
UNIDAD 1 **INTRODUCCIÓN**
A LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

1.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

La historia de las matemáticas considera a René Descartes el fundador del sistema matemático moderno y, por lo tanto, el padre de la geometría analítica.

Descartes provenía de una antigua y noble familia de Normandía. Su madre murió al nacer él, por lo que fue atendido en el colegio de jesuitas de La Fleche, donde recibió una formación cuidadosa y profunda en temas científicos fundamentada en los libros de Clavius, en los *Elementos* de Euclides y en temas de geometría práctica y álgebra.

Como voluntario del ejército protestante, conoce en Ulm al maestro Faulhaber, quien le ayuda a plantear su filosofía en un campamento invernal de Neuburgo en el Danubio; por aquel tiempo hace su primer descubrimiento matemático sobre el teorema de Euler, que trata de los poliedros.

Después de abandonar el servicio militar, y con la influencia de Ramée y Montaigne, René Descartes deja de lado la filosofía natural tradicional por ser infructuosa, con clasificaciones sin contenido e interpretación que conduce, mediante conclusiones propias, de lo complejo a lo sencillo, de la hipótesis a la evidencia; lo que se propone es hacer una matemática sistematizada y severa, y parte únicamente de bases y conceptos estrictos, con lenguaje sencillo, claro y preciso para que pueda grabarse fácilmente en la memoria.

Su principal objetivo es unir la geometría con el álgebra, actividad iniciada por Viete; Descartes sustituye las palabras enteras, abreviaturas y notaciones por un simbolismo puro, cuidadosamente ideado, que se ha podido conservar casi íntegro hasta nuestros días.

Descartes, en su geometría analítica de 1637, considera el segmento como una unidad o como un número y transforma así la geometría en aritmética; como la suma, la resta, la multiplicación y la división de segmentos da lugar a otro segmento, Descartes relaciona los números con las mismas operaciones, y enfrenta problemas puramente algebraicos, ya que sabe que todos los problemas geométricos de carácter lineal y cuadrático pueden resolverse con regla y compás, pues los considera problemas del plano. Descartes quiere resolver gráficamente ecuaciones de grado mayor por curvas algebraicas engendradas paso a paso por mecanismos lineales del movimiento, al usar elementos de referencia en posiciones especiales; resuelve el problema de las normales a

las curvas algebraicas evitando operaciones infinitesimales; entre sus ejemplos aclaratorios figuran la conoide y el llamado óvalo de Descartes; habla de la tangente, creyendo haber resuelto todas las cuestiones principales de la matemática y que sus métodos de tangentes y normales son los más sencillos.

Descartes y Fermat son los inventores de la geometría sobre ejes de coordenadas, donde el álgebra y la geometría se reúnen en el trazado de gráficas de ecuaciones y desigualdades.

El cálculo y la geometría analítica marcan el comienzo de las matemáticas modernas en el siglo XVII.

Geometría analítica

Estudia las figuras geométricas utilizando un sistema de coordenadas y resuelve los problemas geométricos por métodos algebraicos; las coordenadas se representan por grupos numéricos y las figuras por ecuaciones.

EJERCICIO I *Contesta las siguientes preguntas:*

1. Nombre del fundador de la geometría analítica.
2. ¿Cuáles son los contenidos de los libros de Clavius?
3. ¿Cuál fue el primer descubrimiento matemático de Descartes?
4. ¿Quién ya había intentado unir el álgebra y la geometría?

5. Explica de qué manera integró Descartes el álgebra y la geometría.

6. ¿Cuál es el concepto de geometría analítica?

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS

1. Investiga la biografía de René Descartes.
2. Investiga los contenidos principales de la obra de Descartes publicada en 1637.

1.2 SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

Sistema de coordenadas rectangulares

Este sistema también se denomina *cartesiano* en honor a René Descartes, por haber sido quien lo empleara en la unión del álgebra y la geometría plana para dar lugar a la geometría analítica.

El sistema de coordenadas rectangulares consta de dos rectas dirigidas XX' y YY' llamadas *ejes de coordenadas* y que son perpendiculares entre sí; la recta XX' se llama *eje X*, la recta YY' se llama *eje Y*; su punto de intersección O es el *origen del sistema* (véase figura 1).

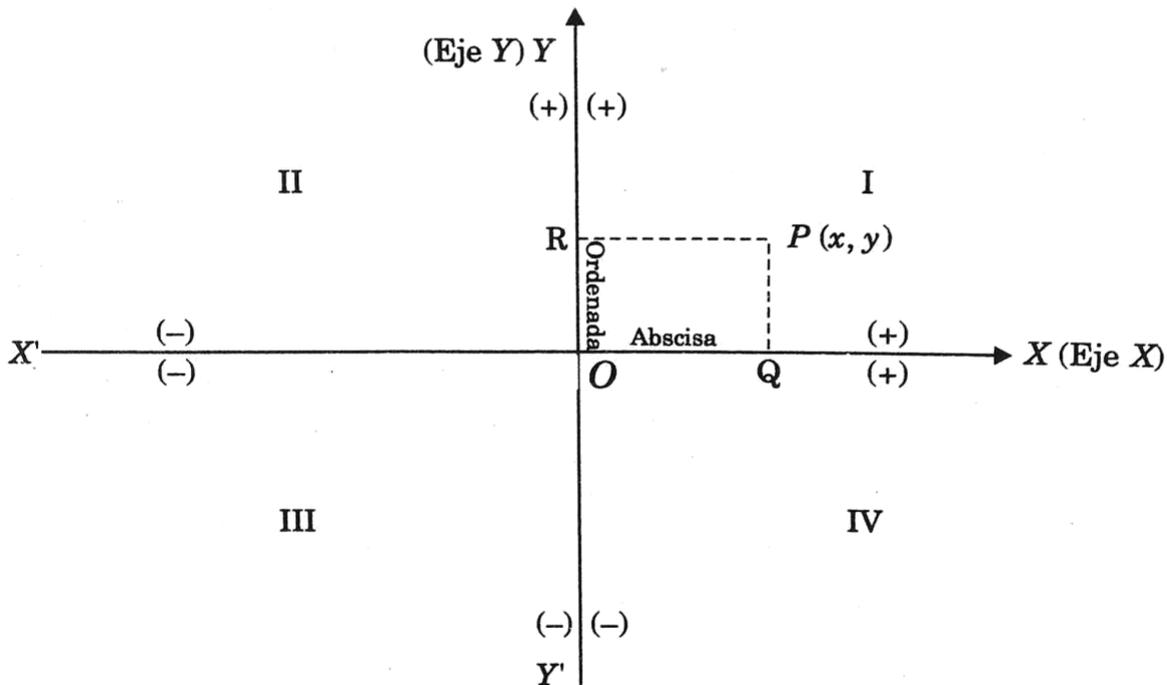


Figura 1. Sistema coordenado rectangular.

Estos ejes coordenados dividen el plano en cuatro regiones llamadas *cuadrantes*, los cuales se ordenan en sentido contrario al giro de las manecillas del reloj.

Todo punto P del plano se localiza por medio del sistema rectangular; se traza PQ perpendicular al eje X y PR perpendicular al eje Y , la longitud del segmento dirigido OQ se representa por x y se llama *abscisa de P*; la longitud del segmento OR se representa por y y se llama *ordenada de P*. Los números

reales x y y se llaman *coordenadas rectangulares de P* y se representan por: $P(x, y)$.

Las abscisas medidas sobre el eje X a la derecha del origen son positivas, y a la izquierda del origen son negativas; las ordenadas medidas sobre el eje Y hacia arriba del origen son positivas y hacia abajo del origen son negativas.

La localización de un punto por sus coordenadas se llama *trazado del punto*.

Tarea: Una vez leído el texto anterior, contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es la razón por la que el sistema de coordenadas rectangulares se denomina también cartesiano?
2. ¿Cómo está conformado el sistema de coordenadas rectangulares?
3. ¿Cómo se ordenan los cuadrantes del sistema de coordenadas rectangulares?
4. Explica cuándo las abscisas y ordenadas son positivas.
5. Explica cuándo las abscisas y ordenadas son negativas.
6. ¿Cuál es la representación de las coordenadas de un punto de manera general?

✓

1.3 LOCALIZACIÓN DE PUNTOS EN EL PLANO

Cuando nos encontramos en una gran ciudad, podemos localizar cualquier esquina si contamos con dos datos: el nombre de la calle y el nombre de la avenida que la cruza.

En un salón de clases se puede localizar cualquier asiento, con tan sólo dos datos: el número de la fila y el número de la hilera.

Los anteriores son ejemplos de la localización de puntos en el plano coordenado.

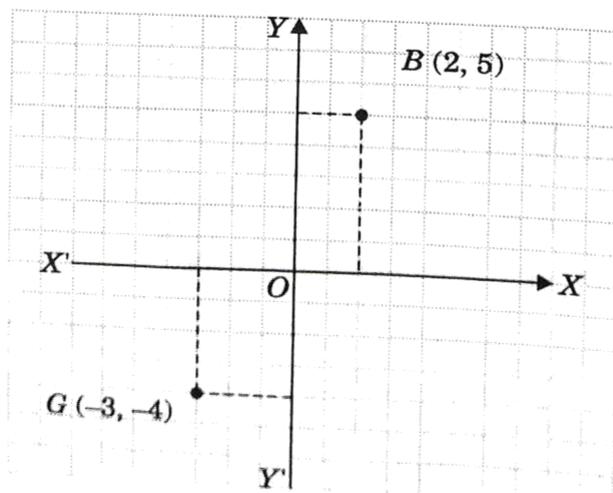
Representación gráfica de los puntos

En el sistema de coordenadas rectangulares hay una relación que establece que *a cada par de números reales (x, y) le corresponde un punto definido del plano, y a cada punto del plano le corresponde un par único de coordenadas (x, y) .*

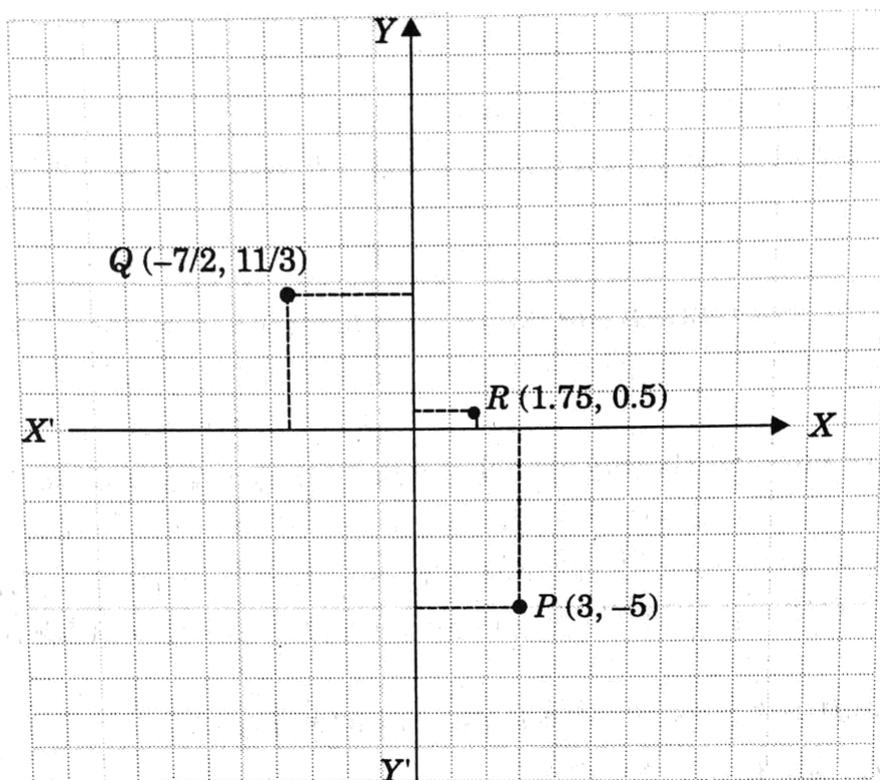
En el proceso graficador hay que tomar en cuenta los signos de las coordenadas del punto para ubicarlo en los cuadrantes; para ello se emplea el papel cuadriculado o de coordenadas rectangulares, ya que facilita la localización y el marcado de puntos en el plano.

EJEMPLOS

1. Graficar los puntos $B(2, 5)$ y $G(-3, -4)$



2. Graficar los puntos $P(3, -5)$, $Q(-7/2, 11/3)$ y $R(1.75, 0.5)$



3. Graficar el polígono cuyos vértices son: $A(5, 1)$, $B(2, -3)$, $C(-3, -1)$, $D(-2, 4)$ y $E(1, 5)$

Tarea: Grafica el siguiente polígono y al final cita el nombre de la figura formada después de unir los puntos.