

Biomatemáticas

Dr. Sergio Jiménez Ruiz

Cálculo de límites

Dr. Sergio Jiménez Ruiz

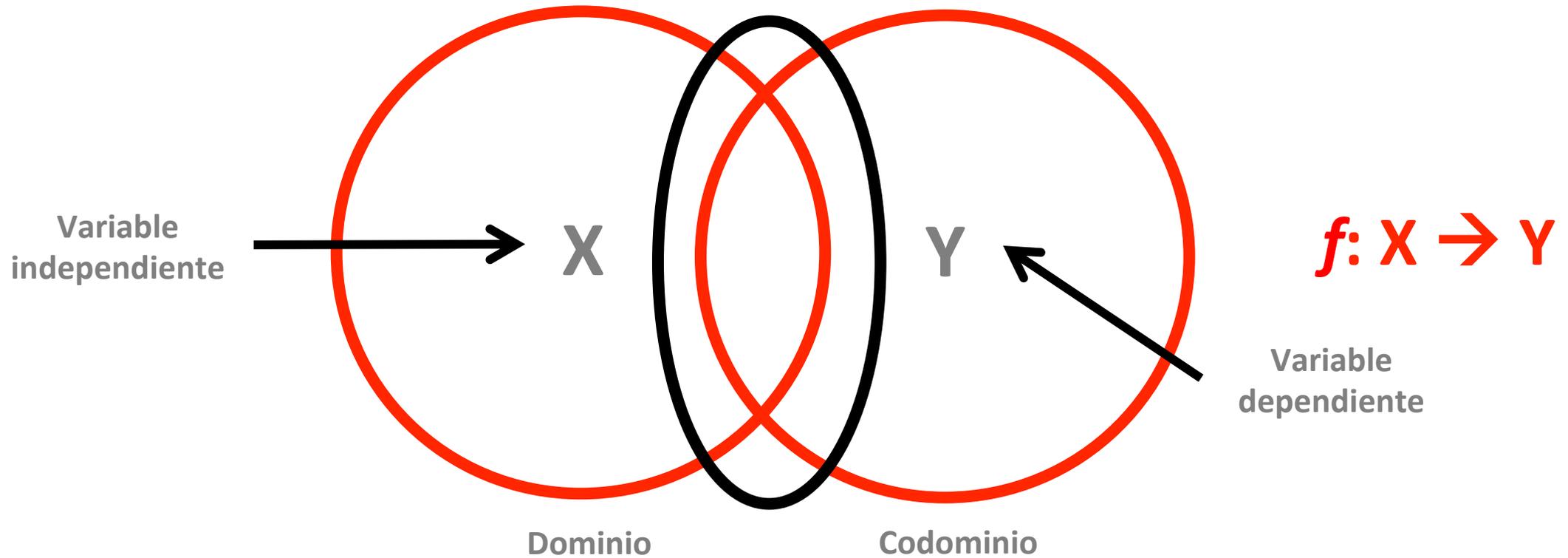
Funciones

Las **funciones** matemáticas se utilizan en otros ámbitos, por ejemplo, para calcular los beneficios o los costes de una empresa, la velocidad o aceleración de un móvil, etc., por lo que es importante conocer el comportamiento de una ***función***.

En matemáticas, una función “ f ” es una **relación** entre un conjunto dado X (**el dominio**) y otro conjunto de elementos Y (**el codominio**), de forma que cada elemento x del dominio le corresponde un único elemento del codominio $f(x)$.

Se denota: $f: X \rightarrow Y$

Función f



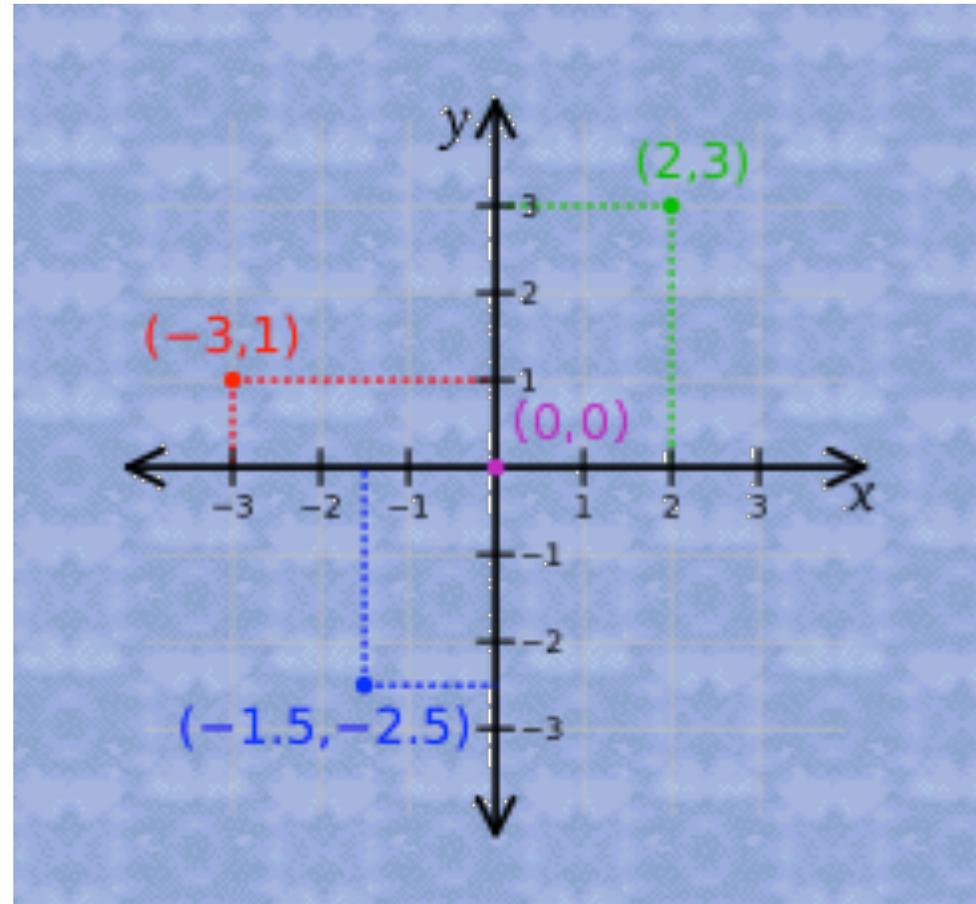
Una primera idea de función es la de una ***fórmula*** que relaciona algebraicamente varias magnitudes.

$$a = b + c$$

La representación gráfica mediante **diagramas cartesianos** permite la **visualización** de las funciones.

De este modo, el concepto de función se generaliza a *cualquier relación numérica que responda a una gráfica sobre unos ejes coordenados.*

Función f



Función f

La expresión $f(x)$ indica el valor de la función f asociado al número x .

Las funciones describen **fenómenos** cotidianos, económicos, psicológicos, científicos... Tales funciones se obtienen **experimentalmente**, mediante **observación**.

Familias de funciones

- Lineales: $f(x) = ax + b$;
- Cuadráticas: $f(x) = ax^2 + bx + c$;
- Funciones raíz: $f(x) = \sqrt{kx}$
- Funciones de proporcionalidad inversa: $f(x) = k/x$

Familias de funciones

- Funciones exponenciales: $f(x) = a^x$;
- Funciones logarítmicas: $f(x) = \log(x)$;
- Funciones trigonométricas:
 $f(x) = \sin(x)$; $f(x) = \cos(x)$; $f(x) = \tan(x)$;
- Funciones arco:
 $f(x) = \text{asin}(x)$; $f(x) = \text{acos}(x)$; $f(x) = \text{atan}(x)$;

Por ejemplo, la siguiente función no está definida en $x = 0$ ni en $x = -1$ (porque no se puede dividir entre 0):

$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$$

Además de ayudarnos a visualizar la **gráfica** de la función, los límites también se utilizan para estudiar otras propiedades, como la **continuidad** de una función, la **diferenciabilidad**, etc.

Símbolos empleados en matemáticas

- \in Pertenece a:
- \notin No pertenece a:
- \subset Contenido en:
- \subseteq Cada elemento de A es también elemento de B
- \forall Para todo...
- \exists Existe
- $\exists!$ Existe un único...
- Σ Sumatoria
- Π Producto

Símbolos empleados en matemáticas

- \Rightarrow **Implica ó entonces**
- \Leftrightarrow **Sí y sólo sí...**
- $:\Leftrightarrow$ **Se define como...**
- $||$ **Valor absoluto**
- $:$ **Tal que...**
- $\sqrt{\quad}$ ó Δ **Raíz cuadrada (delta)**
- δ **Cambio de valor en esa variable**
- ε **Cantidades que tienden hacia cero o pequeñas cantidades**

Concepto de límite

Dada una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, el límite de f cuando x tiende a x_0 se representa como

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

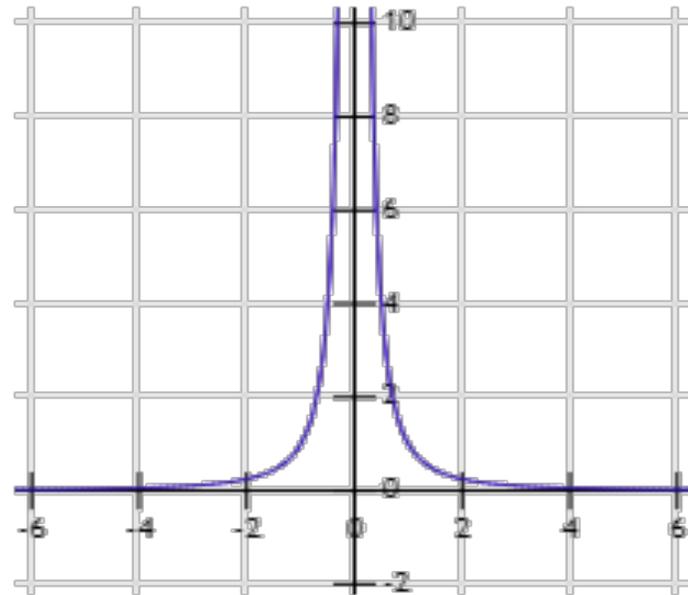
En un principio, este límite **es el valor que toma f en el punto x_0** , es decir, $f(x_0)$. Si $f(x_0)$ no existe (por ejemplo, cuando x_0 anula el denominador de f), entonces el límite es el valor al que f se aproxima cuando x se aproxima a x_0 .

Por ejemplo, sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

Concepto de límite

No existe $f(0)$, pero cuanto más se aproxima x a 0 , la función crece más y más, como podemos observar en la gráfica:



Por tanto, el límite de f cuando x tiende a 0 es infinito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$$

Definición de Límite

- El cálculo es el estudio de los límites.

$$f(x)$$

➡ Así como "x" se va acercando más y más a "a" ...
 $x \rightarrow a$ (pero $x \neq a$)

➡ De la misma manera se ira acercando $f(x)$ a un valor "L".
 $f(x) \rightarrow L$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Límites unilaterales

- Un límite unilateral es el valor al que tiende una función conforme los valores de x tienden al límite *por un solo lado*. Por ejemplo, $f(x)=|x|/x$ es igual a -1 para números negativos, 1 para números positivos y no está definida en 0 .

Un límite **unilateral** es el valor al **que** tiende una **función** conforme los valores de x tienden al límite *por un solo lado*. Por ejemplo, $f(x)=|x|/x$ es igual a -1 para números negativos, 1 para números positivos y no está definida en 0 .

GRACIAS

Fuente: