

Prueba de Hipótesis Z

Prueba de Hipótesis Z

- La prueba Z permite estimar parámetros poblacionales basándose en el teorema del límite central.
- Calcula intervalos de confianza para determinar si un parámetro se encuentra en un rango esperado
- Evaluando así la validez de una aseveración sobre un parámetro poblacional.

Requisitos para realizar la Prueba Z

Para aplicar la prueba Z se deben cumplir ciertos requisitos:

- 1 **Tamaño de muestra (n) grande:** $n \geq 30$, garantizando que la distribución de las medias muestrales tienda a ser normal.
- 2 **Desviación estándar conocida:** Se requiere conocer la desviación estándar (σ) de la población.
- 3 **Muestreo aleatorio y representativo:** La muestra debe representar adecuadamente a la población.
- 4 **Distribución normal de la población:** Si $n < 30$, se asume que la población sigue una distribución normal.

La fórmula para calcular Z es:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

donde:

- \bar{X} : media muestral,
- μ : media poblacional bajo H_0 ,
- σ : desviación estándar de la población,
- n : tamaño de la muestra.

Los valores críticos Z dependen del nivel de significancia α y de la dirección de la prueba.

- **Prueba de una cola:** Se evalúa en una sola dirección.
- **Prueba de dos colas:** Evalúa en ambas direcciones.

Tabla de Valores Críticos Z para Dos Colas

α	Valor Crítico Z (Dos Colas)
0.10	± 1.645
0.05	± 1.960
0.01	± 2.576
0.001	± 3.291

Tabla de Valores Críticos Z para Una Cola

α	Valor Crítico Z (Una Cola)
0.10	1.280
0.05	1.645
0.01	2.326
0.001	3.090

Ejemplo: Prueba de Hipótesis para la Media (Prueba Z Unilateral)

Supongamos que una empresa afirma que el tiempo promedio de recuperación es 15 días, con $\sigma = 3$ días. En una muestra de 40 pacientes, se observa una media de 16 días.

- **Datos:** $\mu = 15$, $\sigma = 3$, $\bar{X} = 16$, $n = 40$
- **Nivel de significancia:** $\alpha = 0.05$

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{16 - 15}{\frac{3}{\sqrt{40}}} = \frac{1}{0.4743} \approx 2.11$$

Como $Z = 2.11$ es mayor que el valor crítico de 1.645 (para $\alpha = 0.05$, prueba unilateral), se rechaza H_0 .

Conclusión

La prueba Z es útil para evaluar diferencias entre medias muestrales y poblacionales en muestras grandes o cuando σ es conocida. Es fundamental para decidir si una hipótesis es significativa, aplicando principios de la distribución normal.