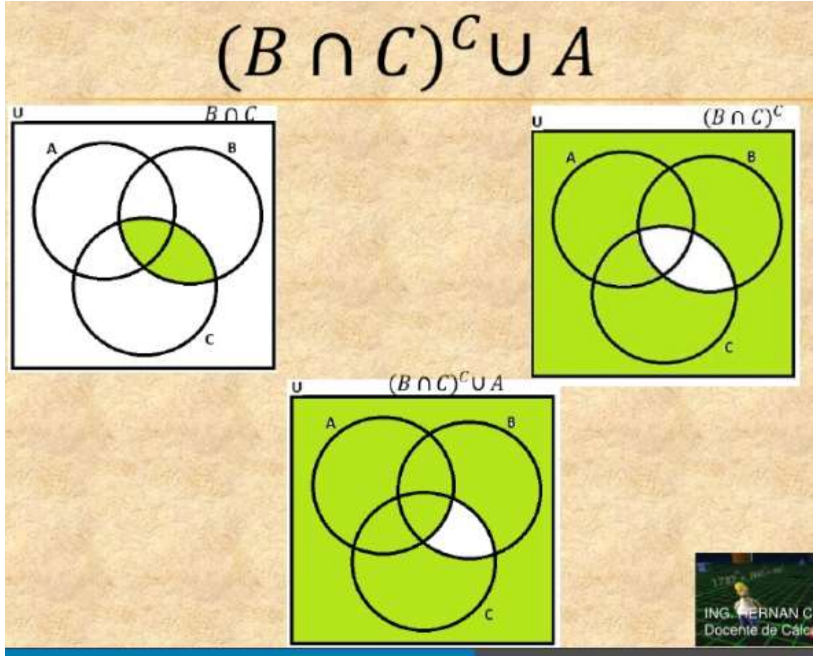
Sean U = { m, a, r, t, e } y A = { t, e }

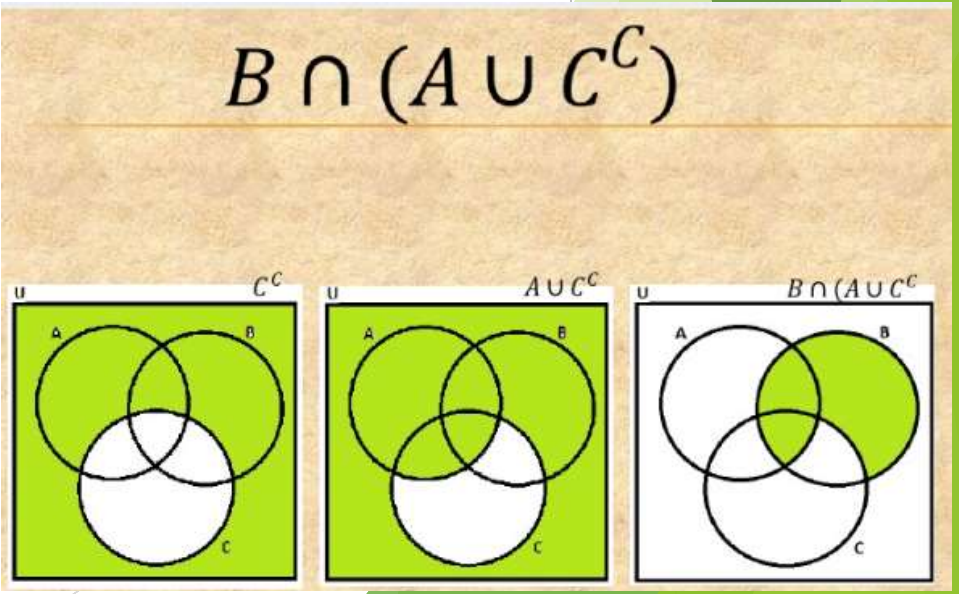
Su complemento de A es: A' = { m, a, r }

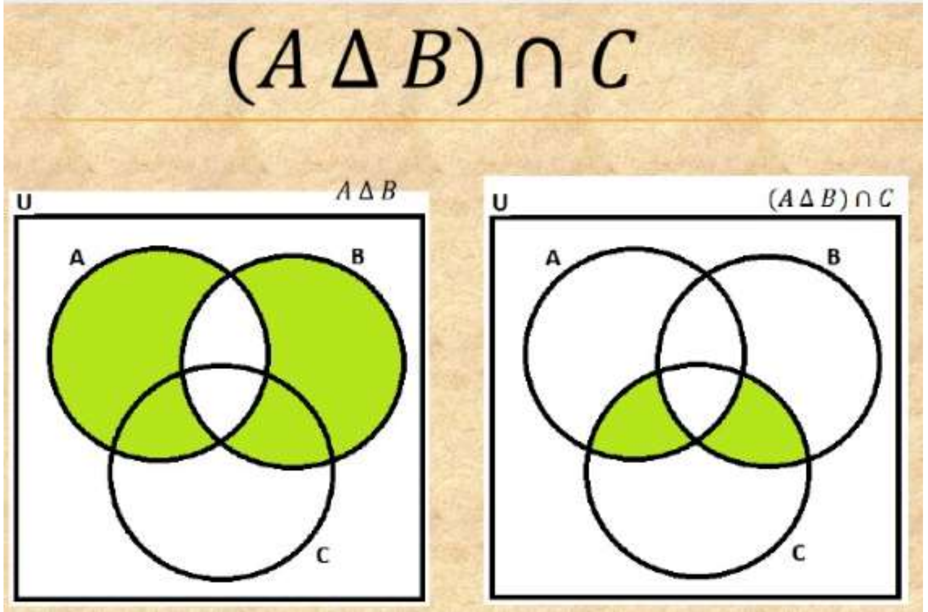


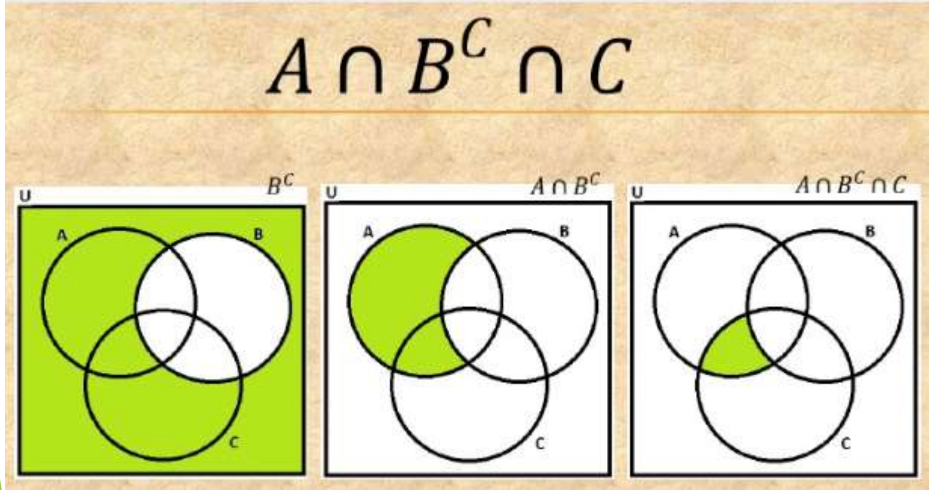

(A ∪ B) − C
U
A ∪ B
A
B
C
U
(A ∪ B) − C
A
B
C

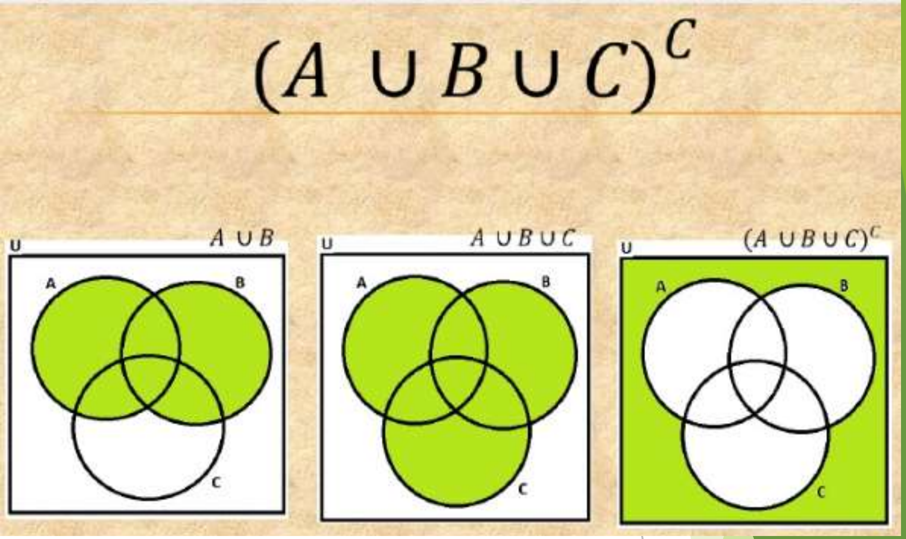

(A ∩ C) − B
U
A ∩ C
A
B
C
U
(A ∩ C) − B
A
B
C

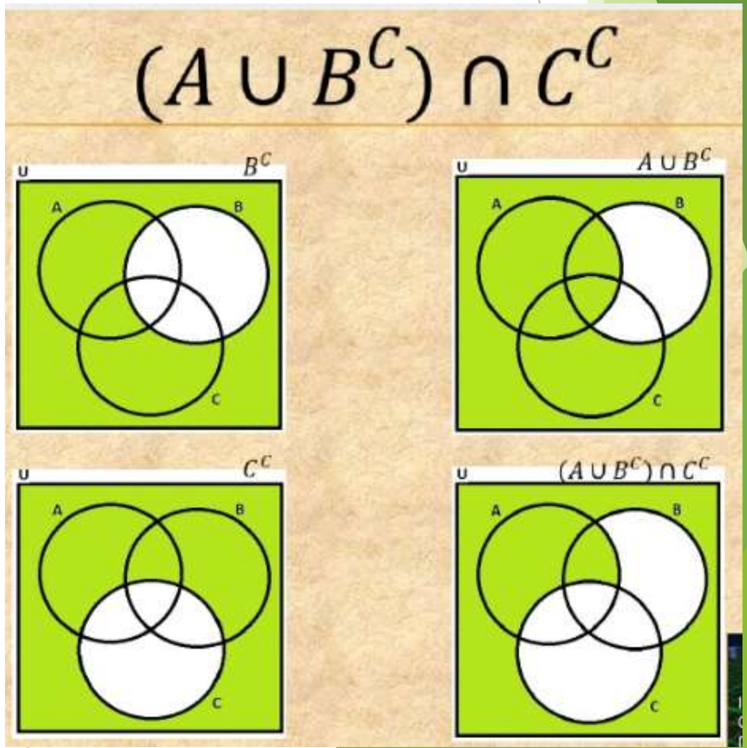

(B ∩ C)^C ∪ A
U
B ∩ C
A
B
C
U
(B ∩ C)^C
A
B
C
U
(B ∩ C)^C ∪ A
A
B
C

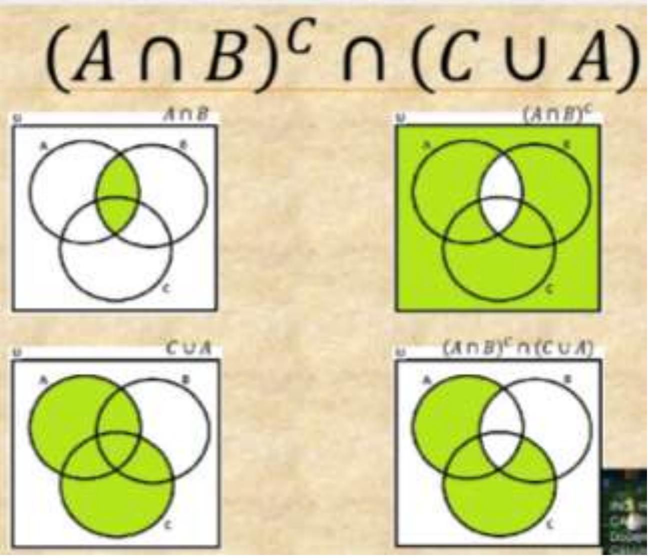

B ∩ (A ∪ C^C)
U
C^C
A
B
C
U
A ∪ C^C
A
B
C
U
B ∩ (A ∪ C^C
A
B
C

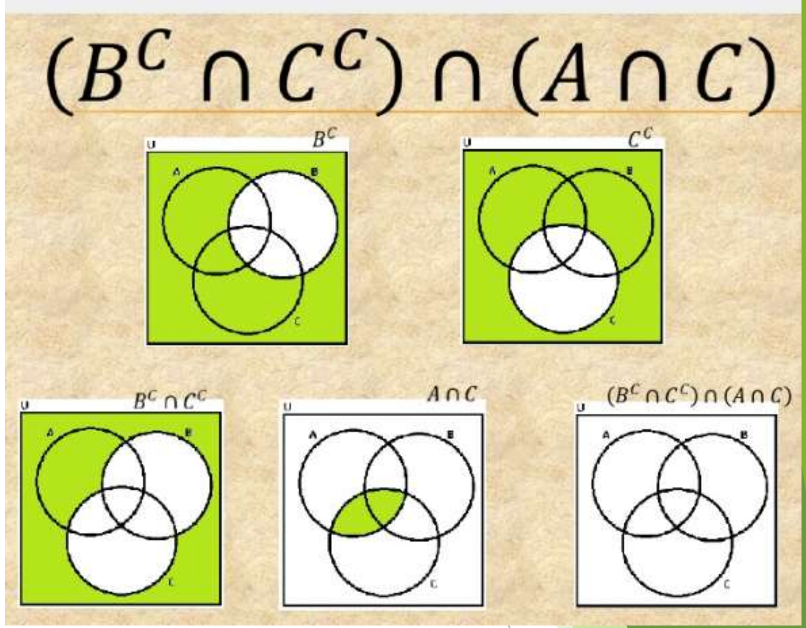

$(A \Delta B) \cap C$
U
$A \Delta B$
A
B
C
U
$(A \Delta B) \cap C$
A
B
C

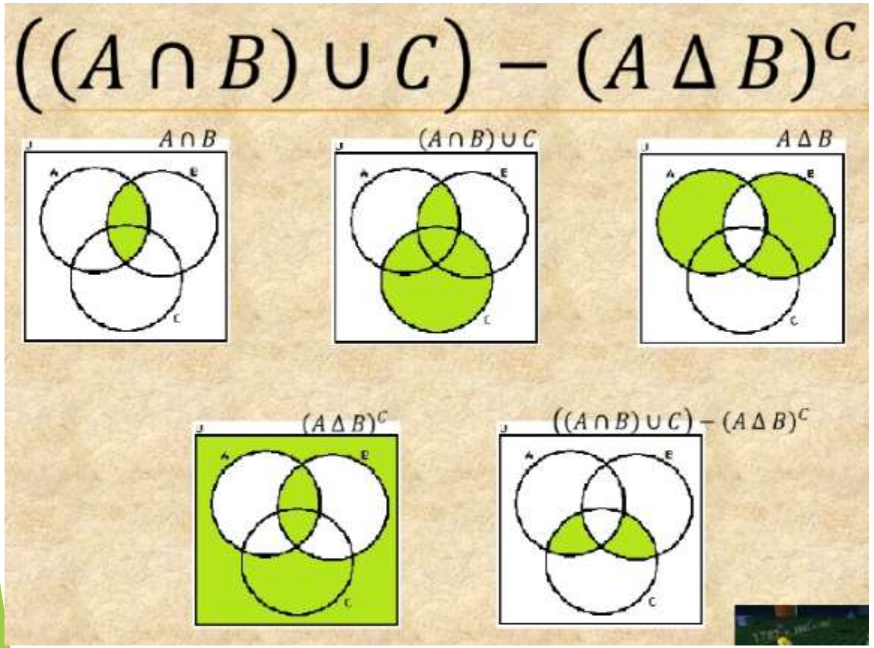

$A \cap B^C \cap C$
U
B^C
U
$A \cap B^C$
U
$A \cap B^C \cap C$
A
B
C

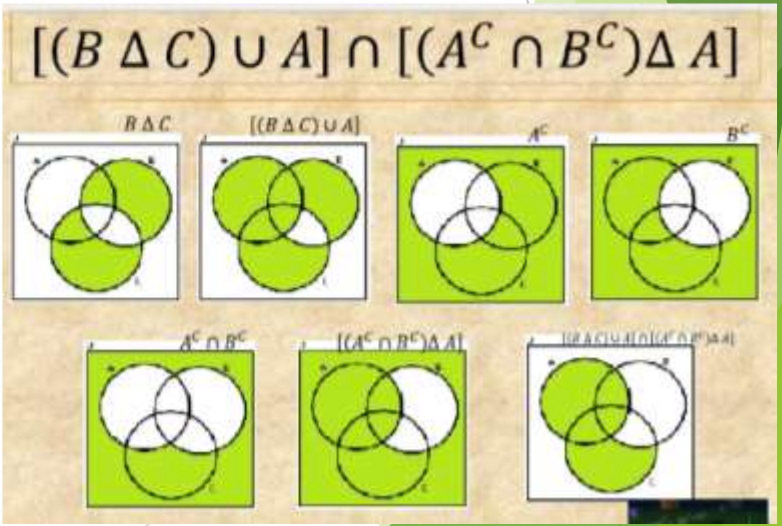

$(A \cup B \cup C)^C$
U
$A \cup B$
U
$A \cup B \cup C$
U
$(A \cup B \cup C)^C$
A
B
C


$(A \cup B^C) \cap C^C$
U
B^C
U
$A \cup B^C$
U
C^C
U
$(A \cup B^C) \cap C^C$
A
B
C


$(A \cap B)^C \cap (C \cup A)$
$A \cap B$
$(A \cap B)^C$
$C \cup A$
$(A \cap B)^C \cap (C \cup A)$


$(B^C \cap C^C) \cap (A \cap C)$
B^C
C^C
$B^C \cap C^C$
$A \cap C$
$(B^C \cap C^C) \cap (A \cap C)$


$((A \cap B) \cup C) - (A \Delta B)^C$
$A \cap B$
$(A \cap B) \cup C$
$A \Delta B$
$(A \Delta B)^C$
$((A \cap B) \cup C) - (A \Delta B)^C$


$[(B \Delta C) \cup A] \cap [(A^C \cap B^C) \Delta A]$
$B \Delta C$
$[(B \Delta C) \cup A]$
A^C
B^C
$A^C \cap B^C$
$[(A^C \cap B^C) \Delta A]$