UDS

Mi Universidad

LIBRO

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA EN NUTRICIÓN

Licenciatura en Nutrición

Tercer Cuatrimestre

Mayo-Agosto

Marco Estratégico de Referencia

Antecedentes históricos

Nuestra Universidad tiene sus antecedentes de formación en el año de 1979 con el inicio de actividades de la normal de educadoras “Edgar Robledo Santiago”, que en su momento marcó un nuevo rumbo para la educación de Comitán y del estado de Chiapas. Nuestra escuela fue fundada por el Profesor Manuel Albores Salazar con la idea de traer educación a Comitán, ya que esto representaba una forma de apoyar a muchas familias de la región para que siguieran estudiando.

En el año 1984 inicia actividades el CBTiS Moctezuma Ilhuicamina, que fue el primer bachillerato tecnológico particular del estado de Chiapas, manteniendo con esto la visión en grande de traer educación a nuestro municipio, esta institución fue creada para que la gente que trabajaba por la mañana tuviera la opción de estudiar por las tardes.

La Maestra Martha Ruth Alcázar Mellanes es la madre de los tres integrantes de la familia Albores Alcázar que se fueron integrando poco a poco a la escuela formada por su padre, el Profesor Manuel Albores Salazar; Víctor Manuel Albores Alcázar en julio de 1996 como chofer de transporte escolar, Karla Fabiola Albores Alcázar se integró en la docencia en 1998, Martha Patricia Albores Alcázar en el departamento de cobranza en 1999.

En el año 2002, Víctor Manuel Albores Alcázar formó el Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. para darle un nuevo rumbo y sentido empresarial al negocio familiar y en el año 2004 funda la Universidad Del Sureste.

La formación de nuestra Universidad se da principalmente porque en Comitán y en toda la región no existía una verdadera oferta Educativa, por lo que se veía urgente la creación de una institución de Educación superior, pero que estuviera a la altura de las exigencias de los jóvenes que tenían intención de seguir estudiando o de los profesionistas para seguir preparándose a través de estudios de posgrado.

Nuestra Universidad inició sus actividades el 18 de agosto del 2004 en las instalaciones de la 4ª avenida oriente sur no. 24, con la licenciatura en Puericultura, contando con dos grupos de cuarenta alumnos cada uno. En el año 2005 nos trasladamos a nuestras propias instalaciones en la carretera Comitán – Tzimol km. 57 donde actualmente se encuentra el campus Comitán y el corporativo UDS, este último, es el encargado de estandarizar y controlar todos los procesos operativos y educativos de los diferentes campus, así como de crear los diferentes planes estratégicos de expansión de la marca.

Misión

Satisfacer la necesidad de Educación que promueva el espíritu emprendedor, aplicando altos estándares de calidad académica, que propicien el desarrollo de nuestros alumnos, Profesores, colaboradores y la sociedad, a través de la incorporación de tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Visión

Ser la mejor oferta académica en cada región de influencia, y a través de nuestra plataforma virtual tener una cobertura global, con un crecimiento sostenible y las ofertas académicas innovadoras con pertinencia para la sociedad.

Valores

- Disciplina
- Honestidad
- Equidad
- Libertad

Escudo

El escudo del Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. está constituido por tres líneas curvas que nacen de izquierda a derecha formando los escalones al éxito. En la parte superior está situado un cuadro motivo de la abstracción de la forma de un libro abierto.

Eslogan

“Mi Universidad”

ALBORES

Es nuestra mascota, un Jaguar. Su piel es negra y se distingue por ser líder, trabaja en equipo y obtiene lo que desea. El ímpetu, extremo valor y fortaleza son los rasgos que distinguen.

ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA EN NUTRICIÓN

Objetivo de la materia:

Realizar una introducción elemental en el campo de la Metodología Estadística para que el futuro profesional en nutrición sea capaz de aplicar los procedimientos estadísticos fundamentales y valorar críticamente las investigaciones y publicaciones del campo de la nutrición que hagan uso de tales métodos.

Criterios de evaluación:

No	Concepto	Porcentaje
1	Trabajos Escritos	10%
2	Actividades Áulicas	20%
3	Trabajos en plataforma Educativa	20%
4	Examen	50%
Total de Criterios de evaluación		100%

INDICE

Unidad 3

MEDIDAS ANTROPOMETRICAS

3.1. Para que sirven las medidas antropométricas

3.2. Medidas de peso

3.3. Medidas de talla

3.4. Medidas de circunferencia Braquial

3.5. Medidas de circunferencia cefálica

Unidad 4

APLICACIONES PRÁCTICAS A LA NUTRICION

4.1. Que son las curvas de crecimiento

4.2. Interpretaciones de los valores obtenidos en las curvas

4.3. Curvas de crecimiento para niños con desarrollo normal

4.4. Curvas de crecimiento para niños con síndrome de Down

4.5. Aplicación del puntaje z

Unidad I

INTRODUCCION

1.1. Definición de estadísticas

El termino estadística proviene del latín statisticum collegium (“consejo de Estado”) y de su derivado italiano statista (“hombre de Estado o político”). En 1749, el alemán Gottfried Achenwall comenzó a utilizar la palabra alemana statistik para designar el análisis de datos estatales. Por lo tanto, los orígenes de la estadística están relacionados con el gobierno y sus cuerpos administrativos.

Estadística

Hoy puede decirse que la recopilación y la interpretación de los datos obtenidos en un estudio es tarea de la estadística, considerada como una rama de la matemática. Las estadísticas (el resultado de la aplicación de un algoritmo estadístico a un grupo de datos) permiten la toma de decisiones dentro del ámbito gubernamental, pero también en el mundo de los negocios y el comercio.

Además de todo lo expuesto hemos de dejar patente que para que esta rama de las Matemáticas tenga lugar y desarrolle sus trabajos deben contar con una serie de instrumentos que se han convertido en fundamentales. En concreto, nos referimos a los llamados niveles de medición (intervalo, nominal, razón y ordinal), los estudios observacionales y también las técnicas de análisis estadístico.

En este último grupo de herramientas habría que incluir algunas tan conocidas e importantes como la frecuencia estadística, el análisis de varianza, la gráfica estadística, el análisis de regresión, la prueba t de Student o el análisis factorial confirmatorio.

La estadística aplicada puede ser dividida en dos ramas: la estadística descriptiva (refiere a los métodos de recolección, descripción, visualización y resumen de los datos, que pueden ser presentados en forma numérica o gráfica) y la inferencia estadística (la generación de los modelos y predicciones relacionadas a los fenómenos estudiados, teniendo en cuenta el aspecto aleatorio y la incertidumbre en las observaciones).

Además de la estadística aplicada, también existe una disciplina denominada estadística matemática, que abarca las bases teóricas de la materia.

Al hablar de esta rama científica tampoco podemos pasar por alto el hecho de que en España existe lo que se conoce como Instituto Nacional de Estadística (INE). Un organismo este de gran valor pues se encarga de acometer una serie de funciones esenciales para el Estado. En concreto, y según le tiene atribuida la legislación vigente, tiene como misión el realizar, por ejemplo, los distintos censos demográficos y económicos.

El censo electoral y operaciones estadísticas entorno a las cuentas nacionales son otros de los trabajos que realiza este citado organismo que tiene entre sus áreas más relevantes al Departamento de Planificación, Coordinación y Difusión Estadística así como al de Cuentas Económicas y Empleo o el de Muestreo y Recogida de Datos.

Todo ello sin olvidar que en España también existe una Comisión Interministerial de Estadística, un Consejo Superior de Estadística y un Comité Interterritorial de Estadística.

Los métodos estadístico-matemáticos, por su parte, surgieron desde la teoría de probabilidad, que calcula la frecuencia con la que ocurre un resultado en un experimento bajo condiciones suficientemente estables.

En la actualidad, las prácticas estadísticas han avanzado y se han perfeccionado gracias a la creación de instrumentos precisos que permiten el desarrollo de políticas públicas.

1.2. Población y muestras

Población:

En estadística el concepto de población va más allá de lo que comúnmente se conoce como tal. En términos estadísticos, población es un conjunto finito o infinito de personas, animales o cosas que presentan características comunes, sobre los cuales se quiere efectuar un estudio determinado. En otras palabras, la población se define como la totalidad de los valores posibles (mediciones o conteos) de una característica particular de un grupo especificado de personas, animales o cosas que se desean estudiar en un momento determinado. Así, se puede hablar de la población de habitantes de un país, de la población de estudiantes universitarios de la zona sur del Estado Anzoátegui, de la población de casas de la Urbanización Los Ríos de la ciudad de El Tigre, el rendimiento académico de los estudiantes del IUTJAA, el número de carros marca Corola de la ciudad de El Tigre, la estatura de un grupo alumnos del IUTJAA, la talla, etc.

Muestra:

La muestra es un subconjunto de la población, seleccionado de tal forma, que sea representativo de la población en estudio, obteniéndose con el fin de investigar alguna o algunas de las propiedades de la población de la cual procede. En otras palabras es una parte de la población que sirve para representarla. Según el DRAE, es una parte o porción extraída de un conjunto por métodos que permiten considerarla como representativa del mismo. Entonces, una muestra no es más que una parte de la población que sirve para representarla. La muestra debe obtenerse de la población que se desea estudiar; una muestra debe ser definida sobre la base de la población determinada, y las conclusiones que se obtengan de dicha muestra sólo podrán referirse a la población en referencia.

Muestreo:

Es el procedimiento mediante el cual se obtiene una o más muestras de una población determinada. Existen dos tipos de muestreos a saber:

Los Parámetros:

Son cualquiera característica que se pueda medir y cuya medición se lleve a cabo sobre todos los elementos que integran una población determinada, los mismos suelen representarse con letras griegas. El valor de un parámetro poblacional es un valor fijo en un momento dado. Ejemplo: La media Aritmética = m (miu), La desviación Típica = s, (Sigma) etcétera.

Dato estadístico:

Es un conjunto de valores numéricos que tienen relación significativa entre sí. Los mismos pueden ser comparados, analizados e interpretados en una investigación cualquiera. Se puede afirmar que son las expresiones numéricas obtenidas como consecuencia de observar un individuo de la población; por lo tanto, son las características que se han tomado en cuenta de cualquiera población para una investigación determinada.

1.3. Variables cualitativas y numérica

Las variables cuantitativas y cualitativas son propiedades que pueden cambiar y cuya fluctuación es observable de alguna manera. De esta manera, las variables cualitativas hablan de propiedades que no pueden ser medidas con números y las cuantitativas incluyen aquellas a las que puede ser asignado un valor numérico (Bonton, 2017).

La rama de las ciencias que se encarga de estudiar el comportamiento de las variables cualitativas y cuantitativas es la estadística. De esta manera analiza a las variables medibles numéricamente y a las abstracciones que no pueden ser medidas y cuya estimación depende del individuo que las percibe (Statistics, 2013).

Ejemplos de Variables Cualitativas y Cuantitativas

Dentro de las variables cualitativas podemos encontrar dos tipos: nominales y ordinales. El primer tipo hace referencia a aquellas variables que carecen de un criterio de orden, mientras que el segundo tipo obedece a las variables que siguen un patrón de orden o pertenecen a una escala de valor.

Las variables cuantitativas por su parte, se clasifican en discretas y continuas, siendo las primeras aquellas definidas por un número finito de elementos (1, 2, 3, etc) y las segundas aquellas que cuentan con un número infinito de caracteres dentro de un intervalo determinado (número decimales).

Variables Cualitativas

Las variables cualitativas incluyen todas las cualidades o características observables de un grupo o población que no pueden ser medidas de forma numérica. Generalmente se asocian con un atributo físico (cualidad) de un grupo de individuos.

Estas variables pueden ser divididas en dos tipos: nominales (carecen de un criterio de orden) y ordinales (poseen un criterio de orden) (Andale, Statistics How To, 2017).

Variable cualitativas nominales

Las variables cualitativas nominales son aquellas que carecer de o no admiten un criterio de orden y no cuentan con un valor numérico asignado. Un ejemplo de este tipo de variables puede ser el estado civil (casado, soltero, divorciado, viudo).

Variable cualitativas ordinales

A las variables cualitativas ordinales se les conoce como variables semi-cuantitativas. A pesar de que aluden a atributos o cualidades que carecen de un valor numérico, se les clasifica dentro de una escala de valor. Un ejemplo de este tipo de variables puede ser el resultado de una competencia deportiva (primer, segundo o tercer lugar).

Ejemplos

Terror, un concepto que no puede ser medido

– El miedo

Ésta es una variable cualitativa nominal, ya que no puede ser medida numéricamente. El miedo es una variable que cambia de acuerdo a la persona que la siente y fluctúa dependiendo de la situación en la que se sienta al reaccionar a un suceso o evento determinado.

– El hambre

El hambre no puede ser medido numéricamente, por tanto, es considerado como una variable cualitativa ordinal. Esta variable únicamente puede ser percibida por la persona que la siente y se puede clasificar en mucha, poca o nada, según la situación o tiempo específico.

– La belleza

Esta variable es un concepto que únicamente puede ser medido por el individuo que la interpreta. La belleza es una cualidad que carece de valor numérico y no puede ser clasificada dentro de un escalafón. Por tanto, es una variable cualitativa nominal.

– Estado civil

El estado civil de una persona es una variable cualitativa nominal a la que no puede serle asignada un valor numérico. Es un concepto que no tiene un orden específico establecido.

– La felicidad

Esta variable no puede ser medida de forma numérica pues depende del valor que cada persona le asigne. La felicidad es una propiedad que cada individuo siente de manera subjetiva y no existe ninguna herramienta para medir el grado de felicidad que puede llegar a sentir una persona.

– La ignorancia

Esta variable no puede ser medida de forma numérica y se expresa en actitudes y momentos puntuales.

– La utilidad

La variable que determina qué tan útil es un objeto es netamente cualitativa. De esta manera, la utilidad es percibida por cada individuo de acuerdo a una situación específica.

– El tipo de medalla

Ésta es una variable cualitativa ordinal, ya que existe una clasificación por categorías que asigna un lugar dentro de una competencia. De esta manera las medallas de oro, plata y bronce denotan el lugar ocupado en una competencia sin la necesidad de asignar un valor numérico a los resultados.

– La creatividad

Esta variable es cualitativa ya que la creatividad no puede ser medida numéricamente. De igual forma, es un factor que varía de persona a persona dependiendo del momento específico en el que tenga lugar.

– La calificación de un examen

Cuando se califica un examen con los términos aprobado, sobresaliente, aceptable o deficiente, se trata de una variable cualitativa ordinal, ya que no se le está asignando un valor numérico al resultado, pero sí se le está dando un lugar dentro de una escala de valor (Mendenhall, Beaver, & Beaver, 2009).

Variables Cuantitativas

Las variables cuantitativas, como su nombre lo indica, son aquellas que pueden ser expresadas mediante un valor numérico.

De esta manera es viable realizar operaciones y cálculos matemáticos con ellas. Estas variables pueden ser clasificadas en dos tipos: continuas y discretas (Andale, 2016).

Variables discretas

Las variables discretas se caracterizan por contar únicamente valores finitos. De esta manera, las variables cuantitativas discretas son aquellas que sólo tienen en cuenta números dentro de una escala de valores que pueden ser separados entre sí, indicando valores específicos (StatTrek.com, 2017).

Variables continuas

Las variables continuas por su parte son aquellas que pueden tomar un número infinito de valores dentro de dos números, es decir, cuentan con la asignación de número decimales.

Su precisión varía dependiendo del instrumento que se use para medirlas. Son valores que pueden tener infinito número de decimales dentro de un intervalo determinado (Kozak, Kozak, Watts, & Staudhammer, 2008).

Ejemplos

– El número de miembros de una familia (1 persona, 2 personas, 6 personas).

– Así mismo, el número de pollos en un galpón (2.500, 3.000 o 5.000 pollos).

– El valor de un objeto ($ 100, $ 200, $ 300).

– Por otro lado, la altura de una persona (1,67 cm; 1,70 cm, 1,56 cm).

– El peso o masa de un cuerpo (5 kg; 10 kg; 15 kg)

– El número de asaltos de un combate (1 round, 2 rounds, 3 rounds).

– La velocidad que alcanza un vehículo dentro de un lapso de tiempo (20 km/h, 40 km/h, 60 km/h).

– El tamaño de una pantalla (15'', 32'', 42'').

– Los grados o volumen de alcohol en una bebida (13,5%, 20%, 40%).

1.4. Presentación ordenada de datos

Formas de Presentación de Información Estadística

La presentación de datos es uno de los aspectos de mas uso en la estadística descriptiva.

DATOS QUE MANEJA LA ESTADISTICA

- DATOS EXPERIMENTALES: Representa conteos o revisiones (se representan mediante números).
- DATOS CRITICOS: Se obtienen de acuerdo a un criterio o característica (color, brillo, acabado, textura).
- POBLACIÓN: Conjunto de datos que conforman los elementos que se desean estudiar.
- MUESTRA: Es una colección de algunos elementos pero no de todos.
- MUESTRA REPRESENTATIVA: Es una muestra que contiene las características más relevantes de la población en la misma proporción que está incluida en esta.

- ORDENACIÓN DE DATOS: Es una de las formas más sencillas de presentar los datos puede ser de forma ascendente o descendente. La ordenación o arreglo de datos ofrece varias ventajas con respecto a los datos. Por Ejemplo:

1. Podemos nombrar rápidamente dos valores (mayor y menor de los datos).
2. Podemos fácilmente dividir los datos en secciones.
3. Podemos ver si alguno de los valores aparecen más de una vez en el ordenamiento.
4. Podemos observar la distancia entre los valores sucesivos de los datos.

A pesar de las ventajas, en ocasiones un ordenamiento de datos no resulta del todo útil, esto es debido a que se crea una gran lista con todos los valores, lo que lo hace incomodo al momento de visualizar los datos, por ello se hace necesario comprimir la información, sin soslayar que uno debe ser capaz de utilizarla para su interpretación y toma de decisiones posteriores.

PRESENTACIÓN DE LA INFORMACIÓN

1-Presentación escrita: Se usa con pocos valores, se hace de manera escrita, resaltando la importancia de las informaciones principales.

2-Presentación tabular: representado mediante un conjunto de filas y de columnas, constituye la forma más exacta de presentar las informaciones. Sus partes son:

- Titulo: Describe todo él contenido.
- Encabezados: Subtítulos de cada columna.
- Columna matriz: Es la columna principal.

- Cuerpo: Son todas las informaciones numéricas que aparecen en la tabla.
- Fuente: Procedencia de los Datos.
- Notas al pie: Aclaraciones sobre algunos aspectos que no han sido explicados.

3-Presentación gráfica: Es una expresión artística usada para representar un conjunto de datos. Por ejemplo:

- Histograma: Un histograma consiste en una serie de rectángulos cuyo ancho es proporcional al alcance de los datos que se encuentran sobre una clase y cuya altura es proporcional al número de elementos que cae dentro de la clase, dichos rectángulos están unidos uno de otro (Variables continuas). El histograma de frecuencia relativa, como su nombre lo indica, utiliza la frecuencia relativa en cada una de sus clases.
- Polígono de frecuencias: Es el polígono trazado uniendo los puntos localizados con las frecuencias y los puntos medios de las clases correspondientes, (se puede construir también el polígono de frecuencias relativo).

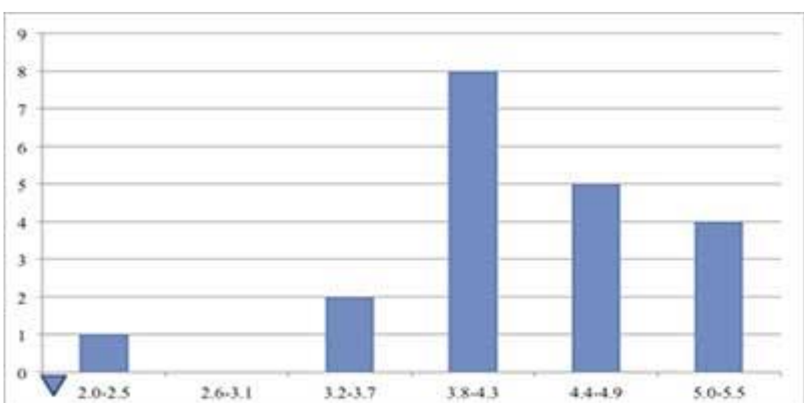


Figura 1.2.1 Polígono de Frecuencias

$$P.M = \frac{2.6 - 2.5}{2} = 0.05$$

$$\text{PUNTO MEDIO DE CLASE} = \frac{\text{Mayor Valor - Menor Valor}}{2} = .25$$

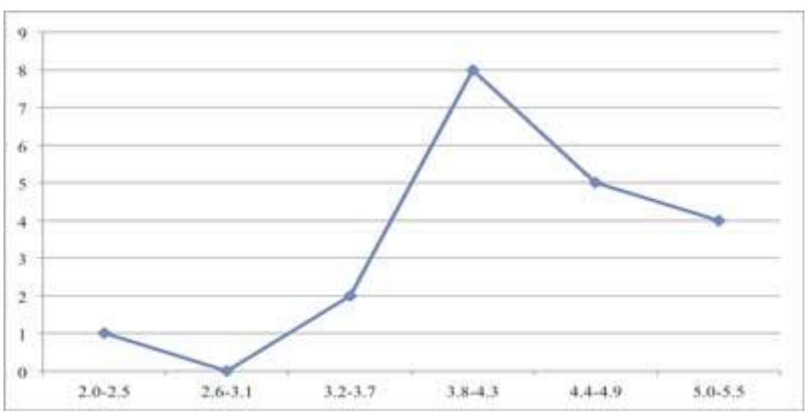


Figura 1.2.2 Histograma

Los histogramas y polígonos de frecuencia tienen ciertas ventajas; las ventajas de los histogramas son:

I.

1. Los rectángulos muestran cada clase de la distribución por separado.

2. El área de cada rectángulo en relación con el resto muestra la proporción del número total de observaciones que se encuentran en cada clase

Las ventajas de los polígonos de frecuencia son:

1. El polígono de frecuencia es más sencillo que su correspondiente histograma.
2. Traza con más claridad el perfil del patrón de datos.
3. El polígono se vuelve cada vez más liso y parecido a una curva conforme aumenta el número de clases y el número de observación.

- Gráfica de barras: Son barras separadas una de la otra (variables discretas); las barras deben ser de igual ancho y separadas a igual distancia. Pueden disponerse en forma vertical y horizontal.
- Gráfica lineal: Se usan para representar series de tiempo o cronológicas.
- Gráfica circular: Representa las partes en que se divide una cantidad total.
- La ojiva: Es una distribución de frecuencias acumuladas la cual nos permite ver cuantas observaciones están por encima de ciertos valores; a la gráfica de distribución de frecuencias acumuladas se le conoce como OJIVA.

Clases	**Frecuencia acumulada**	**Frecuencia acumulada relativa**
2.0-2.5	1	5%
2.6-3.1	1	5%
3.2-3.7	3	15%
3.8-4.3	11	55%
4.4-4.9	16	80%
5.0-5.5	20	100%

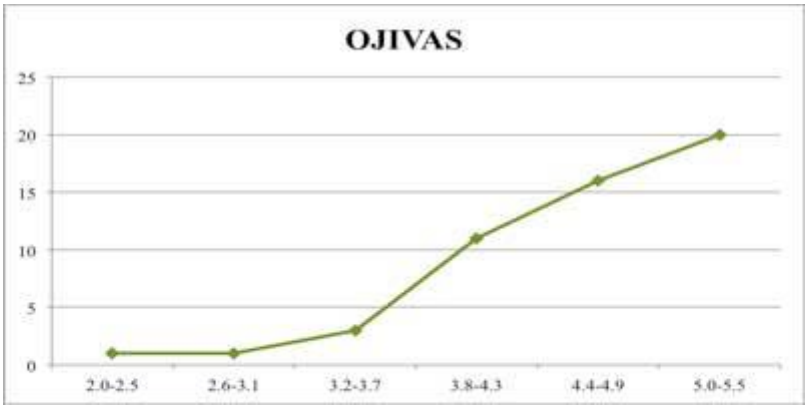


Figura 1.2.3 Histograma

DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

Es una forma en que podemos comprimir los datos mediante una tabla conocida como "tabla de frecuencias", en ella, se organizan los datos en clases, una clase es una agrupación de valores o elementos con el cual vamos a comprimir a los datos en base a una frecuencia, que será el número de valores o elementos que hay en cada clase, también existe la frecuencia relativa, que es la fracción o porcentaje del número total de cada frecuencia respecto al número total de la observación. Ejemplo de una tabla de Frecuencias:

TEMPERATURA Datos: 52, 80, 72, 52, 90, 80, 100, 59, 63, 99.

Clases	Frecuencia	Frecuencia Relativa
50-60	3	3/10 ó 30%
61-70	1	1/10 ó 10%
71-80	3	3/10 ó 30%
81-90	1	1/10 ó 10%
91-100	2	2/10 ó 20%

El número de clases depende del número de datos y del alcance de los datos recolectados (alcance: Es la diferencia entre el valor mayor y el menor de los datos) cuantos más datos se tengan o más grande sea el alcance, más clases se necesitarán para dividir los datos. Desde luego si solamente tenemos diez datos no tendría sentido proponer diez clases. Como regla general los estadísticos utilizan rara vez menos de seis clases o más de 15 clases. Aunque la Regla de Sturges nos puede ayudar a determinar el número de estas.

REGLA DE STURGES

Número de clases= 1+3.3 log N

N= Número de datos

Número de clases= 1+3.3 log (20)= 5.9 ≈ 5 clases

$$\text{Escala de la clase} = \frac{\text{Alcance}}{\text{Número de clases}} = \frac{5.5-20}{6} = 0.58 \approx .6$$

Clases	Frecuencia	Frecuencia Relativa
1) 2.0-2.5	1	1/20 ó 5%
2) 2.6-3.1	0	0 ó 0%
3) 3.2-3.7	2	2/20 ó 10%
4) 3.8-4.3	8	8/20 ó 40%
5) 4.4-4.9	5	5/20 ó 25%
6) 5.0-5.5	4	4/20 ó 20%

1.5. Tablas de frecuencias

La **tabla de frecuencias** (o **distribución de frecuencias**) es una tabla que muestra la distribución de los datos mediante sus frecuencias. Se utiliza para variables cuantitativas o cualitativas ordinales.

La **tabla de frecuencias** es una herramienta que permite ordenar los datos de manera que se presentan **numéricamente** las **características** de la distribución de un conjunto de datos o muestra.

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia absoluta acumulada (N_i)	Frecuencia relativa (fi = ni/N)	Frecuencia relativa acumulada (Fi=Ni/N)
1	7	7	0,06	0,06
2	19	26	0,15	0,21
3	25	51	0,20	0,41
4	12	63	0,10	0,50
5	23	86	0,18	0,69
6	15	101	0,12	0,81
7	8	109	0,06	0,87
8	16	125	0,13	1,00
Total	**125**	**125**	**1**	**1**

Construcción de la tabla de frecuencias

1. En la **primera columna** se ordenan de menor a mayor los **diferentes valores** que tiene la variable en el conjunto de datos.
2. En las **siguientes columnas** (**segunda y tercera**) se ponen las **frecuencias absolutas** y las **frecuencias absolutas acumuladas**.
3. Las **columnas cuarta y quinta** contienen la las **frecuencias relativas** y las **frecuencias relativas acumuladas**.

4. Adicionalmente (opcional) se pueden incluir **dos columnas (sexta y séptima)**, representando la frecuencia relativa y la frecuencia relativa acumulada como tanto por cien. Estos **porcentajes** se obtienen multiplicando las dos frecuencias por cien.

Tipos de frecuencias

Existen cuatro **tipos de frecuencias**:

Frecuencia absoluta

La **frecuencia absoluta** (n_i) de un valor X_i es el número de veces que el valor está en el conjunto ($X_1, X_2, \ldots, X_N$).

La **suma** de las **frecuencias absolutas** de todos los elementos diferentes del conjunto debe ser el número total de sujetos *N*. Si el conjunto tiene *k* números (o categorías) diferentes, entonces:

$$\sum_{i=1}^{k} n_i = n_1 + n_2 + \ldots + n_k = N$$

Frecuencia absoluta acumulada

La **frecuencia absoluta acumulada**(N_i) de un valor X_i del conjunto ($X_1, X_2, \ldots, X_N$) es la suma de las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales a X_i, es decir:

$$N_i = n_1 + n_2 + \ldots + n_i$$

Frecuencia relativa

La **frecuencia relativa (f_i)** de un valor X_i es la **proporción** de valores iguales a X_i en el conjunto de datos ($X_1, X_2, \ldots, X_N$). Es decir, la frecuencia relativa es la frecuencia absoluta dividida por el número total de elementos *N*:

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

siendo $(X_1, X_2, ..., X_N)$ el conjunto de datos y n_i el total de valores igual a X_i

Las **frecuencias relativas** son valores entre 0 y 1, $0 \leq f_i \leq 1$. La suma de las frecuencias relativas de todos los sujetos da 1. Supongamos que en el conjunto tenemos *k* números (o categorías) diferentes, entonces:

$$\sum_{i=1}^{k} f_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_k = 1$$

Si se multiplica la frecuencia relativa por cien se obtiene el **porcentaje** (tanto por cien %).

Frecuencia relativa acumulada

Definimos la **frecuencia relativa acumulada (F_i)** de un valor X_i como la **proporción** de valores iguales o menores a X_i en el conjunto de datos (X_1, X_2,…, X_N). Es decir, la frecuencia relativa acumulada es la frecuencia absoluta acumulada dividida por el número total de sujetos *N*:

$$F_i = \frac{N_i}{N}$$

siendo $(X_1, X_2, ..., X_N)$ el conjunto de datos y N_i el total de valores igual o menor a X_i

La **frecuencia relativa acumulada** de cada valor siempre es mayor que la frecuencia relativa. De hecho, la frecuencia relativa acumulada de un elemento es la suma de las frecuencias relativas de los elementos menores o iguales a él, es decir:

$$F_i = f_1 + f_2 + \ldots + f_i$$

Ejemplo

Un **profesor** tiene la lista de las **notas** en matemáticas de **30 alumnos** de su clase. Las notas son las siguientes:

NOTAS EN MATEMÁTICAS DE 30 ALUMNOS									
6	10	5	5	4	4	6	6	5	4
6	7	7	5	6	3	6	7	9	5
6	5	7	3	8	8	4	7	8	9

1) Frecuencia absoluta

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)
3	2
4	4
5	6
6	7
7	5
8	3
9	2
10	1
Total	30

Se realiza el **recuento** de la variable que se estudia (notas) para ver el número de veces que aparece cada nota.

Una vez realizado el recuento, se representan las **frecuencias absolutas** de cada una de las notas (*n_i*). Las frecuencias son: $n_1(3)=2$, $n_2(4)=4$, $n_3(5)=6$, $n_4(6)=7$, $n_5(7)=5$, $n_6(8)=3$, $n_7(9)=2$ y $n_8(10)=1$.

2) Frecuencia absoluta acumulada

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia absoluta acumulada (N_i)
3	2	2
4	4	6
5	6	12
6	7	19
7	5	24
8	3	27
9	2	29
10	1	30
Total	30	30

Se calculan las **<u>frecuencias absolutas acumuladas</u>** (N_i) como la suma de las <u>frecuencias absolutas</u> de los valores menores o iguales a X_i:

- **N_1(3)**=n_1(3)=**2**
- **N_2(4)**=n_1(3)+n_2(4)=2+4=**6**
- **N_3(5)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)=2+4+6=**12**
- **N_4(6)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)+n_4(6)=2+4+6+7=**19**
- **N_5(7)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)+n_4(6)+n_5(7)=2+4+6+7+5=**24**
- **N_6(8)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)+n_4(6)+n_5(7)+n_6(8)=2+4+6+7+5+3=**27**
- **N_7(9)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)+n_4(6)+n_5(7)+n_6(8)+n_7(9)=2+4+6+7+5+3+2=**29**
- **N_8(10)**=n_1(3)+n_2(4)+n_3(5)+n_4(6)+n_5(7)+n_6(8)+n_7(9)+n_8(10)
- =2+4+6+7+5+3+2+1=**30**

3) Frecuencia relativa

Se calcula la **<u>frecuencia relativa</u>** de cada elemento como la división de la <u>frecuencia absoluta</u> entre el total de elementos *N*=30.

- **f_1(3)** = n_1(3)/N = 2/30 = **0,07**
- **f_2(4)** = n_2(4)/N = 4/30 = **0,13**
- **f_3(5)** = n_3(5)/N = 6/30 = **0,20**
- **f_4(6)** = n_4(6)/N = 7/30 = **0,23**
- **f_5(7)** = n_5(7)/N = 5/30 = **0,17**
- **f_6(8)** = n_6(8)/N = 3/30 = **0,10**
- **f_7(9)** = n_7(9)/N = 2/30 = **0,07**
- **f_8(10)** = n_8(10)/N = 1/30 = **0,03**

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia relativa (fi = ni/N)	Frecuencia relativa (fi = ni/N) en %
3	2	0,07	7%
4	4	0,13	13%
5	6	0,20	20%
6	7	0,23	23%
7	5	0,17	17%
8	3	0,10	10%
9	2	0,07	7%
10	1	0,03	3%
Total	**30**	**1**	**100%**

Se pueden calcular las **frecuencias relativas** en porcentaje (%) multiplicándolas por 100.

4) Frecuencia relativa acumulada

Para obtener la **frecuencia relativa acumulada** se divide la frecuencia absoluta acumulada entre el número total de elementos (*N*=30). Esto da el tanto por uno de elementos iguales o menores al elementos que se estudia.

Las frecuencias relativas acumuladas son las siguientes:

- $\mathbf{F_1(3)}=f_1(3)=\mathbf{0{,}07}$
- $\mathbf{F_2(4)}=f_1(3)+f_2(4)=0{,}07+0{,}13=\mathbf{0{,}20}$
- $\mathbf{F_3(5)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)=0{,}07+0{,}13+0{,}20=\mathbf{0{,}40}$
- $\mathbf{F_4(6)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)+f_4(6)=0{,}07+0{,}13+0{,}20+0{,}23=\mathbf{0{,}63}$
- $\mathbf{F_5(7)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)+f_4(6)+f_5(7)=0{,}07+0{,}13+0{,}20+0{,}23+0{,}17=\mathbf{0{,}80}$
- $\mathbf{F_6(8)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)+f_4(6)+f_5(7)+f_6(8)$
- $=0{,}07+0{,}13+0{,}20+0{,}23+0{,}17+0{,}10=\mathbf{0{,}90}$
- $\mathbf{F_7(9)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)+f_4(6)+f_5(7)+f_6(8)+f_7(9)$
- $=0{,}07+0{,}13+0{,}20+0{,}23+0{,}17+0{,}10+0{,}07=\mathbf{0{,}97}$
- $\mathbf{F_8(10)}=f_1(3)+f_2(4)+f_3(5)+f_4(6)+f_5(7)+f_6(8)+f_7(9)+f_8(10)$
- $=0{,}07+0{,}13+0{,}20+0{,}23+0{,}17+0{,}10+0{,}07+0{,}03=\mathbf{1{,}00}$

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia relativa ($f_i = n_i/N$)	Frecuencia relativa acumulada ($F_i=N_i/N$)	Frecuencia relativa acumulada (Fi=Ni/N) en %
3	2	0,07	0,07	7%
4	4	0,13	0,20	20%
5	6	0,20	0,40	40%
6	7	0,23	0,63	63%
7	5	0,17	0,80	80%
8	3	0,10	0,90	90%
9	2	0,07	0,97	97%
10	1	0,03	1,00	100%
Total	**30**	**1**	**1**	**100%**

Se pueden calcular las **frecuencias relativas acumuladas** en porcentaje (%) multiplicándolas por 100.

5) Tabla de frecuencias

Una vez se han calculado todas las frecuencias, se construye la **tabla de frecuencias**. La tabla es la siguiente:

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia absoluta acumulada (N_i)	Frecuencia relativa (fi = ni/N)	Frecuencia relativa acumulada (Fi=Ni/N)
3	2	2	0,07	0,07
4	4	6	0,13	0,20
5	6	12	0,20	0,40
6	7	19	0,23	0,63
7	5	24	0,17	0,80
8	3	27	0,10	0,90
9	2	29	0,07	0,97
10	1	30	0,03	1,00
Total	**30**	**30**	**1**	**1**

Adicionalmente, se pueden incluir dos columnas con los **porcentajes** de las frecuencias relativas y frecuencias relativas acumuladas. Se obtiene la siguiente tabla:

X_i	Frecuencia absoluta (n_i)	Frecuencia absoluta acumulada (N_i)	Frecuencia relativa (fi = ni/N)	Frecuencia relativa acumulada (Fi=Ni/N)	Frecuencia relativa (fi = ni/N) en %	Frecuencia relativa acumulada (Fi=Ni/N) en %
3	2	2	0,07	0,07	7%	7%
4	4	6	0,13	0,20	13%	20%
5	6	12	0,20	0,40	20%	40%
6	7	19	0,23	0,63	23%	63%
7	5	24	0,17	0,80	17%	80%
8	3	27	0,10	0,90	10%	90%
9	2	29	0,07	0,97	7%	97%
10	1	30	0,03	1,00	3%	100%
Total	30	30	1	1	100%	100%

1.6. Tablas y gráficos

1- ¿Para qué nos sirven los gráficos y las tablas de datos?

Los **gráficos** y las **tablas** representan e interpretan información procedente de diferentes fuentes, de forma clara, precisa y ordenada. Casi todo tipo de información puede organizarse en una **tabla de datos** y ser representada en algún tipo de **gráfico**.

Según las características y la cantidad de datos, conviene utilizar uno u otro gráfico.

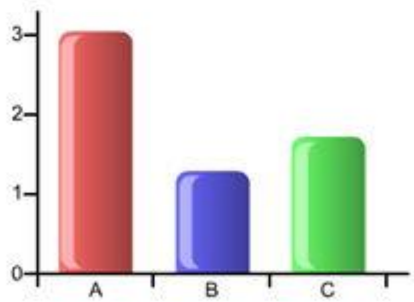
1.1- Gráficos

Los gráficos permiten visualizar la información contenida en las tablas de manera rápida y sencilla, demostrando con mayor claridad la relación que estos datos tienen entre sí.

Los más conocidos son:

A- Gráficos de barras

Son aquellos que emplean rectángulos (barras) que se colocan paralelamente. La altura indica la frecuencia de ese dato. Los gráficos de barras, permiten representar información numérica en forma clara y ordenada, para comunicarla a otras personas. Con la información representada en los gráficos puedes interpretar rápidamente y de manera visual la información, facilitando su posterior análisis.

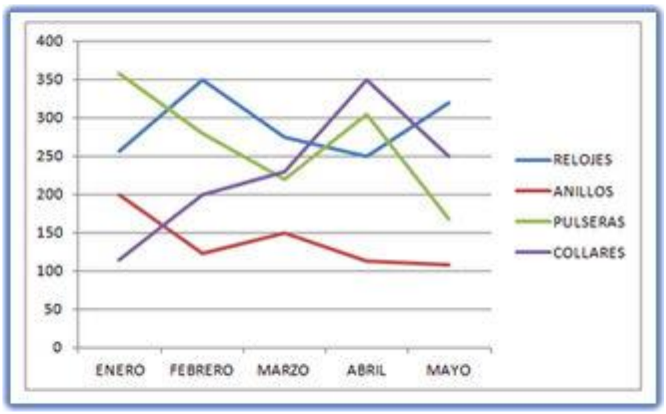


Para construir un gráfico de barras, debes dibujar un eje vertical y otro horizontal. En el espacio libre se ubican las barra. Los datos numéricos van en el eje vertical (determinando la altura de las barras) y las categorías en el eje horizontal.

B- Gráficos de líneas o lineal

Es un conjunto de puntos conectados por una línea en un sistema cartesiano, que muestran tendencias de una variable a lo largo de un período de tiempo.

Gráfico de líneas

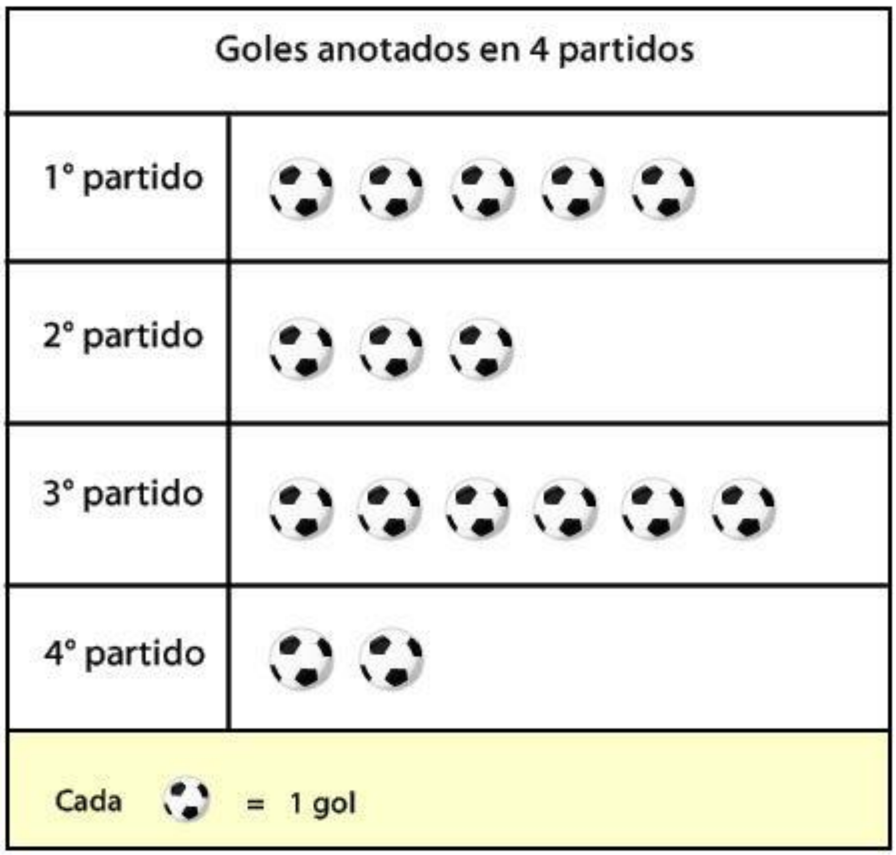


C- Gráfico de torta o por sectores

Es un diagrama en círculo que representa visualmente información en tajadas imaginarias de una torta.

D- Pictogramas

Son los más llamativos, ya que se representan por medio de dibujos, se reemplaza las barras por dibujos. Se usan para lograr el interés masivo del público.



E- Histograma

Es un gráfico formado por barras contiguas, donde cada una representa un intervalo de valores, sirve para expresar información sobre datos que están agrupados.

Son las que organizan los datos para mostrar qué tan seguido ocurre algo (**frecuencia**), permite organizar la información numérica recogida, por ejemplo, a través de una encuesta.

Películas favoritas		
Película	**Votos**	
Película A	41	
Película B	85	el mayor
Película C	11	
Película D	23	

2- Frecuencia

Tanto en las tablas como en los gráficos el número de veces que se repite un dato se denomina **frecuencia** de ese dato.

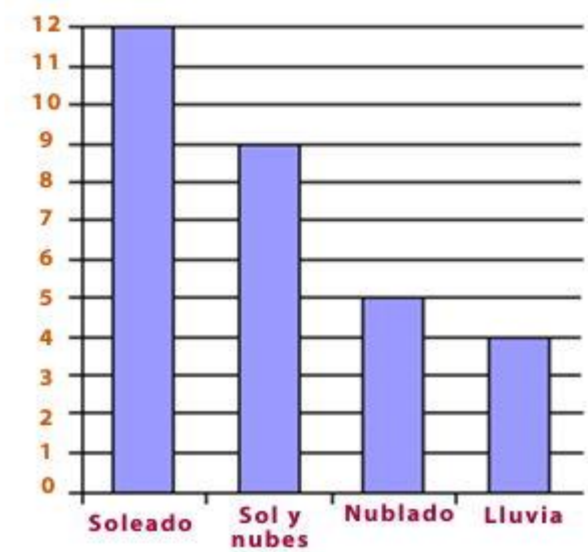
En la **tabla** se organizan todos los datos junto a las frecuencias que les corresponden. Ej:

Tabla de frecuencia

Tiempo	Número de días
Soleado	12
Nubes y sol	9
Nublado	5
Lluvia	4

En el **gráfico o diagrama de barras,** cada dato se representa mediante una barra cuya altura indica la **frecuencia,** es decir, cuantas veces se repite ese dato.

Ej:



3- Ejemplo práctico

Para que comprendas mejor, revisaremos paso por paso un ejercicio:

A- Los niños de un curso, elaboraron una encuesta para saber cual película era la preferida por el curso, los resultados que obtuvieron fueron los siguientes:

- **12 alumnos dijeron**: Los pitufos
- **16 alumnos dijeron:** Thor
- **10 alumnos dijeron**: Linterna verde
- **6 alumnos dijeron:** Crepúsculo

Paso 1- Ahora esta encuesta la graficaremos en una tabla de frecuencia, para ello realizaremos una tabla con 4 casillas, que son las películas escogidas por los alumnos:

Los Pitufos	
Thor	
Linterna Verde	
Crepúsculo	

Paso 2- Ahora debemos agregar un título a la columna con el listado de las películas al que llamaremos **"Películas"** y la columna de la derecha donde aparecen los datos con la cantidad de alumnos a quién le hicimos la encuesta, la llamaremos **"Alumnos del curso"**, además colocaremos los resultados:

Películas	Alumnos del curso
Los Pitufos	12
Thor	16
Linterna Verde	10
Crepúsculo	6

Con estos dato podemos observar de manera clara que la película que prefieren los alumnos es **Thor.**

Paso 3- Con los datos de la tabla podemos realizar un gráfico. Para realizar el gráfico, lo primero que debemos hacer es dibujar los ejes de coordenadas, uno vertical y el otro horizontal, como se ve a continuación:

En el **eje vertical**, vamos a representar el número de veces que han elegido los alumnos sus películas preferidas y en el **eje horizontal**, vamos a representar las películas**.**

Hora solo tenemos que marcar en el gráfico los datos que hemos recogido en la tabla.

La **moda** es el dato que tiene **mayor frecuencia**, en este caso es la **película Thor**

1.7. Estadística descriptiva

Conceptos básicos

La estadística descriptiva implica la abstracción de varias propiedades del conjuntos de observaciones, mediante el empleo de métodos gráficos, tabulares o numéricos. Entre estas propiedades están la frecuencia con que se dan varios valores en la observación, la noción de un valor típico o usual, la cantidad de variabilidad en un conjunto de datos observados y la medida de relaciones entre 2 o mas variables.

El campo de la estadística descriptiva no tiene que ver con las implicaciones o conclusiones que se puedan deducir del conjuntos de datos. La estadística descriptiva sirve como método para organizar datos y poner de manifiesto sus características esenciales con el propósito de llegar a conclusiones.

La presentación de la información estadística se puede realizar de las formas siguientes:

Textual (en forma de texto).

Cuadros.

Gráficos.

Medidas de tendencia central

Al describir grupos de observaciones, con frecuencia se desea describir el grupo con un solo número. Para tal fin, desde luego, no se usará el valor más elevado ni el valor más pequeño como único representante, ya que solo representan los extremos. Entonces sería más adecuado buscar un valor central.

Las medidas que describen un valor típico en un grupo de observaciones suelen llamarse medidas de tendencia central. Es importante tener en cuenta que estas medidas se aplican a grupos, un promedio es una característica de grupo, no individual. Estos valores tienden a ocupar posiciones en el centro del grupo cuando el mismo se organiza de forma ascendente o descendente. Los más conocidos y utilizados son la media aritmética, la mediana y la moda.

Media aritmética

La medida de tendencia central más obvia que se puede elegir, es el simple promedio de las observaciones del grupo, es decir el valor obtenido sumando las observaciones y dividiendo esta suma por el número de observaciones que hay en el grupo.

En realidad hay muchas clases de promedios y ésta se la llama media aritmética para denotar la suma de un grupo de observaciones dividida por su número.

Mediana

La mediana es el valor situado en medio en un conjunto de observaciones ordenadas por magnitud.

Moda

La moda es el valor que ocurre con más frecuencia en un conjunto de observaciones.

Existen otras medidas de tendencia central como el centro de amplitud, la media geométrica, la media armónica y la media ponderada.

Centro de amplitud

Es el valor que queda en medio de los valores mínimo y máximo.

Media geométrica

La media geométrica de un conjunto de observaciones es la raíz n-ésima de su producto. El cálculo de la media geométrica exige que todas las observaciones sean positivas.

Media armónica

Es el inverso de la media aritmética de los inversos de las observaciones.

Media ponderada

En ciertas circunstancias no todas las observaciones tienen igual peso. A veces su determina el promedio teniendo en consideración el peso de las observaciones o valores.

Medidas de variabilidad, dispersión o desviación

Estas medidas miden el grado de dispersión de los datos, generalmente tomados a partir de los valores centrales.

Amplitud

Se obtiene restando el valor más bajo del más alto en un conjunto de observaciones. La amplitud tiene la ventaja de que es fácil de calcular y sus unidades son las mismas que las de la variable que se mide. La amplitud no toma en consideración el número de observaciones de la muestra estadística, sino solamente la observación del valor máximo y la del valor mínimo. Sería deseable utilizar también los valores intermedios del conjunto de observaciones.

Desviación media

Esta medida es más acorde que la de amplitud, ya que involucra a todos los valores del conjunto de observaciones corrigiendo la desviación. Ésta medida se obtiene calculando la media aritmética de la muestra y realizando la sumatoria de los valores absolutos de las diferencias de todos los valores con respecto de la media y luego se divide por el número de observaciones.

Una medida como ésta tiene la ventaja de que utiliza cada observación y corrige la variación en el número de observaciones al hacer la división final. Y por último también se expresa en las mismas unidades que las observaciones mismas.

Varianza

Existe otro mecanismo para solucionar el efecto de cancelación entre diferencias positivas y negativas. Si elevamos al cuadrado cada diferencia antes de sumar, desaparece la cancelación. Esta fórmula tiene una desventaja, y es que sus unidades no son las mismas que las de las observaciones, ya que son unidades cuadradas.

Desviación típica o estándar

Esta dificultad se soluciona, tomando la raíz cuadrada de la ecuación anterior.

La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza.

En este caso la unidad de medición es la misma que la del conjunto de observaciones de la muestra estadística.

Distribuciones de frecuencias

Las distribuciones de frecuencia se exponen, por lo general al inicio del estudio de los métodos estadísticos, debido a que proveen un método de organización de los datos que facilitan su comprensión y una base para simplificar el cálculo de medidas representativas de la población.

Una distribución de frecuencias consiste en la agrupación en diversas categorías o clases de las observaciones tomadas de una población, indicando el número de elementos que pertenecen a cada clase, así como la porción del total de datos que le corresponde a cada una de esas clases. Esta agrupación de los datos permite realizar un mejor análisis del comportamiento de los mismos e inclusive permite llegar a conclusiones sobre su distribución.

Unidad 2

PROBABILIDADES

2.1. Técnicas de conteo

También conocida como análisis combinatorio; permite determinar el número posible de resultados lógicos que cabe esperar al realizar algún experimento o evento sin necesidad de enumerarlos todos.

El análisis combinatorio contempla varios casos:

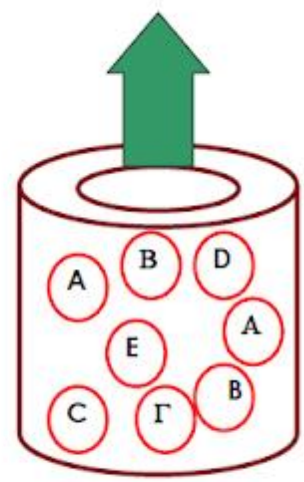
Principio fundamental del Conteo. Aunque algunos autores consideran que el Principio Fundamental del Conteo se compone únicamente de la Regla del Producto, es un hecho que dicha regla, junto con laRegla de la Suma conforman los elementos fundamentales que permites definir a cualquiera de los casos que conforman a la Teoría del Conteo.

Ejemplo. Se dispone de una urna que contiene esferas grabadas con alguna letra de acuerdo a lo siguiente:

A = {a, b, c, d, e} B = {α, β, γ}

1.1 Principio aditivo o Regla de la suma:

Si un evento puede ocurrir de m formas distintas y otro puede ocurrir de n formas distintas, existen entonces m+n distintas formas en las que uno de esos dos eventos puede ocurrir.



Primer experimento: de cuántas formas se puede seleccionar una sola esfera, sin importar el alfabeto al que pertenezca la letra grabada en ella.

La respuesta es: se puede seleccionar una esfera con una letra latina o una con una letra griega.

1° Experimento = $\left\{ \text{selecciona una esfera} \right\} \rightarrow 5+3 = 8$

1.2 Principio multiplicativo o Regla del producto:

Si un evento puede ocurrir de m formas diferentes y otro puede ocurrir de n formas distintas, existen entonces mxn distintas formas en las que los dos eventos pueden ocurrir.

Segundo experimento: de cuántas formas se puede seleccionar dos esferas simultáneamente si cada una de ellas debe tener letras de alfabetos diferentes.

2° Experimento = $\left\{ \text{selecciona dos esferas} \right\} \rightarrow 5X3 = 15$

(Morán., 2009)

1.3 Notación Factorial.

Utilizaremos la notación $n!$ para representar el factorial de un número entero no negativo. La forma de definir el factorial es la siguiente:

$0! = 1$

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$

...

$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = (n - 1)!n$

Así,

$4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$

$6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 4! \cdot 5 \cdot 6 = 24 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

etcétera.

Teorema

$P(n, r) = n(n - 1)(n - 2) \cdots (n - (r - 1))$

$= n(n - 1)(n - 2) \cdots (n - r + 1)$

$= (n!)/(n - r)!$

Demostración: De manera análoga al ejemplo A.19, el primer elemento tiene n opciones de elección, el segundo $n - 1$, . . . , el r-ésimo $n - (r - 1)$ opciones. Partiendo del principio fundamental del conteo se tiene que

$P(n, r) = n(n - 1) \cdot \cdot \cdot (n - (r - 1))$

$= n(n - 1) \cdots (n - r + 1)$

Lo cual prueba la primera parte del teorema. Por otro lado,

$n! = (n - r)!(n - r + 1)(n - r + 2) \cdots (n - 1)n$

de donde

$n(n - 1) \cdots (n - r + 1) = n!$

$n(n - r)!$

Teorema A.8 El número de permutaciones de n objetos (tomados todos a la vez) es

$P(n, n) = n!$

Ejemplo A.20 ¿De cuántas formas distintas se pueden sentar las personas a, b y c en una fila de tres sillas?

Solución: En este caso, se tiene una permutación de tres objetos (tomados todos a la vez). Por tanto son

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

1.4 Permutaciones.

Definición:

Se dice que una ordenación de un conjunto de *n* objetos es una permutación de los mismos. Una ordenación de *r* de estos objetos (*r* _ *n*) es una permutación de los *n* objetos tomados *r* a la vez (o una *r*-permutación).

Ejemplo

Consideremos el conjunto {*a*, *b*, *c*, *d*}. Entonces

1. *bdca*, *dbca* y *acdb*, son permutaciones de cuatro letras (tomadas todas a la vez).
2. *bad*, *adb*, *cbd* y *bca* son permutaciones de las cuatro letras tomadas 3 a la vez.
3. *ad*, *da*, *bd* y *cb* son permutaciones de 4 letras tomadas 2 a la vez.

El número de permutaciones de *n* objetos tomados *r* a la vez se denota por *nPr* o *P*(*n*, *r*).

Ejemplo

Se van a hacer placas de cuatro dígitos con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6 sin que se repita un mismo dígito en cada placa. ¿Cuántas placas distintas se pueden hacer?

Solución: El primer dígito se puede elegir de entre 6, el segundo de entre 5, el tercero de entre 4 y

el último de entre 3. Lo anterior se representa en el siguiente esquema:

$$\boxed{6}\ \boxed{5}\ \boxed{4}\ \boxed{3}$$

Por el principio fundamental del conteo, el número de placas distintas es

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$$

1.5 Combinaciones.

En las permutaciones, el orden es sustancial para diferenciar un caso de otro. Así, en una permutación, la palabra *abc* es distinta de *acb*. Suponga que desea formar un comité de tres personas de entre un grupo de 6 y que las letras *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* representan a las personas.

Entonces, el comité formado por *a*,*b* y *c* es el mismo que el formado por *a*, *c* y *b*; es decir, en este proceso, el orden no importa, a diferencia de lo que sucede en las permutaciones. Cuando esto sucede se dice que se forma una combinación. En realidad, en este caso, estamos interesados en el número de subconjuntos con tres elementos que se pueden formar con los elementos del conjunto {*a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*}, pues, como sabemos, en un conjunto no importa el orden en el que aparecen sus elementos sino los elementos que contiene para diferenciarlo de otros conjuntos.

Definición

Una combinación de *n* objetos tomando *k* a la vez, es cualquier subconjunto de cardinalidad *k* de estos *n*o bjetos.

Supongamos que tenemos *n* objetos, *a*1, *a*2, . . . , *an* y queremos conocer el número de combinaciones de *k* objetos que podemos formar con ellos. Representemos este número con *nCk*. Una de las combinaciones es

{*a*1, *a*2, . . . , *ak*}. Note que la permutación *a*1*a*2. . . *ak* produce *k*! permutaciones distintas de los *n*objetos tomados *k* a la vez. Por tanto, se tiene que:

k!*nCk* = *P*(*n*, *k*)

es decir,

$$k!\,{}_nC_k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

por tanto

$${}_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Con lo que hemos probado el siguiente teorema.

Teorema

El número de combinaciones de *n* objetos tomados *k* a la vez está dado por

$$_nC_k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Existe una notación clásica en lugar de *nCk* para representar el número de combinaciones: la notación, que emplea el coeficiente binomial. Se describe como

$$\binom{n}{k}$$

en lugar de

$$_nC_k$$

pues es más sencillo recordar la fórmula

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

mediante esta notación que empleando *nCk*. Además, este coeficiente está relacionado con otro importante tema de las matemáticas el llamado *teorema del binomio.*

Ejemplo:

Encontrar el número de distintos comités de tres elementos que es posible formar, a partir de un grupo de 6 personas.

Solución:

Para este caso, $n = 6$ y $k = 3$, entonces la respuesta está dada por

$$
\begin{aligned}
\left(6 \right) &= \frac{6!}{3!(6-3)!} \\
&= \frac{6!}{3! \cdot 3!} \\
&= \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3! \cdot 3!} \\
&= \frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{3!} \\
&= 4 \cdot 5 \\
&= 20
\end{aligned}
$$

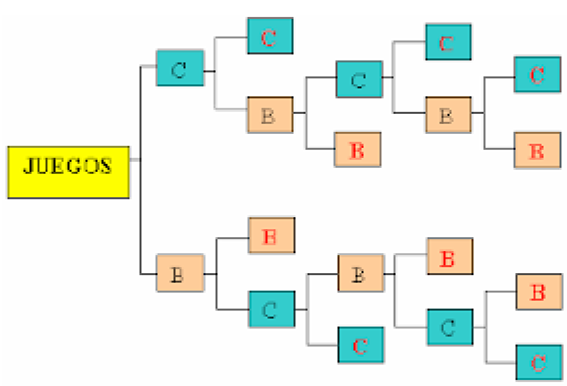
1.6 Diagrama de Árbol.

Es una herramienta gráfica usada para enumerar todas las posibilidades lógicas de una secuencia de datos que ocurren de una forma finita de maneras.

El árbol está formado por puntos o nodos que representan instantes en el tiempo o lugares en el espacio y por líneas o ramas que representan las posibles acciones que puedan tomarse; los nodos y las ramas siempre están unidos.

El diagrama de árbol conforma el espacio muestral en una dimensión de un evento.

Ejemplo. Los toros de Chicago y los Celtics de Boston participan en un torneo de Basketbol; el primero que gane dos juegos consecutivos o un total de tres será el vencedor del torneo. ¿Cuántas maneras posibles podría terminar el torneo?



1.7 Teorema del Binomio.

Si *a* y *b* son números reales; entonces,

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(a+b)^4 &= \sum_{k=0}^{4} \binom{4}{k} a^{4-k} b^k \\ &= \binom{4}{0} a^4 + \binom{4}{1} a^3 b + \binom{4}{2} a^2 b^2 + \binom{4}{3} a b^3 + \binom{4}{4} b^4 \\ &= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4\end{aligned}$$

2.2. Probabilidad

La probabilidad es una medida de la certidumbre asociada a un suceso o evento futuro y suele expresarse como un número entre 0 y 1 (o entre 0 % y 100 %).

Una forma tradicional de estimar algunas probabilidades sería obtener la frecuencia de un acontecimiento determinado mediante la realización de experimentos aleatorios, de los que se conocen todos los resultados posibles, bajo condiciones suficientemente estables. Un suceso puede ser improbable (con probabilidad cercana a cero), probable (probabilidad intermedia) o seguro (con probabilidad uno).

La teoría de la probabilidad se usa extensamente en áreas como la estadística, la física, la matemática, las ciencias, la administración, contaduría, economía y la filosofía para sacar conclusiones sobre la probabilidad discreta de sucesos potenciales y la mecánica subyacente discreta de sistemas complejos, por lo tanto, es la rama de las matemáticas que estudia, mide o determina los experimentos o fenómenos aleatorios.

2.3. Operaciones con eventos

Unión: se representa con el símbolo U

La unión entre dos conjuntos A y B, de define como los elementos que están en A, o están en B, se reprensenta por (AUB)

Intersección: se representa con el símbolo ∩

Se define como los elementos que están en A y en B (A∩B)

Complemento

El complemento de un evento A se define como todos los elementos de Ω que no están en A. se representa como Ac , A-

Diferencia:

La diferencia entre 2 conjuntos A y B, define como los elementos de A que no están en B, se representa como A-B, A\B

Ejemplo

Ω= {1,2,3,4,5,6,7,8,9}

A={1,2,3,9,8} B={2,5,4,6,7}

Hallar: i) AUB ii) A∩B

i) AUB={1,2,3,4,5,6,7,8,9} = Ω

ii) A∩B= {2}

tipos de eventos :

Eventos mutuamente excluyente (M.E): los cuales A y B son M.E sino tienen puntos muéstrales en común.

Eventos independientes: los eventos A y B son independientes si la ocurrencia de a no afecta la ocurrencia de B

Ejemplo de probabilidades.

P(AUB)= P(A) + P(B) - P(A∩B)

A: aprobar matematica

B: aprobar estadistica

P(A)=0.3 P(B)= 0.4 P(A∩B)= 0.125

a) ¿cual es la probabilidad de aprobar al menos una de las dos materias ?

b) ¿Cuál es la probabilidad de aprobar exactamente una materia ?

c) ¿cuál es la probabilidad de reprobar las dos materias?

Resp a) P(AUB)= P(A) + P(B) - P(A∩B)

= 0.3 + 0.4 -0.125

= 0.57

Resp b) P(aprobar exactamente una materia)

= P(AUB) - P(A∩B)

= 0.57 - 0.125

=0.44

Resp c) P(AUB)c = 1 – P(AUB)

= 1 – 0.57

= 0.43

Ejercicios Resueltos de probabilidad Operacion Sobre Eventos

1) La probabilidad de que un solo lanzamiento de un dado i) el resultado sea impar ii) el resultado sea un numero menor que 5. A:impar B: numero menor que 5

P(A)= 36

P(B)= P(1)+ P(2)+ P(3)+ P(4)= 16+ 16 + 16 + 16=46 = 23

2) se lanza un dado la probabilidad de que resulte 3 o 6?

Ω ={1,2,3,4,5,6} P(wi) donde i=1,..6 es 16

entonces la probabilidad de que salga 3 o 6 se escribe como 3 U 6 por lo tanto hallar P(3U6)

se puede notar que los eventos A y B son Independiente entonces P(A∩B)=0

P(3U6)=P(3)+P(6)= 16 + 16 =13

2.4. Probabilidad Condicional

Probabilidad condicional es la probabilidad de que ocurra un evento A, sabiendo que también sucede otro evento B. La probabilidad condicional se escribe P(A|B) o P(A/B), y se lee «la probabilidad de A dado B».

No tiene por qué haber una relación causal o temporal entre A y B. A puede preceder en el tiempo a B, sucederlo o pueden ocurrir simultáneamente. A puede causar B, viceversa o pueden no tener relación causal. Las relaciones causales o temporales son nociones que no pertenecen al ámbito de la probabilidad. Pueden desempeñar un papel o no, dependiendo de la interpretación que se le dé a los eventos.

Un ejemplo clásico es el lanzamiento de una moneda para luego lanzar un dado. ¿Cuál es la probabilidad que en el dado salga un 6 dado que ya haya salido una cara en la moneda? Esta probabilidad se denota de esta manera: P(6|C).

El condicionamiento de probabilidades puede lograrse aplicando el teorema de Bayes.

Definición

Dado un espacio de probabilidad {\displaystyle (\Omega ,{\mathcal {F}},\mathbb {P})} (\Omega, \mathcal F, \mathbb P) y dos eventos (o sucesos) {\displaystyle A,B\in {\mathcal {F}}} A, B\in \mathcal F con {\displaystyle P(B)>0} P(B)>0, la probabilidad condicional de A dado B está definida como:

{\displaystyle P(A\mid B)={\frac {P(A\cap B)}{P(B)}}.} P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.

{\displaystyle P(A\mid B)} P(A \mid B) se puede interpretar como, tomando los mundos en los que B se cumple, la fracción en los que también se cumple A.

Interpretación

Tomando los casos en los que B se cumple, {\displaystyle P(A\mid B)} P(A \mid B) se puede interpretar como la parte en los que también se cumple A. Si el evento B es, por ejemplo, tener la gripe, y el evento A es tener dolor de cabeza, {\displaystyle P(A\mid B)} P(A \mid B) sería la probabilidad de tener dolor de cabeza cuando se está enfermo de gripe.

Propiedades

{\displaystyle P(A\mid B)+P({\bar {A}}\mid B)=1} P(A \mid B) + P(\bar{A} \mid B) = 1

{\displaystyle B\subseteq A\to P(A\mid B)=1} B \subseteq A \to P(A \mid B) = 1

Es decir, si todos los que tienen gripe siempre tienen dolor de cabeza, entonces la probabilidad de tener dolor de cabeza dado que tengo gripe es 1.

{\displaystyle P(A)=P(A\mid B)\cdot P(B)+P(A\mid {\bar {B}})\cdot P({\bar {B}})} P(A) = P(A \mid B) \cdot P(B) + P(A \mid \bar{B}) \cdot P(\bar{B})

Independencia de sucesos

Artículo principal: Independencia (probabilidad)

Dos sucesos aleatorios A y B son independientes si y sólo si:

{\displaystyle P(A\cap B)\ =\ P(A)P(B).} P(A \cap B) \ = \ P(A) P(B).

O sea que si A y B son independientes, su probabilidad conjunta, {\displaystyle P(A\cap B)} P(A \cap B) ó {\displaystyle P(A,B),} {\displaystyle P(A,B),} puede ser expresada como el producto de las probabilidades individuales. Equivalentemente:

{\displaystyle P(A|B)\ =\ P(A)} P(A|B) \ = \ P(A)

{\displaystyle P(B|A)\ =\ P(B).} P(B|A) \ = \ P(B).

En otras palabras, si A y B son independientes, la probabilidad condicional de A dado B es simplemente la probabilidad de A y viceversa.

Exclusividad mutua

Los conjuntos A y B no tienen intersección. Son mutuamente excluyentes.

Dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes si y sólo si {\displaystyle A\cap B=\emptyset } A \cap B = \emptyset. Entonces, {\displaystyle P(A\cap B)=0} P(A \cap B) = 0.

Además, si {\displaystyle P(B)>0} P(B) > 0 entonces {\displaystyle P(A\mid B)} P(A\mid B) es igual a 0.

La falacia de la probabilidad condicional

La falacia de la probabilidad condicional se basa en asumir que P(A|B) es casi igual a P(B|A). El matemático John Allen Paulos analiza en su libro El hombre anumérico este error muy común cometido por personas que desconocen la probabilidad.

La verdadera relación entre P(A|B) y P(B|A) es la siguiente:

{\displaystyle P(B\mid A)=P(A\mid B)\cdot {\frac {P(B)}{P(A)}}} P(B \mid A)= P(A \mid B) \cdot \frac{P(B)}{P(A)} (Teorema de Bayes)

Problemas de ejemplo

La paradoja del falso positivo

La magnitud del error cometido con esta falacia se entiende mejor en términos de probabilidades condicionales.

Supongamos un grupo de personas de las que el 1 % sufre una cierta enfermedad, y el resto está bien. Escogiendo un individuo al azar:

{\displaystyle P(enfermo)=1\%=0.01} {\displaystyle P(enfermo)=1\%=0.01} y {\displaystyle P(sano)=99\%=0.99} {\displaystyle P(sano)=99\%=0.99}

Supongamos que aplicando una prueba a una persona que no tiene la enfermedad, hay una posibilidad del 1 % de conseguir un falso positivo, esto es:

{\displaystyle P(positivo|sano)=1\%} {\displaystyle P(positivo|sano)=1\%} y {\displaystyle P(negativo|sano)=99\%} {\displaystyle P(negativo|sano)=99\%}

Finalmente, supongamos que aplicando la prueba a una persona que tiene la enfermedad, hay una posibilidad del 1 % de un falso negativo, esto es:

{\displaystyle P(negativo|enfermo)=1\%} {\displaystyle P(negativo|enfermo)=1\%} y {\displaystyle P(positivo|enfermo)=99\%} {\displaystyle P(positivo|enfermo)=99\%}

Ahora, uno puede calcular lo siguiente:

La fracción de individuos en el grupo que están sanos y dan negativo:

{\displaystyle P(sano\cap negativo)=P(sano)\times P(negativo|sano)=99\%\times 99\%=98.01\%} {\displaystyle P(sano\cap negativo)=P(sano)\times P(negativo|sano)=99\%\times 99\%=98.01\%}

La fracción de individuos en el grupo que están enfermos y dan positivo:

{\displaystyle P(enfermo\cap positivo)=P(enfermo)\times P(positivo|enfermo)=1\%\times 99\%=0.99\%} {\displaystyle P(enfermo\cap positivo)=P(enfermo)\times P(positivo|enfermo)=1\%\times 99\%=0.99\%}

La fracción de individuos en el grupo que dan falso positivo:

{\displaystyle P(sano\cap positivo)=P(sano)\times P(positivo|sano)=99\%\times 1\%=0.99\%} {\displaystyle P(sano\cap positivo)=P(sano)\times P(positivo|sano)=99\%\times 1\%=0.99\%}

La fracción de individuos en el grupo que dan falso negativo:

{\displaystyle P(enfermo\cap negativo)=P(enfermo)\times P(negativo|enfermo)=1\%\times 1\%=0.01\%} {\displaystyle P(enfermo\cap negativo)=P(enfermo)\times P(negativo|enfermo)=1\%\times 1\%=0.01\%}

Además, la fracción de individuos en el grupo que dan positivo:

{\displaystyle P(positivo)=P(sano\cap positivo)+P(enfermo\cap positivo)=0.99\%+0.99\%=1.98\%} {\displaystyle P(positivo)=P(sano\cap positivo)+P(enfermo\cap positivo)=0.99\%+0.99\%=1.98\%}

Finalmente, la probabilidad de que un individuo realmente tenga la enfermedad, dado un resultado de la prueba positivo:

{\displaystyle P(enfermo|positivo)={\frac {P(enfermo\cap positivo)}{P(positivo)}}={\frac {0.99\%}{1.98\%}}=50\%} {\displaystyle P(enfermo|positivo)={\frac {P(enfermo\cap positivo)}{P(positivo)}}={\frac {0.99\%}{1.98\%}}=50\%}

En este ejemplo, debería ser fácil ver la diferencia entre las probabilidades condicionadas P (positivo | enfermo) (que es del 99 %) y P (enfermo | positivo) (que es del 50 %): la primera es la probabilidad de que un individuo enfermo dé positivo en la prueba; la segunda es la probabilidad de que un individuo que da positivo en la prueba tenga realmente la enfermedad. Con los números escogidos aquí, este último resultado probablemente sería considerado inaceptable: la mitad de la gente que da positivo en realidad está sana.

Ejemplo

Pregunta: Me dicen que he dado positivo, ¿Qué probabilidad hay de que tenga la enfermedad?

La probabilidad de tener una enfermedad rara es de 0,001: {\displaystyle P(enfermo)=0,001} P(enfermo) = 0,001

La probabilidad de que cuando el paciente está enfermo se acierte en el diagnóstico es de 0,99: {\displaystyle P(positivo|enfermo)=0,99} P(positivo|enfermo) = 0,99

La probabilidad de falso positivo es de 0,05: {\displaystyle P(positivo|sano)=0,05} P(positivo|sano) = 0,05

{\displaystyle P(enfermo|positivo)={\frac {P(enfermo)\times P(positivo|enfermo)}{P(positivo)}}} P(enfermo|positivo)=\frac{P(enfermo) \times P(positivo|enfermo)}{P(positivo)} {\displaystyle P(enfermo|positivo)=P(enfermo)\times {\frac {P(positivo|enfermo)}{P(enfermo)\times P(positivo|enfermo)+P(sano)\times P(positivo|sano)}}} P(enfermo|positivo)= P(enfermo) \times \frac{P(positivo|enfermo)}{P(enfermo) \times P(positivo|enfermo)+P(sano) \times P(positivo|sano)} {\displaystyle P(enfermo|positivo)={\frac {0,001\times 0,99}{0,001\times 0,99+0,999\times 0,05}}=0,019=1,9\%} {\displaystyle P(enfermo|positivo)={\frac {0,001\times 0,99}{0,001\times 0,99+0,999\times 0,05}}=0,019=1,9\%}

2.5. Eventos Independientes

- Algunas situaciones de probabilidad implican más de un evento. Cuando los eventos no se afectan entre sí, se les conoce como eventos independientes. Los eventos independientes pueden incluir la repetición de una acción como lanzar un dado más de una vez, o usar dos elementos aleatorios diferentes, como lanzar una moneda y girar una ruleta. Muchas otras situaciones también pueden incluir eventos independientes. Para calcular correctamente las probabilidades, necesitamos saber si un evento influye en el resultado de otros eventos.

Eventos Independientes

La principal característica de una situación con eventos independientes es que el estado original de la situación no cambia cuando ocurre un evento. Existen dos maneras de que esto suceda:

Los eventos independientes ocurren ya sea cuando:

· el proceso que genera el elemento aleatorio no elimina ningún posible resultado

o

· el proceso que sí elimina un posible resultado, pero el resultado es sustituido antes de que suceda una segunda acción. (A esto se le llama sacar un reemplazo.)

Aquí hay ejemplos de cada caso:

Situación	Eventos	Por qué los eventos son independientes
Lanzas un dado, y si no sale 6, lanzas de nuevo. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6 en el segundo lanzamiento?	El primer lanzamiento no es un 6. El primer lanzamiento es un 6.	El hecho de que el primer lanzamiento no es un 6 no cambia la probabilidad de que el segundo lanzamiento sea un 6. (A algunas personas les gusta decir, "el dando no se acuerda qué sacaste antes.")
Sacas una canica de una bolsa con 2 canicas rojas, 2 blancas, y una verde. Observas el color, la pones de nuevo en la bolsa, y sacar otra canica. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una canica roja ambas veces?	Sacar una canica roja en el primer intento. Sacar una canica roja en el segundo intento.	Los eventos son independientes porque regresaste la primera canica a la bolsa y tu segundo intento fue con la bolsa en su estado original.
Sacas una carta de un mazo de 52 cartas, y luego lanzas un dado. ¿Cuál es la	La carta es un 2. El dado cae en 2.	Aunque la carta no es regresada al mazo después de sacarla, el lanzamiento del dado no depende

probabilidad de sacar un 2 y luego lanzar y que caiga 2?		de las cartas, por lo que ningún posible resultado ha sido reemplazado. A pesar del resultado de sacar la carta, la probabilidad de del dado no será afectada.

Examinemos el segundo ejemplo. En el primer intento, la probabilidad de sacar una canica roja es $\frac{2}{5}$, porque hay 5 canicas y 2 de ellas son rojas. Si volvemos a poner la canica roja dentro de la bolsa, la probabilidad de sacar una canica roja en un segundo experimento sigue siendo $\frac{2}{5}$, y eso significa que los dos eventos son independientes. El resultado de un experimento no afecta el resultado del otro.

Pero, ¿qué hubiera pasado si no pones la primera canica de nuevo en la bolsa? La probabilidad de sacar una canica roja será diferente para el segundo intento. Si una canica roja es eliminada, en el segundo intento la probabilidad será ahora de $\frac{1}{4}$ porque sólo quedan 4 canicas y una es roja.

Ahora veamos el primer ejemplo. Supongamos que el dado se lanzó 15 veces sin sacar un 6. En el siguiente lanzamiento , ¿es la probabilidad de sacar un igual a $\frac{1}{6}$, o es mayor? Algunas personas creen que en el siguiente lanzamiento es más probable que les salga un 6 porque "¡Ya me toca un 6!" — el dado no puede recordar qué fue lo que sacó antes. Si bien es un poco inusual tirar un dado 16 veces sin sacar un 6, la probabilidad de sacar un 6 en 15 tiradas ha sido la misma en cualquiera de las tiradas.

Latonya está jugando un juego de cartas. Empieza con 10 cartas, numeradas del 1 al 10, y que están boca abajo por lo que no puede ver los números. Ella escoge una carta al azar (de forma aleatoria) y la voltea. Si la carta es mayor que 5, la carta es "ganadora" y la pone en una pila de cartas "ganadoras", Si la carta es 5 o menor, la pone en una pila de cartas "perdedoras". Ella gana el juego si logra juntar tres cartas en la pila ganadora antes de juntar tres cartas en la pila perdedora.

Elige el enunciado que mejor describe la situación.

A) Los eventos son independientes, porque el juego no elimina ningún resultado.

B) Los eventos son independientes, porque cada ronda tiene los mismos posibles resultados (ganar o perder).

C) Los eventos no son independientes, porque un resultado es eliminado en cada turno y no es reemplazado.

Probabilidad de Eventos Independientes

Veamos el espacio muestral y el espacio de eventos de los ejemplos de la sección anterior.

· Lanzas un dado dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de sacar un 6 en el segundo tiro pero *no* en el primero?

En este ejemplo, el dado es lanzado dos veces.

		Primer lanzamiento					
		1	2	3	4	5	6
Segundo lanzamiento	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3

	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Existen 6 resultados posibles para el primer tiro, y para cada uno de ellos, hay 6 resultados posibles para el segundo tiro. Hay 6 • 6, o 36, resultados posibles:

Espacio muestral: {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}

El espacio muestral consiste en todos los resultados para los cuales el primero tiro *no* fue 6, y el segundo tiro *fue* 6. Para el primer lanzamiento existían 5 resultados posibles que no son 6. Para cada uno de ellos, existía sólo un posible resultado que era 6. Entonces hay 5 • 1 o 5 resultados en el espacio de eventos:

Espacio de eventos: {(1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6)}

Nota que el tamaño del espacio muestral para ambos lanzamientos es el producto del tamaño del espacio muestral para cada lanzamiento. De manera similar, el tamaño del espacio de eventos par dos lanzamientos es el producto del tamaño de los espacios de eventos de cada lanzamiento.

Veamos el escenario 2:

- Sacas una canica de una bolsa que contiene 2 canicas rojas, 2 blancas, y una verde. Anotas el color, regresas la canica a la bolsa, y sacas otra canica. ¿Cuál es la probabilidad de sacar canica roja ambas veces?

Para ayudarnos a recordar que hay dos canicas rojas, las nombraremos R1 y R2. Haremos lo mismo con las canicas blancas, W1 y W2.

		Primera sacada				
		R1	R2	W1	W2	G
Segunda sacada	R1	R1,R1	R2,R1	W1,R1	W2,R1	G,R1
	R2	R1,R2	R2,R2	W1,R2	W2,R2	G,R2
	W1	R1,W1	R2,W1	W1,W1	W2,W1	G,W1
	W2	R1,W2	R2,W2	W1,W2	W2,W2	G,W2
	G	R1,G	R2,G	W1,G	W2,G	G,G

El espacio muestral para la primera sacada tiene 5 resultados, {rojo, rojo, blanco, blanco, verde}. Como la primera canica es devuelta a la bolsa, le espacio muestral para la segunda sacada es el mismo. Por cada opción de la primera sacada, hay 5 opciones para la segunda, Existen 5 • 5 o 25 resultados posibles:

Espacio muestral: {(R1,R1), (R1,R2), (R1,W1), (R1,W2), (R1,G), (R2,R1), (R2,R2), (R2,W1), (R2,W2), (R2,G), (W1,R1), (W1,R2), (W1,W1), (W1,W2), (W1,G), (W2,R1), (W2,R2), (W2,W1), (W2,W2), (W2,G), (G,R1), (G,R2), (G,W1), (G,W2), (G,G)}

El espacio de eventos para la primera sacada consiste en las dos canicas rojas. Para cada una de ellas, hay dos canicas rojas que pueden escoger en la segunda sacada. Existen 2 • 2 o 4 resultados en el espacio de eventos:

Espacio de eventos: {(R1,R1), (R1,R2), (R2,R1), (R2,R2)}

De nuevo, nota que el tamaño del espacio muestral para las dos sacadas es el producto del tamaño de los espacios muestrales de cada sacada. De manera similar, le tamaño del espacio de eventos para las sacadas combinadas es igual al producto del tamaño de los espacios de eventos de cada sacada.

Ahora, veamos las probabilidades para las tres situaciones, usando la razón del tamaño del espacio de eventos con el tamaño del espacio muestral:

Situación	Probabilidad del primer evento	Probabilidad del segundo evento	Probabilidad de ambos eventos
Lanzar dados	$P(\text{no } 6) = \frac{5}{6}$	$P(6) = \frac{1}{6}$	$P(\text{no } 6\text{, entonces } 6) = \frac{5}{36}$
Sacar canicas	$P(\text{rojo}) = \frac{2}{5}$	$P(\text{rojo}) = \frac{2}{5}$	$P(\text{ambos rojos}) = \frac{4}{25}$

Podemos derivar la fórmula a partir de estos datos. Como el espacio de eventos para una situación puede calcularse multiplicando los espacios de eventos de cada evento independiente, y el espacio muestral de la situación puede encontrarse multiplicando los espacios muestrales de cada evento independiente, tenemos:

$$P(\text{situación}) = \frac{(\text{Tamaño de espacio del primer evento})\,(\text{Tamaño de espacio del segundo evento})}{(\text{Tamaño de espacio de la primer muestra})\,(\text{Tamaño de espacio de la segunda muestra})}$$

$$= \frac{(\text{Tamaño de espacio del primer evento})}{(\text{Tamaño de espacio de la primer muestra})} \bullet \frac{(\text{Tamaño de espacio del segundo evento})}{(\text{Tamaño de espacio de la segunda muestra})}$$

$$= \text{P (primer evento)} \bullet \text{P (segundo evento)}$$

Esto es válido para todas las situaciones con *eventos independientes*. También puede extenderse a más de dos eventos.

Si A y B son eventos independientes, *P*(*A* y *B*) = *P*(*A*) • *P*(*B*).

En general, para *cualquier* número de eventos independientes, la probabilidad de que todos los eventos sucedan es el producto de las probabilidades de que sucedan los eventos individuales.

2.6. Teorema de Bayes

El teorema de Bayes es utilizado para calcular la probabilidad de un suceso, teniendo información de antemano sobre ese suceso.

Podemos calcular la probabilidad de un suceso A, sabiendo además que ese A cumple cierta característica que condiciona su probabilidad. El teorema de Bayes entiende la probabilidad de forma inversa al teorema de la probabilidad total. El teorema de la probabilidad total hace inferencia sobre un suceso B, a partir de los resultados de los sucesos A. Por su parte, Bayes calcula la probabilidad de A condicionado a B.

El teorema de Bayes ha sido muy cuestionado. Lo cual se ha debido, principalmente, a su mala aplicación. Ya que, mientras se cumplan los supuestos de sucesos disjuntos y exhaustivos, el teorema es totalmente válido.

Fórmula del teorema de Bayes

Para calcular la probabilidad tal como la definió Bayes en este tipo de sucesos, necesitamos una fórmula. La fórmula se define matemáticamente como:

Donde B es el suceso sobre el que tenemos información previa y A(n) son los distintos sucesos condicionados. En la parte del numerador tenemos la probabilidad condicionada, y en la parte de abajo la probabilidad total. En cualquier caso, aunque la fórmula parezca un poco abstracta, es muy sencilla. Para demostrarlo, utilizaremos un ejemplo en el que en lugar de A(1), A(2) y A(3), utilizaremos directamente A, B y C.

Ejemplo del teorema de Bayes

Una empresa tiene una fábrica en Estados Unidos que dispone de tres máquinas A, B y C, que producen envases para botellas de agua. Se sabe que la máquina A produce un 40% de la cantidad total, la máquina B un 30% , y la máquina C un 30%. También se sabe que cada máquina produce envases defectuosos. De tal manera que la máquina A produce un 2% de envases defectuosos sobre el total de su producción, la máquina B un 3%, y la máquina C un 5%. Dicho esto, se plantean dos cuestiones:

P(A) = 0,40 P(D/A) = 0,02

P(B) = 0,30 P(D/B) = 0,03

P(C) = 0,30 P(D/C) = 0,05

1.Si un envase ha sido fabricado por la fábrica de esta empresa en Estados Unidos ¿Cuál es la probabilidad de que sea defectuoso?

Se calcula la probabilidad total. Ya que, a partir los diferentes sucesos, calculamos la probabilidad de que sea defectuoso.

P(D) =[P(A) x P(D/A)] + [P(B) x P(B/A)] + [P(C) x P(C/A)] = [0,4 x 0,02] + [0,3 x 0,03] + [0,3 x 0,05] = 0,032

Expresado en porcentaje, diríamos que la probabilidad de que un envase fabricado por la fábrica de esta empresa en Estados Unidos sea defectuoso es del 3,2%.

2. Siguiendo con la pregunta anterior, si se adquiere un envase y este es defectuoso ¿Cuáles es la probabilidad de que haya sido fabricado por la máquina A?¿Y por la máquina B?¿Y por la máquina C?

Aquí se utiliza el teorema de Bayes. Tenemos información previa, es decir, sabemos que el envase es defectuoso. Claro que, sabiendo que es defectuoso, queremos saber cual es la probabilidad de que se haya producido por una de las máquinas.

P(A/D) = [P(A) x P(D/A)] / P(D) = [0,40 x 0,02] / 0,032 = 0,25

P(B/D) = [P(B) x P(D/B)] / P(D) = [0,30 x 0,03] / 0,032 = 0,28

P(C/D) = [P(C) x P(D/C)] / P(D) = [0,30 x 0,05] / 0,032 = 0,47

Sabiendo que un envase es defectuoso, la probabilidad de que haya sido producido por la máquina A es del 25%, de que haya sido producido por la máquina B es del 28% y de que haya sido producido por la máquina C es del 47%.

2.7. Distribuciones de probabilidades

Una distribución de probabilidad indica toda la gama de valores que pueden representarse como resultado de un experimento si éste se llevase a cabo.

Es decir, describe la probabilidad de que un evento se realice en el futuro, constituye una herramienta fundamental para la prospectiva, puesto que se puede diseñar un escenario de acontecimientos futuros considerando las tendencias actuales de diversos fenómenos naturales.

Toda distribución de probabilidad es generada por una variable (porque puede tomar diferentes valores) aleatoria x (porque el valor tomado es totalmente al azar), y puede ser de dos tipos:

1. **Variable aleatoria discreta (x)**. Porque solo puede tomar valores enteros y un número finito de ellos. Por ejemplo:

- x ® Variable que define el número de alumnos aprobados en la materia de probabilidad en un grupo de 40 alumnos (1, 2 ,3…ó los 40).

PROPIEDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA (X)

a. 0≤p(xi)£1 Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero y menores o iguales a 1.

a. Sp(xi) = 1 La sumatoria de las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x debe ser igual a 1.

Ejemplo para variable aleatoria discreta

Se tiene una moneda que al lanzarla puede dar sólo dos resultados: o cara (50%), o cruz (50%).

La siguiente tabla muestra los posibles resultados de lanzar dos veces una moneda:

PRIMER LANZAMIENTO	SEGUNDO LANZAMIENTO	NUMERO DE CARAS EN 2 LANZAMIENTOS	PROBABILIDAD DE LOS 4 RESULTADOS POSIBLES
CARA	CARA	2	0.5 X 0.5 = 0.25
CARA	CRUZ	1	0.5 X 0.5 = 0.25
CRUZ	CARA	1	0.5 X 0.5 = 0.25
CRUZ	CRUZ	0	0.5 X 0.5 = 0.25

Al realizar la tabla de distribución del número posible de caras que resulta de lanzar una moneda dos veces, se obtiene:

NÚMERO DE CARAS	LANZAMIENTOS	PROBABILIDAD DE ESTE RESULTADO P(CARA)

0	(CRUZ, CRUZ)	0.25
1	(CARA, CRUZ) + (CRUZ, CARA)	0.50
2	(CARA, CARA)	0.25

NOTA: Esta tabla no representa el resultado real de lanzar una moneda dos veces sino la del resultado teórico es decir representa la forma en que se espera se comporte el experimento de lanzar dos veces una moneda.

2. **Variable aleatoria continua (x)**. Porque puede tomar tanto valores enteros como fraccionarios y un número infinito de ellos dentro de un mismo intervalo.

Por ejemplo:

- x ® Variable que define la concentración en gramos de plata de algunas muestras de mineral (14.8 gr., 12.1, 42.3, 15.0, 18.4, 19.0, 21.0, 20.8, …, ¥)

PROPIEDADES DE UNA VARIABLE ALEATORIA DISCRETA (X)

- p(x)³0 Las probabilidades asociadas a cada uno de los valores que toma x deben ser mayores o iguales a cero. Dicho de otra forma, la función de densidad de probabilidad deberá tomar solo valores mayores o iguales a cero.

- El área definida bajo la función de densidad de probabilidad deberá ser de 1.

Unidad 3

MEDIDAS ANTROPOMETRICAS

3.1. Para que sirven las medidas antropométricas

Si comparamos dos personas que tienen el **mismo peso** al subir a una báscula, lo más seguro es que la composición corporal de ambas sea **muy diferente**. Tal vez una de ellas tiene mayor masa grasa, y la otra mayor cantidad de masa muscular, sin embargo, esto no puede determinarlo la báscula.

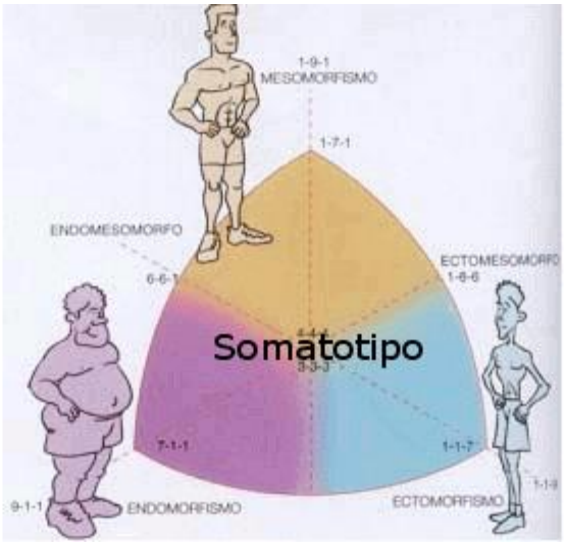
La **antropometría**, es una herramienta de diagnóstico y evaluación que estudia los componentes del cuerpo humano

Permite saber cómo está constituido el cuerpo, ya que lo más importante no es cuanto pesamos, sino cómo está repartido ese peso en los diferentes componentes.

Con esta técnica, medimos peso, altura, longitudes, perímetros, longitudes, diámetros y pliegues cutáneos

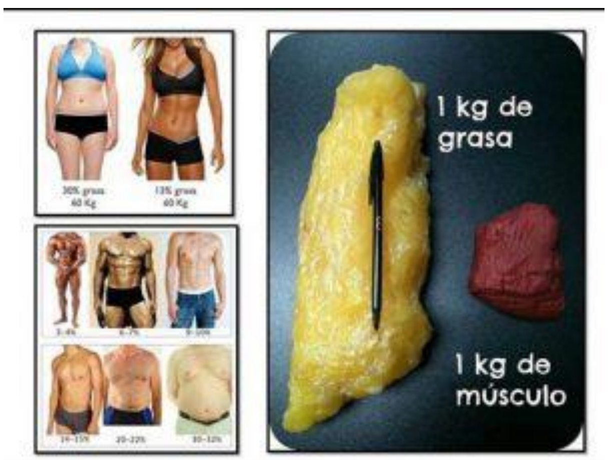
En el caso de los **deportistas**. Una vez obtenido los resultados de la **antropometría**, podemos modificar su alimentación para mejorar su rendimiento, para por ejemplo, bajar %de grasa o aumentar %masa muscular, dependiendo de la disciplina o deporte realizado, y por tanto, aumentar su rendimiento físico.

La antropometría, nos permite además, conocer su **somatotipo** (para clasificar el tipo corporal ó físico; es utilizado para estimar la forma corporal y su composición, principalmente en atletas; es un instrumento útil en las evaluaciones de la aptitud física en función de la edad y el sexo)



Dos personas con el **mismo peso**, pueden variar en composición corporal, por lo que no podríamos saberlo simplemente con la báscula.

La **antropometría** es la que nos permite saber cómo está constituido el cuerpo, ya que lo más importante no es cuanto pesamos, sino cómo está repartido ese peso en los diferentes componentes, e ir periódicamente evaluando el cambio o evolución corporal con medidas antropométricas para poder ajustar la alimentación a la persona, y según sus objetivos, obtener mejor rendimiento.



La imagen muestra como con el mismo peso, podemos variar en composición corporal, debido a la densidad de cada componente corporal (densidad de masa grasa vs masa muscular). Por lo que, realmente el peso, debería considerarse como un dato más, sin restar importancia al % de grasa o masa muscular que lo componen, y modificar las pautas alimenticias para mejorar estos % y aumentar en el rendimiento deportivo o en la salud de la persona.

3.2. Medidas de peso

¿Qué es el peso?

La palabra peso proviene del término latino pensum. En primer lugar, este concepto puede ser definido como la fuerza con la que el planeta Tierra atrae a los cuerpos. Sin embargo, la palabra peso puede ser interpretada de diversas formas, según la disciplina desde la cual sea tratada.

Desde la física se entiende al concepto de peso como la fuerza que ejerce un determinado cuerpo sobre el punto en que se encuentra apoyado. El mismo encuentra su origen en la aceleración de la gravedad. Desde la física resulta elemental distinguir dos conceptos que suelen ser confundidos o utilizados como sinónimos, que son el de masa y peso.

En primer lugar el peso no es una propiedad particular de los cuerpos, sino que el mismo se ve condicionado por al campo gravitatorio en el cual se hallan los mismos, es decir los cuerpos.

En cambio, el concepto de masa hace referencia a la cantidad de materia que posee el cuerpo que se estudia. Es decir que la masa de un cuerpo es igual en el planeta tierra o en la luna, mientras que el peso variará notablemente.

El peso de un determinado cuerpo se calcula a partir de la multiplicación entre la masa y la aceleración de la gravedad. La unidad en la que se expresará el resultado son unidades de fuerza, la que determinó el sistema internacional de unidades es el newton, comúnmente abreviada con la letra N. Dentro del sistema técnico se utiliza la unidad llamada kilogramo/fuerza, que suele ser abreviada como Kgf.

Ampliar: El peso, o fuerza de gravedad.

¿Cuál es la diferencia entre peso y masa?

Moneda - Dinero - Peso

El término “peso” también es el nombre que reciben determinadas monedas.

Es importante saber diferenciar lo que es la masa, es decir la cantidad de materia que tiene un cuerpo, del peso.

La masa se mide en kilogramos y se utiliza una balanza para ello.

El peso es la fuerza que la gravedad ejerce sobre una masa, y es medido con un dinamómetro, se mide en newtons. El peso varía de acuerdo con la latitud y la altitud, la masa, en cambio, es contante, ya que no depende de factores externos como es la fuerza gravitacional.

Entonces, lo que normalmente llamamos peso, como por ejemplo cuando nos pesamos en una balanza y vemos cuántos kilos pesa nuestro cuerpo, estamos hablando de masa, no de peso. Sin embargo, esto no es importante, ya que, en realidad, no habría mayores diferencias.

En la química se hace referencia al peso en tanto atómico, este es definido como el número que se le asigna a los elementos químicos para establecer la masa de sus átomos. Este peso será promedio ya que a partir de los distintos isotopos de un mismo elemento podremos obtener distintos valores, es por ello que se calcula un valor estimativo entre los distintos variantes de un mismo elemento. Para calcular la masa atómica se utiliza a la masa del átomo de carbono como referencia.

En el ámbito deportivo, más precisamente del boxeo, se utiliza el al peso como elemento para realizar distinciones en las categorías de los competidores. Algunos ejemplos son el peso mosca, que son los competidores de menos de 51 kilogramos, el peso pluma, donde puede competir aquellos deportistas de menos de 57 kg, el peso ligero, cuyos competidores no pueden exceder los 60 Kg, el peso pesado, donde los deportistas deben pesar menos de 91 Kg, el peso superpesado, que son aquellos competidos que exceden los 91kg, entre muchas otras categorías intermedias.

3.3. Medidas de talla

¿Cómo puedo saber mis medidas?

Con un metro de sastre y desnuda. Mide el contorno del busto sin apretujar demasiado, después la cintura (debajo de las costillas) y las caderas. Toma todas las medidas cada dos meses, apúntalas en centímetros y guárdalas bien. Te servirán para definir tu talla así como para **saber si adelgazas o engordas**. Para saber qué talla te corresponde, he aquí las tablas completas de las normas en vigor. Investiga a qué talla corresponden tus medidas.

TALLA	BUSTO	CADERA	CINTURA
34 - XS	80	86-88	60-62
36 - S	85	89-92	36-66
38 - S/M	90	93-96	67-70
40 - M	95	97-100	71-74
42 - M/L	100	101-104	75-78
44 - L	105	105-108	79-82
46 - L/XL	110	109-112	83-86
48 -XL	115	113-116	87-90
50 - XL/XXL	120	117-120	91-94
52- XXL	125	121-124	95-98

3.4. Medidas de circunferencia Braquial

Durante muchos años se han usado los valores de perímetro braquial inferiores a cierto límite como índice alternativo del estado nutricional de los menores de 5 años de edad en épocas de hambruna o crisis de refugiados y también como método adicional de tamizaje en situaciones normales. Sin embargo, recientemente se ha puesto en duda la independencia del perímetro braquial respecto de la edad y el sexo. Tras revisar las pruebas científicas en las que se basan el uso y la interpretación del perímetro braquial, un Comité de Expertos de la OMS recomendó nuevos valores de referencia de perímetro braquial según la edad en menores de 5 años. Sin embargo, en algunas situaciones es difícil evaluar la edad de un niño y en tales circunstancias el perímetro braquial según la altura puede ser una buena *alternativa. La regla QUAC (del inglés Quaker arm circumference) para medir la altura es un medio sencillo para determinar el punto de corte del perímetro braquial correspondiente a una altura dada. Este artículo describe los valores de referencia del perímetro braquial y la construcción y uso del medidor QUAC, así como la utilización del método de curvas de características funcionales (receiver operating characteristic curve) para evaluar el rendimiento del perímetro braquial, el perímetro braquial según la edad y el perímetro braquial según la altura en la detección de niños malnutridos.*

El perímetro braquial, medido en el punto medio de la parte proximal del brazo, se ha usado durante muchos años como índice del estado nutricional en situaciones como hambrunas o crisis de refugiados en las que es difícil determinar la altura y el peso (*1-4*). El perímetro braquial también se ha usado en situaciones normales como instrumento adicional de tamizaje, por su poder para predecir la mortalidad infantil (*5-7*).

Durante los últimos 30 años se utilizó para detectar malnutridos entre los menores de 5 años un único punto de corte, generalmente 12,5 o 13,0 cm de perímetro braquial. Este límite se obtuvo en los años sesenta a partir de observaciones de niños polacos normales, bien nutridos (*1, 8, 9*). Sin embargo, recientemente se ha puesto en tela de juicio la idea de que el perímetro braquial es independiente de la edad y el sexo y se ha sugerido utilizar valores z de perímetro braquial, ajustados respecto a edad y sexo, como mejor indicador del estado nutricional (*10, 11*). Un Comité de Expertos de la OMS ha recomendado usar en niños de 6 a 60 meses nuevos valores de referencia de perímetro braquial según la edad (*12, 13*).

Para facilitar el trabajo de campo de evaluación rápida del estado nutricional, durante los años sesenta se desarrolló un método para relacionar el perímetro braquial con la altura, mediante el uso de una regla métrica denominada medidor QUAC (del inglés *Quaker Arm Circumference measuring stick*, regla métrica cuáquera para el perímetro braquial) (*14, 15*). El método de medición con la regla QUAC, en el que se mide el perímetro braquial a nivel medio de la parte proximal del brazo y luego se compara este valor con la estatura del niño, es sencillo, barato, fácil de usar, independiente de que la edad sea o no correcta, y bastante fiable (*16-21*). Sin embargo, los valores de referencia del método QUAC que se usan actualmente se obtuvieron a partir de varias series de datos de perímetro braquial de niños polacos bien nutridos (*9*) y de datos estaturales de niños sanos de aldeas de Nigeria occidental (*14, 18*) o de datos específicos de país (*19*). Este artículo proporciona datos de referencia de perímetro braquial según la altura para uso internacional, basados en los mismos datos recomendados por un Comité de Expertos de la OMS como datos de referencia de perímetro braquial según la edad (*12, 13*). También se propone un medidor QUAC "estándar" que puede facilitar la comparación de datos entre países.

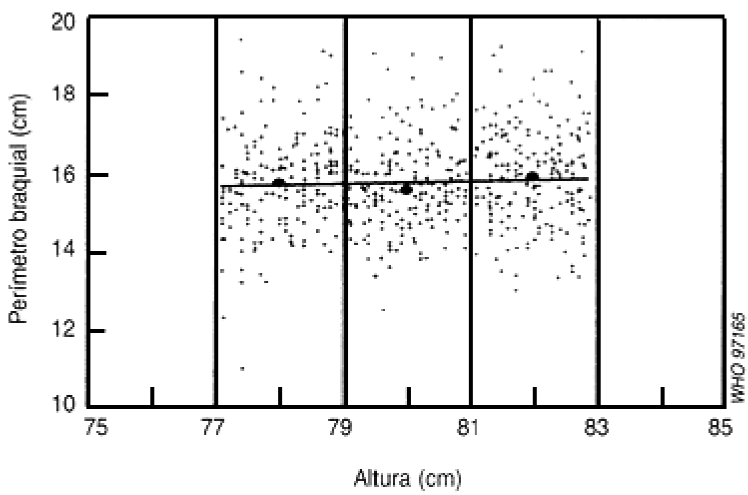
MATERIALES Y MÉTODOS

Para derivar los valores de referencia de perímetro braquial según la altura utilizamos los datos de crecimiento de niños de 6 meses a 9 años de edad correspondientes a la muestra con la que se realizaron la primera y segunda Encuesta Nacional de Salud y de Estudio de la Nutrición (NHANES I y NHANES II, según sus siglas en inglés) (*22, 23*). Estas dos encuestas fueron llevadas a cabo por el Centro Nacional de Estadísticas Sanitarias (NCHS) estadounidense, para obtener datos de muestras representativas de la población civil no recluida de todo el país. En la encuesta NHANES I, realizada durante el período 1971-1974, se incluyeron personas de todas las edades entre 1 y 74 años; en la NHANES II, realizada durante 1976-1980, las edades incluidas abarcaron desde los 6 meses hasta los 74 años. Se ha publicado una descripción detallada de las muestras seleccionadas (*22, 23*). En total se realizaron 23 808 determinaciones de perímetro braquial en una muestra combinada NHANES I y NHANES II de niños de 6 meses a 9 años.

Para estimar la mediana de los valores de perímetro braquial en un pequeño intervalo de estatura usamos el método de ajuste de curvas del análisis exploratorio de datos (la "línea resistente trigrupal") (*24*). Los datos se dividieron en tres subgrupos según la estatura, se calculó la mediana de perímetro braquial de cada subgrupo y se ajustó una recta de regresión a estas tres medianas. Utilizamos "ventanas" de estatura de 6 cm, subdivididas en subgrupos de

2 cm de ventana. Por ejemplo, los perímetros braquiales de entre 77,0 y 82,9 cm se subdividieron en tres subgrupos de 77,0 a 78,9 cm, 79,0 a 80,9 cm y 81,0 a 82,9 cm, y se calculó la mediana de cada subgrupo. Luego se estimó la recta de regresión correspondiente a esas medianas y el valor de perímetro braquial que el modelo predice para una altura de 80,0 cm (el punto medio de la ventana de estaturas) (figura 1). Este procedimiento se repitió para cada ventana de estaturas de 6 cm, con puntos medios a intervalos de 1,0 cm desde 65,0 cm hasta 145,0 cm, es decir, un total de 81 veces. Con un polinomio de quinto grado se estimó una curva mediana alisada ajustada a las 81 medianas estimadas.

FIGURA 1. Ilustración del procedimiento de análisis exploratorio de los datos. Cada + representa un dato, las medianas son los puntos • y se presenta también la recta de regresión para la ventana de 6 cm utilizada para estimar el perímetro braquial correspondiente al punto medio de la ventana de estatura



Mediante la curva mediana alisada calculamos el residuo correspondiente a cada dato y la desviación estándar para cada ventana de 6 cm con relación a la curva mediana alisada. La desviación estándar se calculó como raíz cuadrada del error cuadrático medio. Como la distribución de perímetros braquiales es sesgada, calculamos una desviación estándar superior solo con los residuos positivos y una desviación estándar inferior solo con los negativos. Luego se estimó una curva ajustada a las 81 desviaciones estándar superiores e inferiores usando un polinomio de tercer grado.

Se calcularon así tres series de curvas de perímetro braquial según la altura: una para niños, otra para niñas y otra para los dos sexos combinados. Las curvas de desviación estándar en niños y en niñas resultaron similares y para mejorar la precisión se utilizaron para las tres series de curvas de referencia las curvas de desviación estándar para ambos sexos combinados.

Para eliminar cualquier discrepancia causada por la diferencia entre la determinación estatural en decúbito y en pie a lo largo del recorrido de alturas, todas las estaturas en decúbito de menos de 85 cm fueron ajustadas a estaturas en bipedestación mediante una substracción de 0,4 cm. Este ajuste de 4 mm se basó en la diferencia entre la medición de longitud y la medición de estatura en los datos de los niños de 24 a 35 meses de la encuesta NHANES II en los que se obtuvieron ambas medidas. Una vez efectuado el proceso de alisamiento, para los datos finales de referencia las alturas de menos de 85 cm fueron reconvertidas a longitudes mediante la adición de 0,4 cm. El resultado es que el protocolo de medida utilizado para obtener los valores de referencia es equivalente a los procedimientos estándar diseñados para tallar a los niños en el medio clínico o en trabajos de campo.

Se utilizaron datos procedentes de Sri Lanka (25), Nepal (26), Togo (27) y Malawi (28) para evaluar el rendimiento de los indicadores de perímetro braquial, perímetro braquial según la edad y perímetro braquial según la estatura, usando un valor z <- 2 como estándar de referencia para considerar desnutrido a un niño. Las series de datos de Sri Lanka (1975-1976), Nepal (1975) y Togo (1976-1977) fueron obtenidas a partir de encuestas transversales nacionales realizadas con colaboración de los CDC y la Agencia de los Estados Unidos para el Desarrollo Internacional (USAID). Los tamaños de las muestras de niños de 6 a 59 meses de edad en esas tres encuestas fueron respectivamente 13 469, 6 579 y 6 120. El Estudio de Nutrición Maternoinfantil de Malawi es una encuesta longitudinal trienal (1986-1969) de 3 009 registros de niños de 6 a 59 meses (*28*). Para evaluar el rendimiento de los nuevos indicadores utilizamos curvas de características funcionales (curvas ROC -de *receiver operating characteristic curve*, según su denominacion original en inglés-) (*29*) en las que se representa en abscisas 1 -

especificidad y en ordenadas, la sensibilidad. En general, cuanto mayor es la desviación de la curva ROC de características funcionales de la línea de azar (que conecta las dos esquinas del gráfico), mejor es el rendimiento del indicador.

RESULTADOS

El cuadro 1 presenta los valores de referencia para niños, niñas y ambos sexos combinados, para el grupo de 6 a 119 meses de edad con alturas entre 65 y 145 cm, según los datos de NHANES I y NHANES II. Por limitaciones de tamaño muestral los datos de referencia no incluyen niños de menos de 65 cm ni de más de 145 cm de altura. Las figuras 2, 3 y 4 son las gráficas de crecimiento del perímetro braquial basadas en los datos del cuadro 1. Las curvas corresponden a la mediana y a 1,0, 2,0 y 3,0 desviaciones estándar por encima y por debajo de la mediana. En las gráficas hay una pequeñísima ruptura correspondiente a la discontinuidad entre la longitud en decúbito y la estatura en bipedestación (unos 0,01 cm de perímetro braquial) a los 85 cm. Las curvas específicas de edad recogen la mayor parte de la variación relacionada con el punto de corte fijo, pero hay también diferencias significativas entre niños y niñas en los intervalos de alturas de 65,0 a 80,0 cm y de 120,0 a 145,0 cm.

CUADRO 1. Valores de referencia de perímetro branquial según la longitud o la estatura. Valores correspondienties a la mediana de la distribución y a 2 y 3 desviaciones estándar (DE) por debajo de la mediana

Longitud o estatura (cm) [a]	Niños			Ambos sexos			Niñas		
	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE
65,0	14,6	12,7	11,7	14,3	12,4	11,5	14,0	12,1	11,2
65,5	14,7	12,7	11,8	14,4	12,5	11,5	14,1	12,2	11,2
66,0	14,7	12,8	11,8	14,5	12,5	11,6	14,2	12,3	11,3
66,5	14,8	12,8	11,8	14,5	12,6	11,6	14,3	12,3	11,3
67,0	14,9	12,9	11,9	14,6	12,6	11,6	14,4	12,4	11,4
67,5	14,9	12,9	11,9	14,7	12,7	11,7	14,4	12,4	11,4
68,0	15,0	12,9	11,9	14,7	12,7	11,7	14,5	12,5	11,5
68,5	15,0	13,0	12,0	14,8	12,8	11,7	14,6	12,6	11,5
69,0	15,1	13,0	12,0	14,9	12,8	11,8	14,7	12,6	11,6
69,5	15,1	13,0	12,0	14,9	12,8	11,8	14,7	12,7	11,6
70,0	15,1	13,1	12,0	15,0	12,9	11,8	14,8	12,7	11,7
70,5	15,2	13,1	12,0	15,0	12,9	11,9	14,8	12,8	11,7
71,0	15,2	13,1	12,1	15,1	13,0	11,9	14,9	12,8	11,7
71,5	15,3	13,1	12,1	15,1	13,0	11,9	15,0	12,8	11,8
72,0	15,3	13,2	12,1	15,2	13,0	12,0	15,0	12,9	11,8
72,5	15,3	13,2	12,1	15,2	13,1	12,0	15,1	12,9	11,8
73,0	15,4	13,2	12,1	15,2	13,1	12,0	15,1	13,0	11,9
73,5	15,4	13,2	12,2	15,3	13,1	12,0	15,2	13,0	11,9
74,0	15,4	13,3	12,2	15,3	13,1	12,1	15,2	13,0	11,9
74,5	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1	15,2	13,1	12,0
75,0	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1	15,3	13,1	12,0
75,5	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1	15,3	13,1	12,0
76,0	15,6	13,4	12,2	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1
76,5	15,6	13,4	12,3	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1
77,0	15,6	13,4	12,3	15,5	13,3	12,2	15,4	13,2	12,1
77,5	15,6	13,4	12,3	15,6	13,3	12,2	15,5	13,3	12,1
78,0	15,7	13,4	12,3	15,6	13,4	12,2	15,5	13,3	12,2
78,5	15,7	13,4	12,3	15,6	13,4	12,3	15,6	13,3	12,2
79,0	15,7	13,5	12,3	15,6	13,4	12,3	15,6	13,3	12,2
79,5	15,7	13,5	12,4	15,7	13,4	12,3	15,6	13,4	12,2
80,0	15,8	13,5	12,4	15,7	13,4	12,3	15,6	13,4	12,3
80,5	15,8	13,5	12,4	15,7	13,5	12,3	15,7	13,4	12,3
81,0	15,8	13,5	12,4	15,8	13,5	12,4	15,7	13,4	12,3
81,5	15,8	13,6	12,4	15,8	13,5	12,4	15,7	13,5	12,3
82,0	15,9	13,6	12,4	15,8	13,5	12,4	15,8	13,5	12,3
82,5	15,9	13,6	12,5	15,8	13,6	12,4	15,8	13,5	12,4
83,0	15,9	13,6	12,5	15,9	13,6	12,4	15,8	13,5	12,4
83,5	15,9	13,6	12,5	15,9	13,6	12,5	15,8	13,6	12,4
84,0	15,9	13,7	12,5	15,9	13,6	12,5	15,9	13,6	12,4
84,5	16,0	13,7	12,5	15,9	13,6	12,5	15,9	13,6	12,5
85,0	16,0	13,7	12,5	15,9	13,6	12,5	15,9	13,6	12,5
85,5	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,5	15,9	13,6	12,5
86,0	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,5	15,9	13,7	12,5
86,5	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,5
87,0	16,1	13,8	12,6	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,5
87,5	16,1	13,8	12,6	16,0	13,7	12,6	16,0	13,7	12,6
88,0	16,1	13,8	12,6	16,1	13,8	12,6	16,0	13,7	12,6
88,5	16,1	13,8	12,7	16,1	13,8	12,6	16,1	13,8	12,6
89,0	16,1	13,8	12,7	16,1	13,8	12,7	16,1	13,8	12,6
89,5	16,2	13,9	12,7	16,1	13,8	12,7	16,1	13,8	12,7
90,0	16,2	13,9	12,7	16,2	13,9	12,7	16,1	13,8	12,7
90,5	16,2	13,9	12,8	16,2	13,9	12,7	16,2	13,8	12,7
91,0	16,2	13,9	12,8	16,2	13,9	12,7	16,2	13,9	12,7
91,5	16,3	14,0	12,8	16,2	13,9	12,8	16,2	13,9	12,7
92,0	16,3	14,0	12,8	16,3	13,9	12,8	16,2	13,9	12,8

CUADRO 1. *(Continuación)*

Longitud o estatura (cm)[a]	Niños			Ambos sexos			Niñas		
	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE
92,5	16,3	14,0	12,9	16,3	14,0	12,8	16,2	13,9	12,8
93,0	16,3	14,0	12,9	16,3	14,0	12,8	16,3	14,0	12,8
93,5	16,4	14,1	12,9	16,3	14,0	12,9	16,3	14,0	12,8
94,0	16,4	14,1	12,9	16,4	14,0	12,9	16,3	14,0	12,8
94,5	16,4	14,1	13,0	16,4	14,1	12,9	16,3	14,0	12,9
95,0	16,4	14,1	13,0	16,4	14,1	12,9	16,4	14,1	12,9
95,5	16,5	14,2	13,0	16,4	14,1	13,0	16,4	14,1	12,9
96,0	16,5	14,2	13,0	16,5	14,1	13,0	16,4	14,1	12,9
96,5	16,5	14,2	13,1	16,5	14,2	13,0	16,4	14,1	13,0
97,0	16,6	14,2	13,1	16,5	14,2	13,0	16,5	14,1	13,0
97,5	16,6	14,3	13,1	16,5	14,2	13,1	16,5	14,2	13,0
98,0	16,6	14,3	13,1	16,6	14,2	13,1	16,5	14,2	13,0
98,5	16,6	14,3	13,2	16,6	14,3	13,1	16,5	14,2	13,1
99,0	16,7	14,3	13,2	16,6	14,3	13,1	16,6	14,3	13,1
99,5	16,7	14,4	13,2	16,6	14,3	13,2	16,6	14,3	13,1
100,0	16,7	14,4	13,2	16,7	14,4	13,2	16,6	14,3	13,1
100,5	16,8	14,4	13,3	16,7	14,4	13,2	16,7	14,3	13,2
101,0	16,8	14,5	13,3	16,7	14,4	13,2	16,7	14,4	13,2
101,5	16,8	14,5	13,3	16,8	14,4	13,3	16,7	14,4	13,2
102,0	16,9	14,5	13,4	16,8	14,5	13,3	16,7	14,4	13,2
102,5	16,9	14,6	13,4	16,8	14,5	13,3	16,8	14,4	13,3
103,0	16,9	14,6	13,4	16,9	14,5	13,4	16,8	14,5	13,3
103,5	16,9	14,6	13,4	16,9	14,6	13,4	16,8	14,5	13,3
104,0	17,0	14,6	13,5	16,9	14,6	13,4	16,9	14,5	13,4
104,5	17,0	14,7	13,5	17,0	14,6	13,4	16,9	14,6	13,4
105,0	17,0	14,7	13,5	17,0	14,6	13,5	16,9	14,6	13,4
105,5	17,1	14,7	13,6	17,0	14,7	13,5	17,0	14,6	13,4
106,0	17,1	14,8	13,6	17,1	14,7	13,5	17,0	14,6	13,5
106,5	17,1	14,8	13,6	17,1	14,7	13,6	17,0	14,7	13,5
107,0	17,2	14,8	13,6	17,1	14,8	13,6	17,1	14,7	13,5
107,5	17,2	14,8	13,7	17,2	14,8	13,6	17,1	14,7	13,6
108,0	17,3	14,9	13,7	17,2	14,8	13,6	17,1	14,8	13,6
108,5	17,3	14,9	13,7	17,2	14,9	13,7	17,2	14,8	13,6
109,0	17,3	14,9	13,7	17,3	14,9	13,7	17,2	14,8	13,6
109,5	17,4	15,0	13,8	17,3	14,9	13,7	17,3	14,9	13,7
110,0	17,4	15,0	13,8	17,4	15,0	13,8	17,3	14,9	13,7
110,5	17,4	15,0	13,8	17,4	15,0	13,8	17,3	14,9	13,7
111,0	17,5	15,1	13,9	17,4	15,0	13,8	17,4	15,0	13,8
111,5	17,5	15,1	13,9	17,5	15,0	13,8	17,4	14,0	13,8
112,0	17,5	15,1	13,9	17,5	15,1	13,9	17,5	15,0	13,8
112,5	17,6	15,1	13,9	17,6	15,1	13,9	17,5	15,1	13,9
113,0	17,6	15,2	14,0	17,6	15,1	13,9	17,6	15,1	13,9
113,5	17,7	15,2	14,0	17,6	15,2	14,0	17,6	15,2	13,9
114,0	17,7	15,2	14,0	17,7	15,2	14,0	17,7	15,2	14,0
114,5	17,7	15,3	14,0	17,7	15,2	14,0	17,7	15,2	14,0
115,0	17,8	15,3	14,0	17,8	15,3	14,0	17,8	15,3	14,0
115,5	17,8	15,3	14,1	17,8	15,3	14,1	17,8	15,3	14,1
116,0	17,9	15,4	14,1	17,9	15,3	14,1	17,9	15,3	14,1
116,5	17,9	15,4	14,1	17,9	15,4	14,1	17,9	15,4	14,1
117,0	18,0	15,4	14,1	18,0	15,4	14,1	18,0	15,4	14,1
117,5	18,0	15,4	14,2	18,0	15,4	14,2	18,0	15,5	14,2
118,0	18,0	15,5	14,2	18,1	15,5	14,2	18,1	15,5	14,2
118,5	18,1	15,5	14,2	18,1	15,5	14,2	18,1	15,5	14,2
119,0	18,1	15,5	14,2	18,2	15,6	14,3	18,2	15,6	14,3
119,5	18,2	15,6	14,2	18,2	15,6	14,3	18,2	15,6	14,3

CUADRO 1. ***(Continuación)***

Longitud o estatura (cm) [a]	Niños			Ambos sexos			Ninãs		
	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE	Mediana	-2DE	-3DE
120,0	18,2	15,6	14,3	18,3	15,6	14,3	18,3	15,7	14,3
120,5	18,3	15,6	14,3	18,3	15,7	14,3	18,4	15,7	14,4
121,0	18,3	15,6	14,3	18,4	15,7	14,4	18,4	15,7	14,4
121,5	18,4	15,7	14,3	18,4	15,7	14,4	18,5	15,8	14,4
122,0	18,4	15,7	14,3	18,5	15,8	14,4	18,5	15,8	14,5
122,5	18,5	15,7	14,4	18,5	15,8	14,4	18,6	15,9	14,5
123,0	18,5	15,8	14,4	18,6	15,8	14,5	18,7	15,9	14,5
123,5	18,6	15,8	14,4	18,6	15,9	14,5	18,7	16,0	14,6
124,0	18,6	15,8	14,4	18,7	15,9	14,5	18,8	16,0	14,6
124,5	18,7	15,8	14,4	18,8	15,9	14,5	18,9	16,1	14,6
125,0	18,7	15,9	14,5	18,8	16,0	14,6	18,9	16,1	14,7
125,5	18,8	15,9	14,5	18,9	16,0	14,6	19,0	16,1	14,7
126,0	18,8	15,9	14,5	19,0	16,1	14,6	19,1	16,2	14,7
126,5	18,9	16,0	14,5	19,0	16,1	14,6	19,2	16,2	14,8
127,0	18,9	16,0	14,5	19,1	16,1	14,7	19,2	16,3	14,8
127,5	19,0	16,0	14,5	19,2	16,2	14,7	19,3	16,3	14,8
128,0	19,1	16,1	14,6	19,2	16,2	14,7	19,4	16,4	14,9
128,5	19,1	16,1	14,6	19,3	16,3	14,7	19,5	16,4	14,9
129,0	19,2	16,1	14,6	19,4	16,3	14,8	19,5	16,5	14,9
129,5	19,3	16,2	14,6	19,4	16,3	14,8	19,6	16,5	15,0
130,0	19,3	16,2	14,6	19,5	16,4	14,8	19,7	16,6	15,0
130,5	19,4	16,2	14,6	19,6	16,4	14,9	19,8	16,6	15,1
131,0	19,5	16,3	14,7	19,7	16,5	14,9	19,9	16,7	15,1
131,5	19,5	16,3	14,7	19,8	16,5	14,9	20,0	16,7	15,1
132,0	19,6	16,3	14,7	19,8	16,6	14,9	20,1	16,8	15,2
132,5	19,7	16,4	14,7	19,9	16,6	15,0	20,2	16,8	15,2
133,0	19,8	16,4	14,7	20,0	16,7	15,0	20,2	16,9	15,2
133,5	19,8	16,5	14,8	20,1	16,7	15,0	20,3	17,0	15,3
134,0	19,9	16,5	14,8	20,2	16,8	15,0	20,4	17,0	15,3
134,5	20,0	16,5	14,8	20,3	16,8	15,1	20,5	17,1	15,3
135,0	20,1	16,6	14,8	20,4	16,9	15,1	20,6	17,1	15,4
135,5	20,2	16,6	14,9	20,5	16,9	15,1	20,7	17,2	15,4
136,0	20,3	16,7	14,9	20,6	17,0	15,2	20,8	17,2	15,5
136,5	20,4	16,7	14,9	20,7	17,0	15,2	20,9	17,3	15,5
137,0	20,5	16,8	14,9	20,8	17,1	15,2	21,1	17,4	15,5
137,5	20,5	16,8	15,0	20,9	17,1	15,3	21,2	17,4	15,6
138,0	20,7	16,9	15,0	21,0	17,2	15,3	21,3	17,5	15,6
138,5	20,8	16,9	15,0	21,1	17,2	15,3	21,4	17,6	15,7
139,0	20,9	17,0	15,0	21,2	17,3	15,4	21,5	17,6	15,7
139,3	21,0	17,0	15,1	21,3	17,4	15,4	21,6	17,7	15,7
140,0	21,1	17,1	15,1	21,4	17,4	15,4	21,7	17,8	15,8
140,5	21,2	17,2	15,2	21,5	17,5	15,5	21,9	17,8	15,8
141,0	21,3	17,2	15,2	21,7	17,6	15,5	22,0	17,9	15,9
141,5	21,5	17,3	15,2	21,8	17,6	15,6	22,1	18,0	15,9
142,0	21,6	17,4	15,3	21,9	17,7	15,6	22,2	18,0	15,9
142,5	21,7	17,5	15,3	22,0	17,8	15,7	22,4	18,1	16,0
143,0	21,9	17,5	15,4	22,2	17,9	15,7	22,5	18,2	16,0
143,5	22,0	17,6	15,4	22,3	17,9	15,8	22,7	18,3	16,1
144,0	22,1	17,7	15,5	22,5	18,0	15,8	22,8	18,4	16,1
144,5	22,3	17,8	15,5	22,6	18,1	15,9	22,9	18,4	16,2
145,0	22,4	17,9	15,6	22,8	18,2	15,9	23,1	18,5	16,2

[a] Longitudes menores de 85 cm; estaturas a partir de esta cinfra.

FIGURA 2. Curvas de referencia de perímetro braquial según altura para niños de alturas entre 65 y 145 cm. Valores correspondientes a la mediana de la distribución y a una o varias desviaciones estándar por encima o debajo de la mediana

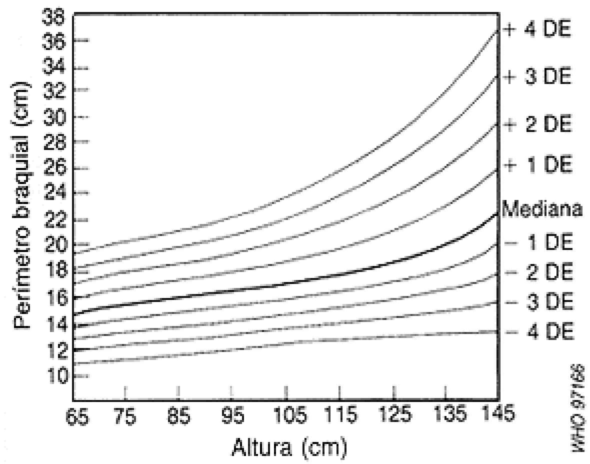


FIGURA 3. Curvas de referencia de perímetro braquial según la altura para niñas de alturas entre 65 y 145 cm. Valores correspondientes a la mediana de la distribución y a una o varias desviaciones estándar por encima o debajo de la mediana

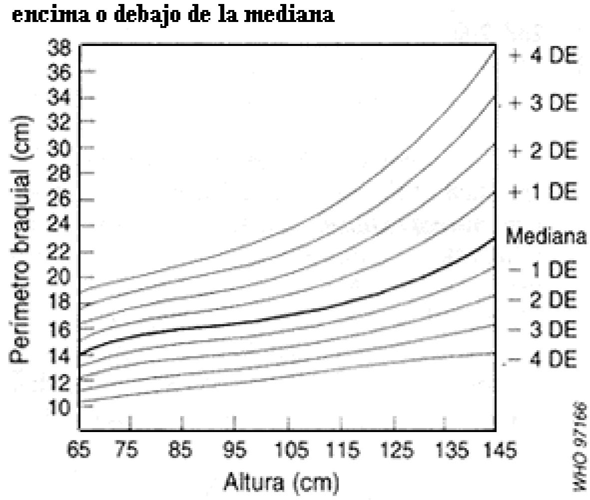
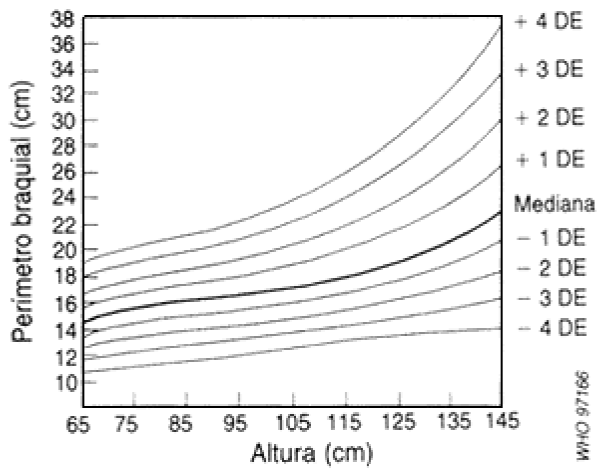


FIGURA 4. Curvas de referencia de perímetro braquial según altura para niños de ambos sexos y altura entre 65 y 145 cm. Valores correspondientes a la mediana de la distribución y a una o varias desviaciones estándar por encima o debajo de la mediana



3.5. Medidas de circunferencia cefálica

Una vez que ya tenemos plena seguridad de que estamos en espera de un bebé, empezamos las interrogantes de si el bebé va a ser alto o pequeño, ojos claros u oscuros, gordito o flaco. Y así empezamos a indagar acerca de toda esa información perteneciente a nuestro bebé. Pero realmente la más grande incógnita al estar dentro del vientre de la madre es de cuanto es su peso hasta el momento y de cuales medidas esta logrando a lo largo de esos meses de desarrollo dentro del vientre.

Para tratar de tener idea de estos datos, debemos realizar visitas periódicas a un ginecólogo. Este profesional se va a encargar de brindarte apoyo e información acerca de tu salud y la del bebé, además ubicara mediante una ecografía a tu bebé, y tomara ciertos datos con las medidas bastante cercanas de tu bebé para así tener el aproximado de su peso y tamaño.

El modo o la forma de medir a los bebés son mediante el perímetro abdominal, la longitud del fémur y la circunferencia cefálica.

Perímetro abdominal: esta medición se realiza tomando como referencia un punto a nivel del ombligo y de ese modo se concluye la distancia alrededor del estómago.

Circunferencia cefálica: también conocido como el perímetro cefálico, esta es una medida que se realiza alrededor de la cabeza del niño, es una información muy importante, ya que es información base para neurólogos, pediatras y médicos.

Longitud del fémur: esta medida es tomada luego de la tercera ecográfica, por tu ginecólogo. Debes saber que el fémur es el hueso más largo del fémur, y por esto mismo es el que utilizamos para medir las edades gestacionales del bebé

Con estas tres medidas trabajara tu ginecólogo a lo largo del desarrollo de tu bebé hasta el momento de la concepción.

El peso ideal de la madre

Uno de los datos más fundamentales, luego de estos tres, es el peso de la madre. Por ende existe una tabla que sirve como calendario, que es para llevar el control del desarrollo del bebé, con estos cuatro datos:

Perímetro abdominal.

Circunferencia cefálica.

Longitud del fémur.

Peso de la madre.

Debes tomar en cuenta que en promedio la madre debe aumentar de 10 a 12 kilogramos, de ahí no más. ¿Por qué no puede ser mayor el peso? porque ya se tomaría como sobrepeso, puede desarrollar diabetes gestacional y sobre todo puede padecer problemas respiratorios, así como también hipertensión arterial.

En el peor de los casos un aumento del peso mayor a 14 kilogramos puede ocasionar un aborto espontaneo en las primeras semanas

¿Cuál es el peso ideal de mí bebé al nacer?

No todos los bebés son iguales, así que no todos pesan lo mismo al nacer. El peso ideal del bebé, va a depender de la duración de tu embarazo, es decir evidentemente en cada semana que pasa, el bebé tiene un aumento del peso y tamaño, es decir, que si el bebé tiene 9 meses de gestación va a tener un peso mayor que aquel bebé que nació de manera prematura, por esto mismo es importante realizarle la medida al fémur.

Otro factor que influye, es el tamaño de los padres, no es una regla, ni un patrón oficial pero si hay tendencias y referencias acerca de estos.

Otro de los factores que influyen, es la alimentación de la madre durante el desarrollo del bebé, es decir que la madre debe de consumir suficientes proteínas y nutrientes, para lograr que el bebé logre un peso y tamaño ideal, lo cual generara el adecuado desarrollo de los músculos.

La importancia de la medida de su circunferencia cefálica

La longitud del fémur dará indicios de cuales serán sus medidas o centímetros al nacer; el perímetro abdominal puede variar y simplemente dependerá de la alimentación que pueda consumir gracias a la madre, pero uno de los factores más importantes, de hecho el principal es la circunferencia cefálica del bebé, sencillamente porque el tamaño de la circunferencia cefálica da un reflejo de como se encuentra el desarrollo del cerebro del bebé. Estudios indican que un niño con una circunferencia cefálica de pequeñas medidas es un indicio de retraso mental o deficiencia en el desarrollo del mismo.

Unidad 4

APLICACIONES PRÁCTICAS A LA NUTRICION

4.1. Que son las curvas de crecimiento

Las curvas de crecimiento se emplean para comparar la estatura, el peso y el tamaño de la cabeza de su hijo frente a niños de la misma edad.

Las curvas de crecimiento pueden ayudarle tanto a usted como al proveedor de atención médica a hacerle un seguimiento a su hijo a medida que crece. Estas curvas pueden suministrar una advertencia oportuna de que su hijo tiene un problema de salud.

Las curvas de crecimiento se desarrollaron a partir de información obtenida midiendo y pesando a miles de niños. A partir de estas cifras, se estableció el peso y la estatura promedio nacional para cada edad y sexo.

Las líneas o curvas en las tablas de crecimiento dicen cuántos otros niños en los Estados Unidos pesan una cierta cantidad a cierta edad. Por ejemplo, el peso en la línea del percentil 50 significa que la mitad de los niños en los Estados Unidos pesa más de esa cifra y que la mitad de ellos pesa menos.

QUÉ MIDEN LAS CURVAS DE CRECIMIENTO

El proveedor de su hijo medirá lo siguiente durante cada consulta del niño sano:

Peso (medido en onzas y libras o gramos y kilogramos)

La estatura (medida mientras están acostados en niños menores de 3 y estando de pie en niños mayores de 3)

El perímetro cefálico, una medida del tamaño de la cabeza que se toma envolviendo una cinta métrica alrededor de la parte posterior de la cabeza por encima de las cejas

Comenzando a la edad de 2, se puede calcular el índice de masa corporal (IMC) de un niño. Se usan la estatura y el peso para calcular el IMC. Una medida del IMC puede calcular la grasa corporal de un niño.

Cada una de las medidas de su hijo se pone en la curva de crecimiento. Estas medidas se comparan luego con el rango estándar (normal) para niños del mismo sexo y edad. La misma tabla se usará a medida que su hijo vaya creciendo.

CÓMO ENTENDER UNA CURVA DE CRECIMIENTO

Muchos padres se preocupan si se dan cuenta que la estatura, el peso o el tamaño de la cabeza de su hijo es menor que los de la mayoría de los otros niños de la misma edad. A ellos les preocupa si su hijo se desempeñará bien en la escuela o podrá practicar deportes.

Conocer unos cuantos datos importantes puede hacer que sea más fácil para los padres entender lo que significan las diferentes medidas:

Se pueden presentar errores en la medición; por ejemplo, si el bebé se contorsiona en la balanza.

Es posible que una medida no represente la globalidad. Por ejemplo, un niño pequeño puede bajar de peso después de un espisodio de diarrea, pero probablemente recobrará el peso después de que la enfermedad haya desaparecido.

Hay una amplia gama para lo que se considera "normal". Simplemente porque su hijo esté en el percentil 15 para peso (lo que significa que 85 de 100 niños pesan más), este número rara vez significa que su hijo esté enfermo, que usted no lo está alimentando lo suficiente o que su leche materna no sea suficiente para su bebé.

Las medidas de su hijo no predicen si será alto, bajo, gordo o delgado como adulto.

Algunos cambios en la curva de crecimiento de su hijo pueden preocuparle a su proveedor más que otros:

Cuando una de las medidas de su hijo permanece por debajo del percentil 10 o por encima del percentil 90 para su edad.

Si la cabeza está creciendo muy lentamente o demasiado rápido cuando la medición se ha hecho durante un tiempo.

Cuando la medida de su hijo no permanece cerca de una línea en la tabla. Por ejemplo, a un proveedor le puede preocupar si un niño de 6 meses estaba en el percentil 75, pero luego pasó al percentil 25 a los 9 meses y cayó incluso más abajo a los 12 meses.

El crecimiento anormal en las curvas de crecimiento es solo un signo de un posible problema. Su proveedor determinará si es un problema de salud real o si el crecimiento de su hijo simplemente necesita vigilancia cuidadosa.

4.2. Interpretaciones de los valores obtenidos en las curvas

Cada niño crece a su propio ritmo. En una misma clase podemos ver individuos altos, bajos, grandes y pequeños. Existe una gran variabilidad de pesos y tamaños entre los niños sanos y normales.

El crecimiento depende, sobre todo, del potencial genético de cada individuo y del sexo, aunque también influyen otros factores como la nutrición, la actividad física o la existencia de problemas de salud. Es un reflejo del estado global de salud y de nutrición. Se valora comparando, en una gráfica de crecimiento, las medidas de un niño concreto frente a los de su misma edad.

¿Qué se mide?

Hasta los dos años se miden el peso, la longitud (la medida de pies a cabeza con el niño tumbado) y el perímetro cefálico (tamaño de la cabeza en redondo).

A partir de los dos años y hasta el final de crecimiento se miden el peso y la talla (la medida de pies a cabeza estando de pie). También es útil conocer el índice de masa corporal (IMC), que se obtiene dividiendo el peso por la talla al cuadrado (peso/talla2).

¿Cómo se elaboran las curvas de crecimiento?

Las curvas o gráficas de crecimiento se elaboran con los datos obtenidos de medir a grupos amplios de niños de distintas edades (estudios transversales) o midiendo de forma seriada a un grupo de niños desde que nacen hasta que llegan al final de la adolescencia y dejan de crecer (estudios longitudinales).

Los datos obtenidos de estos estudios se someten a diversos procedimientos estadísticos, a partir de los cuales se obtienen las gráficas y los percentiles. Su uso se ha popularizado en los últimos años hasta el punto de producir, en ocasiones, una preocupación excesiva por el percentil de peso o talla en el que se encuentra un niño.

¿Qué son los percentiles?

Cuanto mayor sea el número de percentil, más grande será el niño respecto a los de su misma edad y, cuanto menor número de percentil, menor tamaño tendrá. Si un niño está en el percentil 50 de peso significa que, comparado con los de su edad, hay un 50 % de los niños que pesan más y otro 50 que pesan menos. Dicho de otra forma, si toda la población de los nacidos el mismo día se representara con 100 niños y los colocáramos por orden de lo que estemos midiendo: peso, talla o tamaño de la cabeza, el del percentil 50 estaría en medio, con 50 midiendo más que él y 50 midiendo menos; el del percentil 3 solo tendría 3 que medirían menos que él y 97 que medirían más; y el del 97, pues al contrario.

Conviene tener en cuenta que esto del percentil es solo un dato estadístico cuya interpretación requiere conocimiento y experiencia en el crecimiento normal, sus variaciones normales y las que sugieren problemas.

¿Para qué sirven los percentiles?

Conocer cómo es el patrón normal de crecimiento y sus desviaciones, permite detectar, de forma precoz, la aparición de determinados problemas, pero también contribuye a evitar intervenciones o estudios innecesarios en niños que tienen variaciones normales del crecimiento.

Por sí solos, los percentiles de crecimiento no indican el estado de salud de un niño. Es sólo una comparación. El percentil concreto de un niño, como dato aislado, no tiene demasiado valor. Las curvas de crecimiento no deben utilizarse como instrumento único para tomar decisiones, aunque los datos que proporcionan contribuyen a formar una impresión global del niño. El crecimiento debe valorarse en un contexto amplio y requiere considerar otros factores, como la talla de la familia o el ambiente.

¿Cuál es el percentil normal de un niño?

Aunque, en general, se considera que el rango "normal" oscila entre el percentil 3 y el percentil 97, lo cierto es que también hay niños sanos que crecen por debajo del percentil 3, sin que eso indique que tienen algún problema. Estar en un percentil alto o bajo no significa necesariamente que un niño esté más o menos sano o que tenga un problema de crecimiento. Supongamos que un niño está en el percentil 3 de crecimiento; si sus padres tienen poca talla y el niño por lo demás es normal y crece a buen ritmo, lo más probable es que sea un niño normal y no haya razón para preocuparse, aunque sea más pequeño que la media de los de su edad. Un niño que crezca de forma mantenida en el percentil 10 puede estar tan sano como otro que crece en el percentil 90. El percentil 50 no es el percentil ideal, solo refleja que la mitad de los niños pesan o miden más y la otra mitad menos.

¿Qué es la curva de crecimiento?

Además del percentil en un momento concreto, también es útil conocer la velocidad de aumento del peso y de la talla. Las gráficas de crecimiento tienen más utilidad para realizar un seguimiento a lo largo del tiempo. Ver la variación del crecimiento a distintas edades y conocer cómo es la curva particular de un niño concreto es más importante que un valor aislado. Si un niño crece siguiendo un cierto patrón y en un momento dado cambia ese patrón y empieza a crecer más despacio, podemos estar ante un problema de salud y descubrirlo observando su curva de crecimiento. Aunque en determinados periodos, como entre los 6 y 18 meses o en la adolescencia, algunos niños normales pueden cambiar de percentil.

Si tiene alguna duda sobre el crecimiento de su hijo o sobre la gráfica de crecimiento y los percentiles, hable con su pediatra.

4.3. Curvas de crecimiento para niños con desarrollo normal

Los patrones de crecimiento son la herramienta fundamental para el sistema de vigilancia y seguimiento nutricional de un niño o niña o de una población y son un instrumento clave para el fomento, la aplicación y medición de indicadores de salud y nutrición. Las gráficas permiten definir canales de crecimiento, los cuales están destacados con curvas.

• La media de cada indicador de acuerdo a la referencia OMS - 2006 aparece representada por una línea más gruesa y se identifica por el número 0.

• La zona entre + 1 y – 1 DE corresponde al rango adecuado donde se espera ubicar la mayor parte de los niños.

• Factores genéticos o valores de peso y talla de nacimiento fuera del rango habitual pueden determinar diferentes "canales de crecimiento", lo que debe

ser analizado a través de un diagnóstico nutricional y de salud más completo incluyendo antecedentes gestacionales, peso al nacer, velocidad de crecimiento, situación de salud, factores de riesgo socioeconómicos y de salud ambiental.

Uso de las gráficas

En primer lugar debe establecerse la edad, el peso y la estatura del niño.

• Para las variables relacionadas con la edad (Peso/Edad,Longitud/Edad o Talla/Edad) la clasificación nutricional se obtiene con la intersección de la línea vertical correspondiente a la edad, con la línea horizontal correspondiente al peso, talla o longitud según corresponda.

• La unión de los puntos en controles sucesivos permite graficar la velocidad de crecimiento del niño y detectar precozmente desviaciones del mismo.

• Un niño adecuado debe crecer a lo largo de un canal siguiendo una línea paralela a la media de la población de referencia.

4.4. Curvas de crecimiento para niños con síndrome de Down

En general **los niños con síndrome de Down** crecen e incrementan su peso y perímetro craneal más lentamente que los demás niños de la población general. El *seguimiento de sus curvas de crecimiento* es importante para constatar si existe algún proceso patológico que interfiera su **crecimiento**. Pero dada su tendencia a crecer más lentamente, se hizo necesario construir curvas de crecimiento que fueran específicas para ese síndrome, de modo que profesionales y familiares no consideraran especialmente patológico lo que parece ser específico de su condición. Por eso se elaboraron curvas y tablas de crecimiento propias del síndrome de Down.

Las primeras fueron obtenidas en la población de Estados Unidos (Cronk, 1978; Cronk et al., 1988), que durante muchos años sirvieron como datos de referencia mundial. Pero dadas las influencias étnicas (razas) y ambientales (alimentación) que tanto influyen en el crecimiento, fueron apareciendo curvas de crecimiento correspondientes a distintas poblaciones y países: Italia (Piro et al., 1990), USA (Palmer et al., 1992), Holanda (Cremers et al., 1996), Francia (Toledo et al., 1999), Portugal (Fernandes et al., 2001), Reino Unido e Irlanda (Styles et al., 2002), Suecia (Myrelid et al., 2002; Japón (Kimura et al., 2003), Arabia Saudí (Al Husain, 2003), Egipto (Meguid et al., 2004), España (Pastor et al.,2004), Holanda (Van Gameren-Oosterom et

al., 2012), Turquía (Tüysüz et al., 2012; Egipto (Afifi et al, 2012), Emiratos Árabes (H Aburawi et al., 2014), China (Su et al., 2014), México (Pena Rivera et al., 2015). Las **curvas de crecimiento en España** están expuestas en Curvas de Crecimiento DownCiclopedia
Con algunas variaciones, todos los estudios confirman que hay un retraso en el crecimiento de la talla y peso en los primeros años y en el perímetro craneal. En algunos se aborda la evaluación del índice de masa corporal en los años adolescentes que indica la iniciación al aumento del peso o a la obesidad.

Pero los avances en la atención médica a las personas con síndrome de Down y su mayor disponibilidad a toda la población han mejorado sustancialmente su salud y esperanza de vida. ¿Han cambiado paralelamente los índices de crecimiento? ¿Siguen siendo válidas las curcas de crecimiento elaboradas hace 10 o 15 años? Tales son las preguntas a las que trata de dar respuesta el estudio firmado por Zemel et al. (2015) que glosaremos a continuación. Para ello se estableció en Estados Unidos el Down Syndrome Growing Up Study (DSGS) que concertó un proyecto cooperativo con los Centers for Disease Control and Prevention (CDC) de Atlanta (Georgia, USA).

Métodos

Se reunieron los datos de 637 participantes provenientes de 25 estados, si bien la mayoría (86%) procedían de Pennsylvania y New Jersey. Entraron en el estudio entre el 18 de enero de 2010 y el 23 de julio de 2013. El 51% eran varones, 9% hispanos, 11% afroamericanos y 73% blancos no hispanos. El 21% nacieron prematuros (edad gestacional <37 semanas) y el 7% con una edad gestacional <34 semanas. El peso en el nacimiento fue de 2,97 ± 0,62 kg. se excluyeron 3 bebés que nacieron con menos de 1500 g. No se excluyeron comorbilidades. El 53% de la muestra había estado afectado por cardiopatía y el 23% por hipotiroidismo.
Las curvas para peso y talla fueron comparadas gráficamente con las de 1988 de Cronk et al. (1988), y las de 2001 del Reino Unido.

Resultados

Siguió siendo evidente que los niños con síndrome de Down presentan una estatura más baja y una circunferencia de la cabeza más pequeña que en las curvas de referencia del resto de la población.

Se apreció una marcada mejoría, con relación a las curvas anteriores de Cronk, en el estado del peso durante los primeros 36 meses de vida (fig. 1). Se apreció que el índice de masa corporal para **niños con síndrome de Down** entre 2 y 20 años fue superior que en el resto de la población.

Hubo algunos cambios en el crecimiento linear con respecto a las curvas más antiguas, pero esto sólo se reflejó en los varones (fig. 1 y 2). Los cambios fueron muy modestos en la edad entre el nacimiento y los 3 años, Pero a partir de los 5 años, los percentiles 5º, 50º y 95º son superiores a los anteriores en casi todas las edades (fig. 2). No se encuentra explicación para esta diferencia entre sexos, aunque los datos indican que en todas las circunstancias hubo una buena atención médica y nutrición.

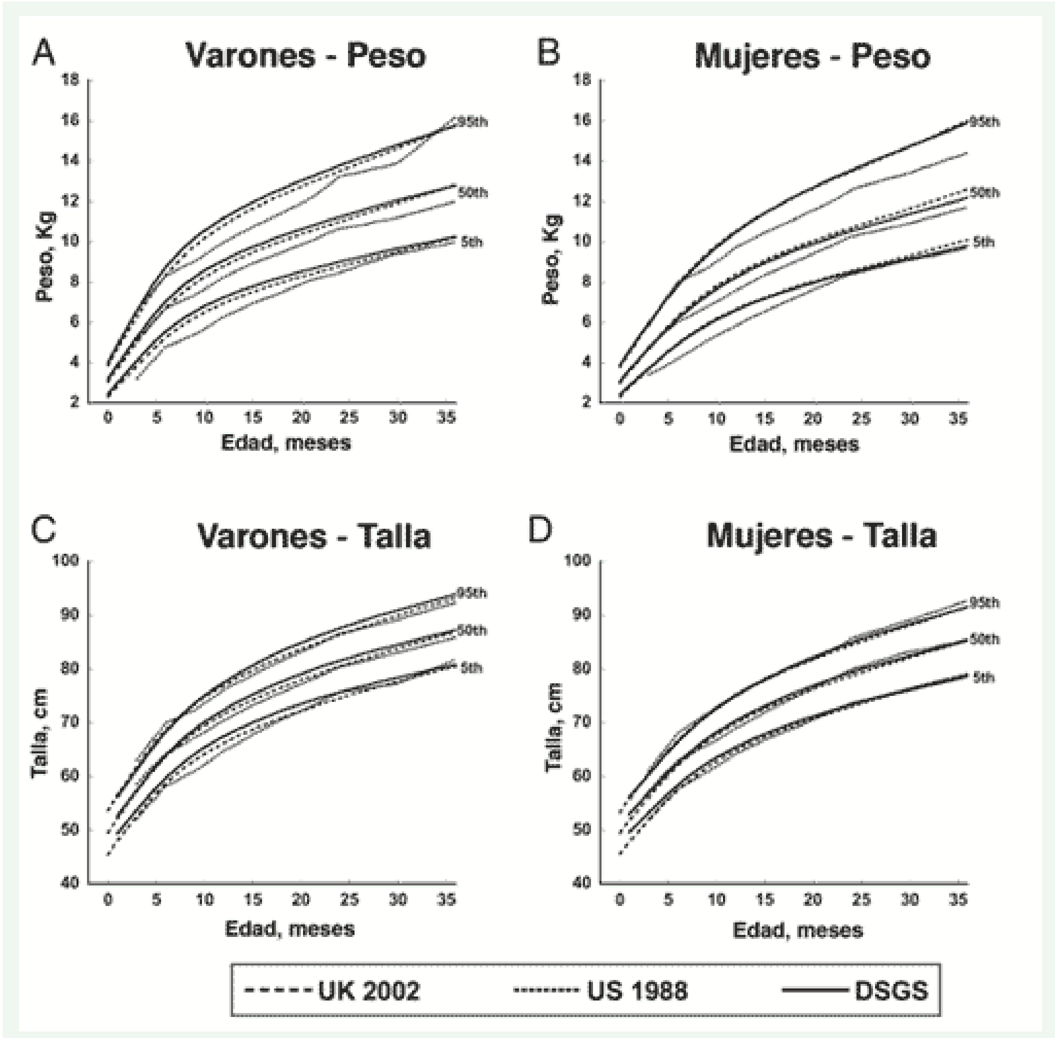


Figura 1. Comparación de las curvas de peso en kilogramos y talla en centímetros para varones y mujeres, desde el nacimiento a los 36 meses de edad. Se comparan las curvas actuales (línea continua) con las de USA 1988 (Cronk et al., 1988; líneas de puntos) y las del Reino Unido (Styles et al., 2002; líneas interrumpidas).

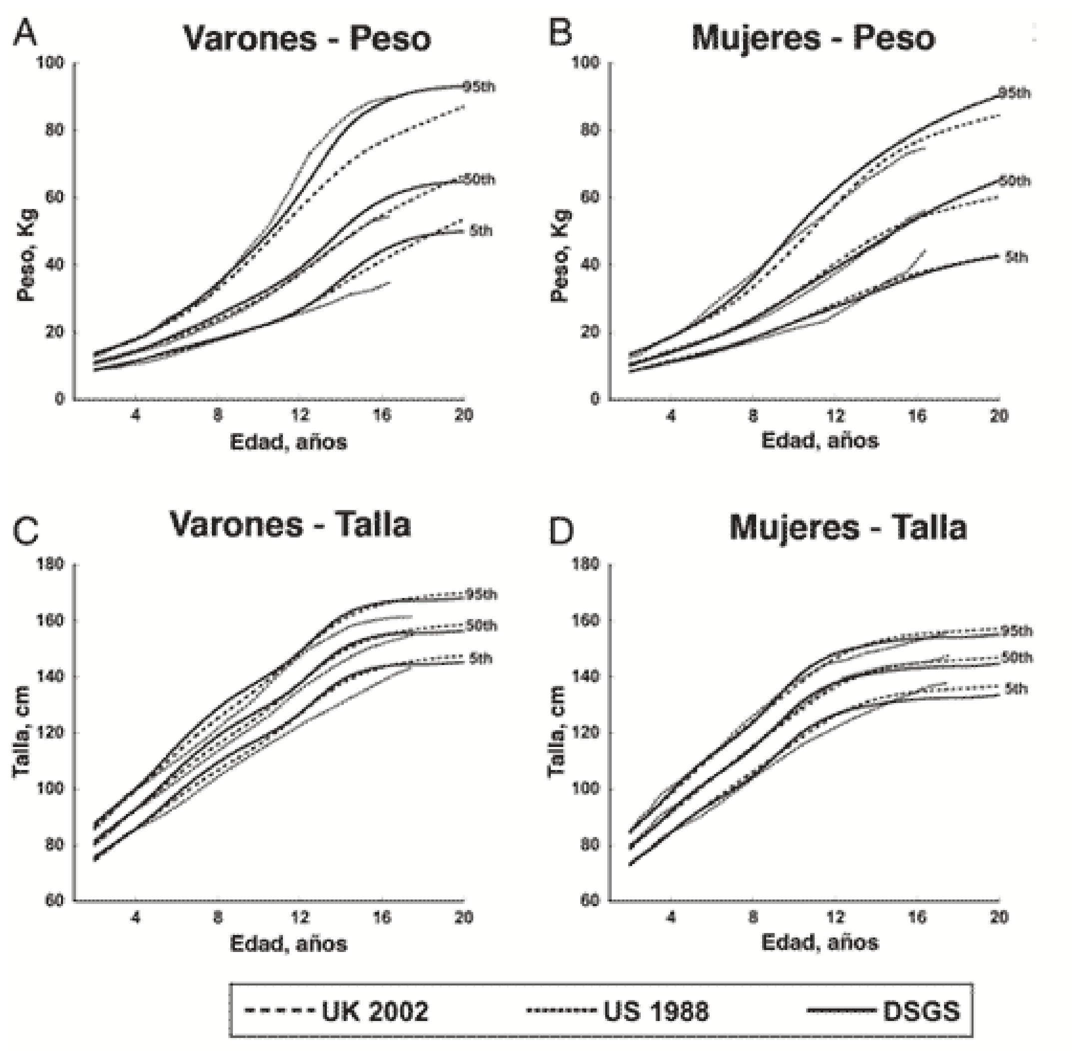


Figura 2. Comparación de las curvas de peso en kilogramos y talla en centímetros para varones y mujeres, desde los 2 a los 20 años de edad. Se comparan las curvas actuales (línea continua) con las de USA 1988 (Cronk et al., 1988) (líneas de puntos) y las del Reino Unido (Styles et al., 2002; líneas interrumpidas).

COMENTARIO

Destaca la persistencia, en general, de las tendencias generales de los datos antropométricos, lo que indica que se trata de algo firmemente enraizado en la biología propia de este síndrome. Las pequeñas mejoras en los varones, con respecto a datos anteriores, pueden dar alguna pista, pero el artículo no concreta especiales diferencias en los estilos de vida y oportunidades de ejercicio y deporte, por ejemplo, entre los distintos sexos.

Advierte sobre la importancia del índice de masa corporal, como algo ya manifiesto en las primeras edades, que suele agravarse con la edad y que exige una vigilancia especial en la dieta alimenticia en etapas tan precoces como los 4 o 5 años. Vale la pena insistir en este punto y repasar nuestro artículo sobre prevención de la obesidad: Prevención de la Obesidad.

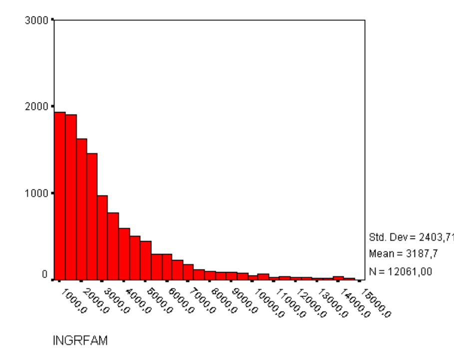
4.5. Aplicación del puntaje z

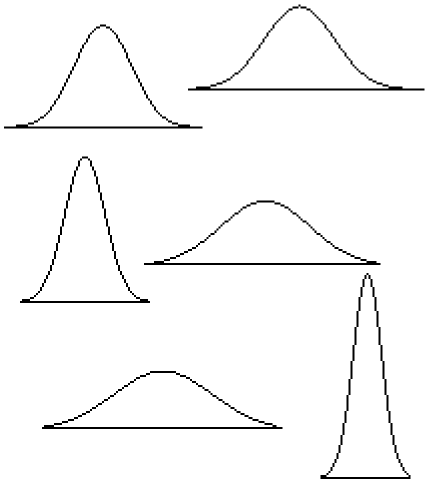
La distribución normal representa una de las "verdades elementales" acerca de la naturaleza de la realidad. Se ha verificado empíricamente que muchos fenómenos naturales se distribuyen normalmente.

Algunas variables psicológicas y sociales no se distribuyen normalmente y, por lo tanto, no deberían ser sujetas, directamente, a pruebas estadísticas que demanden una distribución normal de los datos.

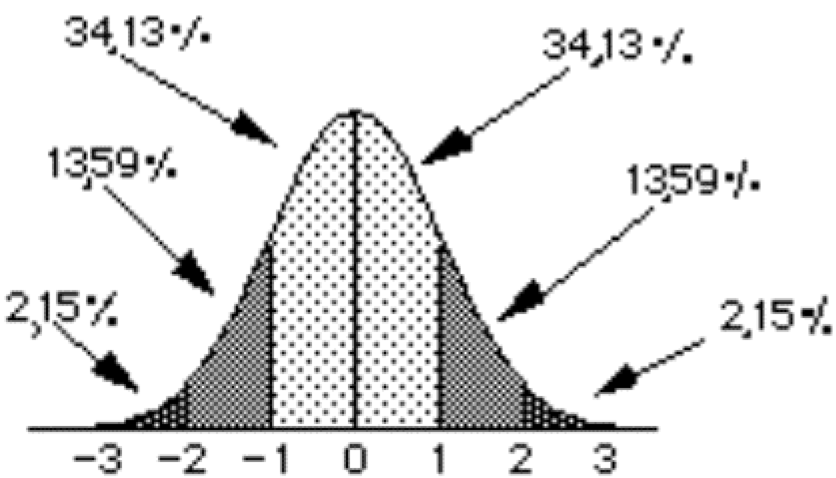
Aunque la forma de la campana puede variar la distribución siempre debe ser simétrica con más casos concentrados en el centro y menos en los extremos.

Distribución del ingreso de un segmento de la población salvadoreña. 1999.





En una distribución perfectamente normal los casos se distribuyen de la siguiente manera:



El 68,26% del área total de la curva cae entre más menos 1 desviación estándar. Exactamente 95,44% del área cae entre más menos 2 desviaciones estándares y exactamente 99,74% del área cae entre más menos 3 desviaciones estándares.

La forma exacta de la distribución normal (la característica curva con forma de campana) se define por una función que tiene solamente dos parámetros: la media y la desviación estándar. La media es el valor que con mayor probabilidad aparecerá en una medida. La desviación estándar refleja lo abierta o cerrada que es la campana de Gauss correspondiente. Una distribución muy cerrada se corresponde con una serie de medidas muy poco dispersas. Por el contrario si la distribución es abierta, la desviación estándar es grande.

Manteniendo el valor del promedio igual, otorgue distintos valores para la desviación estándar:

Si no puede el cuadro anterior.... Vínculo a una animación interactiva

Mucho de los tests estadísticos se han diseñado bajo las premisas de una distribución normal. Algunos tests, los no paramétricos no asumen que los datos se distribuyan normalmente, sin embargo estos tests son menos poderosos o robustos que los tests paramétricos.

¿Cómo comprobar si una distribución es normal?

a) Observándola simetría del histograma de la distribución.

b) En una distribución normal la media, la moda y la mediana son iguales.

c) Calculando la simetría (en SPSS: Skewness) de la distribución. En una distribución normal perfecta la asimetría debería ser 0 y las desviaciones respecto al cero indicarían distintos niveles de asimetría. Un valor absoluto mayor que 1 en el índice de asimetría estaría indicando que la distribución de los datos no es normal.

¿Qué es el puntaje Z o puntaje estandarizado?

Los puntajes Z son transformaciones que se pueden hacer a los valores o puntuaciones de una distribución normal, con el propósito de analizar su distancia respecto a la media, expresándolas en unidades de desviación estándar. Un puntaje Z nos indica la dirección y grado en que un valor individual obtenido se aleja de la media, en una escala de unidades de desviación estándar.

Por ejemplo, si la edad promedio del grupo de estudiantes de psicología es de 23 años y la desviación estándar es igual a 4, un estudiante de 27 años se ubicaría 1 desviación estándar (Z=1) respecto al promedio.

La fórmula para transformar un valor de una distribución normal en una unidad de desviación estándar es:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Donde X es la puntuación o valor a transformar, m es la media de la distribución original, y s la desviación estándar de la misma distribución. El resultado Z es la puntuación transformada a unidades de desviación estándar.

Al aplicar la fórmula siempre se produce una nueva variable con una media de cero y una desviación estándar de uno. Sin embargo, la forma de la distribución no se verá afectada por la transformación.

Digite distintos valores para la media, desviación estándar y puntaje z y observe los cambios:

¿Cuándo es útil calcular el puntaje Z?

Es útil cuando comparo dos variables medidas en escalas diferentes (por ejemplo, peso y estatura) o cuando el puntaje original no se entiende con claridad en su forma bruta. Cómo se obtienen los puntajes Z en SPSS?

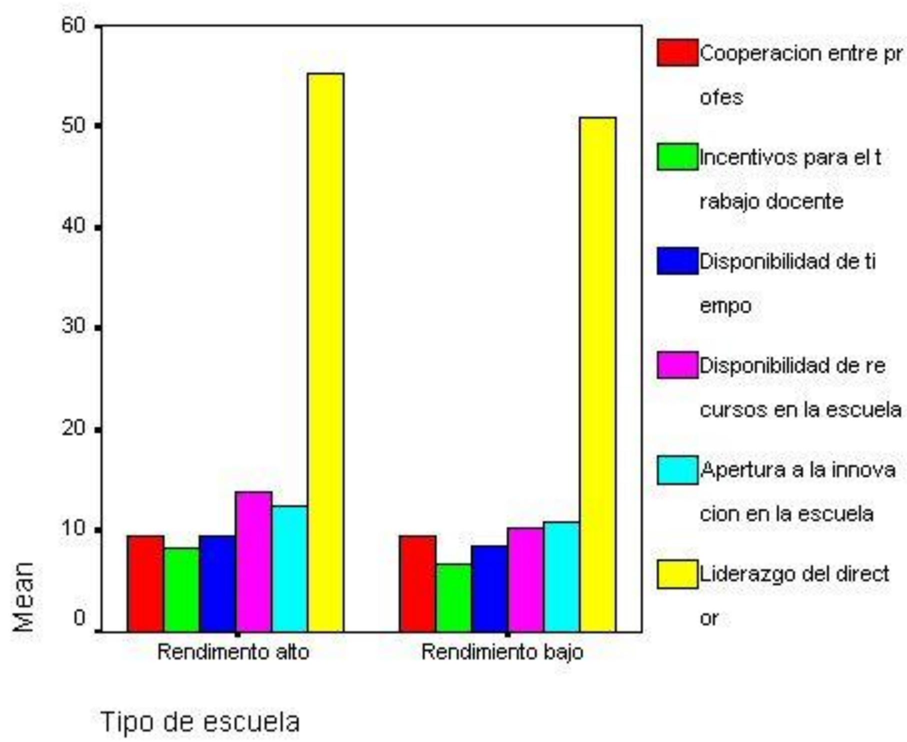
Simplemente seleccione: Analizar > Estadísticos descriptivos. Seleccione la variable que desea transformar. > Descriptivos. En el cuadro emergente seleccione la opción "Guardar valores estandarizados como variable".

Siguiendo este procedimiento obtendrá una nueva variable con las valores originales transformados a puntaje Z.

Ejemplo:

Los siguientes gráficos muestran la utilidad del puntaje Z. Los datos son opiniones de profesores sobre distintos aspectos del funcionamiento organizacional de sus escuelas y el tipo de colegio de acuerdo a su rendimiento en una prueba de ingreso a la universidad. Mientras el primer gráfico muestra las puntuaciones brutas el segundo presenta los datos convertidos en putuaciones Z.

Sub-escalas por tipo de escuela. Puntaje directo.



Bibliografía básica y complementaria:

Mendenhall, William; Introducción a la probabilidad y estadística; Ed. Cengage Learning; México.

Spiegel, Murray R; Teoría y problemas de probabilidad y estadística; Ed. McGraw-Hill, Serie Schaum; México.

Gutierrez Eduardo; Probabilidad y estadística. Aplicaciones a la ingeniería y ciencias; Ed. Patria; México.

Walpole, Ronald; Probabilidad y estadística para ingenieros y ciencias; Ed. Pearson-Prentice Hall; México.

Ross, Sheldon; Introducción a la Estadística; Ed. Reverté; México.

Miller, John; Estadística matemática con aplicaciones; Ed. Pearson; México