LECCIÓN 3: POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

3.1.- POTENCIAS

La potenciación es la operación que permite obtener el valor de una potencia. Una **potencia** es un producto de factores iguales.

TÉRMINOS DE UNA POTENCIA

Una potencia se expresa con dos términos:

Base: Es el factor que se multiplica por si mismo varias veces.

Exponente: Es el número de veces que la base se multiplica por sí misma.

BASE → a^{n} ← EXPONENTE $\quad$ $a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \ldots$ n veces $\ldots \cdot a$ $\quad$ $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

(¡OJO! $3^4 \neq 3 \cdot 4 = 12$) $\quad$ $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$

LECTURA Y ESCRITURA DE LAS POTENCIAS

Forma general: BASE, "elevado a ", EXPONENTE

6^5 *seis elevado a cinco*
4^2 *cuatro elevado a dos*
5^3 cinco *elevado a* tres

Formas alternativas y abreviadas: BASE, "elevado al", EXPONENTE EN FORMA ORDINAL, "potencia"

O, abreviando: BASE, "elevado a", EXPONENTE EN FORMA ORDINAL

BASE, "al", EXPONENTE EN FORMA ORDINAL "potencia"

BASE, "al", EXPONENTE EN FORMA ORDINAL

6^5 *seis elevado a la quinta potencia;*
o, *seis a la quinta potencia;*
o, *seis a la quinta*

4^2 *cuatro elevado a la segunda potencia;*
o, *cuatro a la segunda potencia;*
o, *cuatro a la segunda*

Formas específicas y abreviadas:

- **potencias de exponente 2:** BASE, "elevado al cuadrado"

  O, abreviando: BASE, "al cuadrado"

  4^2 *cuatro elevado al cuadrado;* o, *cuatro al cuadrado*

- **potencias de exponente 3:** BASE, "elevado al cubo"

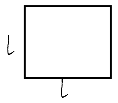
  O, abreviando: BASE, "al cubo"

  5^3 cinco *elevado al cubo;* o, cinco *al cubo*

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DE UNA POTENCIA

– DE EXPONENTE 2

Las potencias de exponente 2 se leen *“elevadas al cuadrado”* por su relación con un cuadrado. Un cuadrado es una figura geométrica plana que se caracteriza por estar formada por cuatro lados iguales y por cuatro ángulos iguales y rectos.



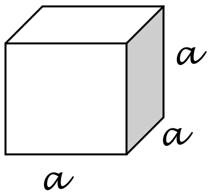
El área, A, de un cuadrado se calcula multiplicando lado por lado.
$A = l \cdot l = l^2$
Por lo tanto se puede decir que el área, A, de un cuadrado es igual a una potencia de exponente 2 y de base su lado l.

Entonces, **una potencia de exponente 2 se puede interpretar geométricamente como el área de un cuadrado de lado igual a la base de la potencia.**

5^2 es el área de un cuadrado de lado 5

– DE EXPONENTE 3

Las potencias de exponente 3 se leen *“elevadas al cubo”* por su relación con un cubo. Un cubo es un cuerpo geométrico del espacio formado por seis caras cuadradas e iguales. En un cubo, los lados de cada cuadrado son comunes a dos caras y se llaman *aristas* (a) y son todas iguales.



El volumen, V, de un cubo se obtiene multiplicando la arista de su largo por la de su ancho y por la de su alto, y como todas son iguales, se obtiene que:

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3$$

Por lo tanto se puede decir que el volumen, V, de un cubo es igual a una potencia de exponente 3 y de base su arista a.
Entonces, **una potencia de exponente 3 se puede interpretar geométricamente como el volumen de un cubo de arista igual a la base de la potencia.**

CUADRADOS PERFECTOS DE LOS DIEZ PRIMEROS NÚMEROS NATURALES

Un cuadrado perfecto es el resultado de elevar al cuadrado un número.
Los cuadrados perfectos de los diez primeros números naturales son:

$0^2 = 0 \cdot 0 =$ **0** $\quad 1^2 = 1 \cdot 1 =$ **1** $\quad 2^2 = 2 \cdot 2 =$ **4** $\quad 3^2 = 3 \cdot 3 =$ **9**
$4^2 = 4 \cdot 4 =$ **16** $\quad 5^2 = 5 \cdot 5 =$ **25**

$6^2 = 6 \cdot 6 =$ **36** $\quad 7^2 = 7 \cdot 7 =$ **49** $\quad 8^2 = 8 \cdot 8 =$ **64** $\quad 9^2 = 9 \cdot 9 =$ **81**
$10^2 = 10 \cdot 10 =$ **100**

===

Lee detenidamente en la página10 del libro, el epígrafe 4 “Potencias”, *reflexiona y estudia lo destacado. Completa el estudio con los apuntes anteriores y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.*

ACTIVIDADES

1.- Indica cuál es la base y el exponente de cada una de las siguientes potencias y escribe como se leen:

a) 3^6 b) 10^2 c) 5^4 d) 4^5

2.- Escribe, si se puede, en forma de potencia los siguientes productos y calcula su valor:

a) 10· 10· 10 = b) 6· 6· 6· 6· 6 = c) 7· 7 · 7· 7 =

d) 5· 5· 4 = e) 5· 5· 3· 3 = f) 1· 4· 4 =

3.- Escribe con cifras las siguientes potencias y calcula su valor:

a) Siete al cubo: b) Cuatro a la quinta:

c) Diez elevado a cuatro: d) Ocho al cuadrado:

4.- Se quiere embaldosar una habitación cuadrada de 14 metros de lado con baldosas, también cuadradas de 1 m^2 de superficie. ¿Cuántas baldosas se necesitarán?

5.- Calcula el número de cubitos de arista 1 que caben en un cubo de arista 10.

6.- Escribe los cuadrados perfectos que hay entre los cien primeros números naturales.

7.- Identifica entre los siguientes números naturales cuáles son cuadrados perfectos.

a) 1 b) 2 c) 5 d) 25 e) 49 f) 50 g) 81

h) 4 i) 15 j) 0 k) 64 l) 32 m) 100 n) 10

8.- Página 10, actividad 31.

9.- Página 10, actividad 32.

10.- Página 10, actividad 33.

==

3.2.- POTENCIAS ESPECIALES

***Potencias de base* 0:** Son siempre iguales a 0. $0^n = 0\cdot 0\cdot 0 \ldots n \text{ veces} \ldots \cdot 0 = 0$

$0^2 = 0\cdot 0 = 0$ $0^3 = 0\cdot 0\cdot 0 = 0$ $0^5 = 0\cdot 0\cdot 0\cdot 0\cdot 0 = 0$ $0^{20} = 0$ $0^{567} = 0$

***Potencias de base* 1:** Son siempre iguales a 1. $1^n = 1\cdot 1\cdot 1 \ldots n \text{ veces} \ldots \cdot 1 = 1$

$1^2 = 1\cdot 1 = 1$ $1^3 = 1\cdot 1\cdot 1 = 1$ $1^4 = 1\cdot 1\cdot 1\cdot 1 =$ $1^{15} = 1$
$1^{829} = 1$

***Potencias de exponente* 0:** Son siempre iguales a 1. $a^0 = a^{(n-n)} = \frac{a^n}{a^n} = 1$

$2^0 = 2^{(3-3)} = \frac{2^3}{2^3} = \frac{8}{8} = 1$ $3^0 = 1$ $34^0 = 1$ $827^0 = 1$

***Potencias de exponente* 1:** Son siempre iguales a la base. $a^1 = a$

$2^1 = 2$ $3^1 = 3$ $4^1 = 4$ $65^1 = 65$ $8.341^1 = 8341$

Por ello, el exponente 1 no se suele expresar. **Y una potencia que no lleva exponente expresado siempre es de exponente 1**

POTENCIAS DE BASE 10

Son iguales a la unidad seguida de tantos ceros como indica el exponente.

$10^n = 100\ldots n \text{ veces} \ldots 0$ $10^2 = 100$ $10^3 = 1.000$ $10^4 = 10.000$

$10^5 = 100.000$ $10^6 = 1_1000.000$ $10^9 = 1.000_1000.000$ $10^{12} = 1_2000.000_1000.000$

EXPRESIÓN ABREVIADA DE CANTIDADES GRANDES

Utilizando potencias de base 10 se pueden expresar las grandes cantidades de forma más abreviada.

Cantidades formadas por la unidad seguida de varios ceros: Se pueden expresar con una potencia de base 10 y exponente igual al número de ceros que acompañan a la unidad.

$100 = 10^2$ $1.000 = 10^3$ $1_1000.000 = 10^6$ $10_1000.000 = 10^7$

$100_1000.000 = 10^8$ $10.000_1000.000 = 10^{10}$ $100.000_1000.000 = 10^{11}$

Cantidades acabadas en uno o varios ceros:

Se descompone la cantidad en un producto del número formado por las cifras que preceden a los ceros finales por una potencia de base 10 y exponente igual al número de ceros finales que tiene la cantidad.

$5.000 = 5\cdot 1000 = 5\cdot 10^3$ $460.000 = 46\cdot 10^4$ $508_1000.000 = 508\cdot 10^6$

Como se puede observar en el último ejemplo, los ceros intermedios no se cuentan para el exponente.

Cualquier cantidad:

También se puede expresar de manera abreviada si previamente se redondea a un determinado orden de unidades y luego la cantidad redondeada se descompone en un producto como en el caso anterior.

$426.839 \approx 400.000 = 4 \cdot 10^5$ $\quad\quad$ $426.839 \approx 430.000 = 43 \cdot 10^4$

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA DE UNA CANTIDAD

a) Una cantidad se puede descomponer en un polinomio aritmético utilizando potencias e base 10.
b) El cero es un sumando neutro por lo que su lugar no se expresa en el polinomio.
c) El 1 es un factor neutro por lo que no se expresa en el producto a no ser que no haya otro factor distinto de 1.
d) El exponente 1 no es necesario expresarlo.
e) Toda potencia de exponente 0 vale 1. La única potencia de base 10 que vale 1 es 10^0.

Ejemplos:

$65.130_1340.000 = \mathbf{6 \cdot 10^{10} + 5 \cdot 10^9 + 10^8 + 3 \cdot 10^7} + \mathbf{3 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^4}$

$2.104 = 2 \cdot 10^3 + \cancel{1} \cdot 10^2 + \cancel{0 \cdot 10^1} + 4 \cdot 10^0 = \mathbf{2 \cdot 10^3 + 10^2 + 4 \cdot 10^0}$

==

ACTIVIDADES

Lee detenidamente los apuntes anteriores, reflexiona y estudia lo destacado y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.

11.- Calcula, sin hacer operaciones, el valor de las siguientes potencias:

a) 6^0 =	b) 0^4 =	c) 1^3 =	d) 5^1 =	e) a^0 =	f) 0^x =
g) 1^e =	h) n^1 =	i) 67^0 =	j) 0^{48} =	k) 1^{35} =	l) 145^1 =

12.- Calcula:

a) 10^2 = **100**	b) 10^5 =	c) $6 \cdot 10^4$ =	d) 10^6 =
e) $32 \cdot 10^7$ =	f) 10^{10} =	g) $15 \cdot 10^{11}$ =	i) 10^{12} =

13.- Expresa en forma de potencia:

a) 10.000 = **10^4** b) $1_1000.000$ = c) $40_1000.000$ = d) $1.000_1000.000$ =

e) $547_2000.000_1000.000$ = f) $10.000_1000.000$ = g) $7_1200.000$ =

14.- Redondea a la primera cifra de la izquierda y expresa abreviadamente con potencia de base diez las siguientes cantidades:

a) 5.675 ≈ 6.000 = **$6\cdot 10^3$** b) 825.203 ≈

c) $4_1578.911$ ≈ d) $695.872_1457.830$ ≈

15.- Descompón en un polinomio cada una de las siguientes cantidades:

a) 81.075 = **$8\cdot 10^4 + 10^3 + 7\cdot 10 + 5\cdot 10^0$**

b) 625.000 = c) $12_1728.911$= d) $4_2135.000_1000.830$ =

16.- Recompón las cantidades a partir de sus polinomios:

a) $4\cdot10^4 + 10^2 + 5\cdot10^0$ = b) $8\cdot10^7 + 3\cdot10^6 + 10^4$ = c) $1\cdot\ 10^{12} + 3\cdot10^{11} + 3\cdot10^7$ =

17.- Página 10, actividad 34.

===

3.3.- PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES CON POTENCIAS

PRODUCTO DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El producto de potencias de la misma base se puede reducir a una sola potencia que tenga de base la misma base y de exponente la suma de los exponentes.

$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$ **$3^4 \cdot 3^2 = 3^6$**

DIVISIÓN DE POTENCIAS DE LA MISMA BASE

El cociente de potencias de la misma base se puede reducir a una sola potencia que tenga de base la misma base y de exponente la diferencia de los exponentes.

$a^m : a^n = a^{(m-n)}$ **$7^5 : 7^3 = 7^2$**

PRODUCTO DE POTENCIAS DEL MISMO EXPONENTE

El producto de potencias del mismo exponente se puede reducir a una sola potencia que tiene de base el producto de las bases y de exponente el mismo.

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$. **$6^2 \cdot 5^2 = (6 \cdot 5)^2 = 30^2 = 900$**

DIVISIÓN DE POTENCIAS DEL MISMO EXPONENTE

El cociente de potencias del mismo exponente se puede reducir a una sola potencia que tenga de base el cociente de las bases y de exponente el mismo exponente.

$$\mathbf{a^n : b^n = (a : b)^n.} \qquad \mathbf{64^3 : 4^3 = (64 : 4)^3 = 16^3}$$

POTENCIA DE UNA POTENCIA

Es una potencia que tiene como base otra potencia.

La potencia de una potencia se puede reducir a una sola potencia que tenga de base la misma base de la potencia base y de exponente el producto de los exponentes.

$$\mathbf{(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}} \qquad \mathbf{(5^2)^3 = 5^{(2\cdot 3)} = 5^6}$$

==

ACTIVIDADES

Lee detenidamente, reflexiona y estudia los apuntes anteriores y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.

18.- Reduce a una sola potencia:

a) $a^5 \cdot a^3 =$ b) $x^4 \cdot x^4 =$ c) $x^2 \cdot x^8 =$ d) $a^8 : a^5 =$

e) $x^6 : x^5 =$ f) $(a^3)^2 =$ g) $(10^2)^3 =$ h) $(m^2)^4 =$

i) $(5^4)^2 =$ j) $a^3 \cdot a^4 =$ k) $a^6 : a^4 =$ l) $(a^8 : a^6) \cdot (a^6 : a^5) =$

m) $(x^3 \cdot x^5) : (x^2 \cdot x^4) =$ n) $(a^2 \cdot a^3 \cdot a^2) : (a^5 \cdot a^2) =$ o) $(x^2)^3 : x =$

p) $(m^3)^2 : m^4 =$ q) $(a^4)^3 : (a^3)^3 =$ r) $[(a^3)^2 \cdot (a^2)^4] : (a^5)^2 =$

19.- Reduce primero a una sola potencia y después calcula por el camino más corto:

a) $15^2 : 3^2 =$ b) $2^4 \cdot 5^4 =$ c) $16^3 : 8^3 =$ d) $12^4 : 4^4 =$

e) $4^3 \cdot 25^3 =$ f) $(8^4 \cdot 3^4) : 6^4 =$ g) $[2^8 : (2^2)^3]^4 =$ h) $[(2^2)^4 : (2^3)^2]^3 =$

i) $[(10^3)^2 \cdot 100^5] : 1.000^4 =$

==

3.4.- LA RAÍZ CUADRADA

La raíz enésima de un número es aquel otro que elevado a un exponente n nos da dicho número.

SIGNO DE LA RAÍZ

Se llama **radical**: $\sqrt{\ }$

TÉRMINOS DE UNA RAÍZ

- Radicando : Es el número al que se le quiere hallar la raíz. Se coloca debajo del radical.

-Raíz: Es el resultado de la operación.

-Índice: Es el número al que hay que elevar la raíz para que nos dé el radicando.
El índice 2 no se expresa.

-Resto : Es la parte sobrante del radicando al que no se puede calcular la raíz. Es la diferencia que hay entre el radicando y la raíz elevado a su índice.

índice
Radicando | Raíz
Resto

<u>LECTURA Y ESCRITURA DE LAS RAÍCES</u>

- <u>Forma general:</u> Las raíces se leen teniendo en cuenta su índice.

O también:
"Raíz de índice" INDICE "de" RADICANDO
"Raíz" INDICE EN FORMA ORDINAL "de" RADICANDO

$\sqrt[5]{3125}$ se lee "Raíz de índice cinco de tres mil ciento veinticinco", o bien, "Raíz quinta de tres mil ciento veinticinco"

$\sqrt{16}$ se lee "Raíz de índice dos de dieciséis" o bien "Raíz segunda de dieciséis". Se debe de tener en cuenta que cuando una raíz no tiene el índice expresado este es 2.

$\sqrt[3]{243}$ se lee "Raíz de índice tres de doscientos cuarenta y tres", o bien, "Raíz tercera de doscientos cuarenta y tres"

-<u>Formas específicas:</u>

- **Raíces de índice 2:** (Recuerda que el índice 2 no se expresa)
  Se leen: "Raíz cuadrada de" RADICANDO
  $\sqrt{16}$ se lee "Raíz cuadrada de dieciséis"

- **Raíces de índice 3:** Se leen: "Raíz cúbica de" RADICANDO
  $\sqrt[3]{243}$ se lee "Raíz cúbica de doscientos cuarenta y tres"

LA RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO NATURAL

La **raíz cuadrada** de un número es aquel otro que elevado al cuadrado nos da dicho número.

El índice de una raíz cuadrada es 2 pero no se expresa.

$\sqrt{16} = 4 \;\; => \;\; 4^2 = 16$ $\qquad\qquad$ $\sqrt{4} = 2 \;\; => \;\; 2^2 = 4$

$4 < \sqrt{20} < 5 \;\; => \;\; 4^2 = 16 < \; 20 < 5^2 = 25$ $\quad$ Por defecto: $\sqrt{20} = 4$

Las raíces cuadradas pueden ser **exactas** o **enteras** (no exactas).

Las **raíces cuadradas exactas** son aquellas que al elevarlas al cuadrado dan exactamente el radicando. Por lo tanto, el resto (diferencia entre el radicando y el cuadrado de la raíz) es cero.

$\sqrt{16} = 4 \quad \leftarrow \quad \text{Es exacta porque: } \; \text{resto}, \; \text{r} = 16 - 4^2 = 16 - 16 = 0$

Las **raíces cuadradas enteras** son aquellas que al elevarlas al cuadrado no dan exactamente el radicando, aunque se aproxima. Por lo tanto, el resto no es cero.

La raíz cuadrada entera puede serlo **por defecto** o **por exceso** (igual que el cociente de las divisiones) según si su cuadrado sea menor (por defecto) o mayor (por exceso) que el radicando.

$$4 < \sqrt{20} < 5 \quad \begin{cases} Por\ defecto \quad \sqrt{20} = \mathbf{4} \;\; ; \;\; r_{defecto} = 4 \\ \\ Por\ exceso: \;\; \sqrt{20} \; = \mathbf{5} \;\; ; \;\; r_{exceso} = 5 \end{cases}$$

Normalmente, las raíces cuadradas se calcularán siempre por defecto.

Así que:

$\sqrt{20} \; = 4 \quad ; \quad \text{r} = 4$

Los números que son cuadrados perfectos tienen la raíz cuadrada exacta.

Las raíces cuadradas de los diez primeros cuadrados perfectos son:

$\mathbf{\sqrt{0} = 0}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{1} = 1}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{4} = 2}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{9} = 3}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{16} = 4}$

$\mathbf{\sqrt{25} = 5}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{36} = 6}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{49} = 7}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{64} = 8}$ $\qquad$ $\mathbf{\sqrt{81} = 9}$

PROPIEDADES DE LA RAÍZ CUADRADA

- **Propiedad fundamental de la raíz cuadrada**

En toda raíz cuadrada se cumple que el radicando es igual a la suma del cuadrado de la raíz más el resto.

RADICANDO = (RAÍZ)^2 + RESTO

$\sqrt{20} \; = 4 \quad ; \quad \text{r} = 4 \quad => \quad 20 = 4^2 + \; 4 = 16 + 4 = 20$

- **Raíz cuadrada de un producto**

La raíz cuadrada de un producto es igual al producto de las raíces cuadradas de los factores.

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ $\qquad$ $\sqrt{100} = \sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$

- **Raíz cuadrada de un cociente**

La raíz cuadrada de un cociente es igual al cociente de las raíz cuadrada del dividendo entre la raíz cuadrada del divisor.

$\sqrt{a : b} = \sqrt{a} : \sqrt{b}$ $\qquad$ $\sqrt{16} = \sqrt{64 : 4} = \sqrt{64} : \sqrt{4} = 8 : 2 = 4$

¡OJO! La raíz cuadrada de una suma o de una resta NO ES IGUAL a la suma o resta de raíces cuadradas.

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ $\qquad$ $\sqrt{29} = \sqrt{4 + 25} \neq \sqrt{4} + \sqrt{25} = 2 + 5 = 7$

==

Lee detenidamente en la página11 del libro, el epígrafe 5 "Raíz cuadrada", *reflexiona y estudia lo destacado. Completa el estudio con los apuntes anteriores y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.*

ACTIVIDADES

20.- Comprueba cuáles de estas raíces cuadradas son correctas. (Considera correctas las raíces que son exactas o enteras por defecto)

a) $\sqrt{225} = 15$ b) $\sqrt{255} = 16$ c) $\sqrt{37} = 7$ d) $\sqrt{18} = 4$

e) $\sqrt{30} = 5$ f) $\sqrt{1000} = 100$ g) $\sqrt{92} = 8$ h) $\sqrt{20} = 5$

i) $\sqrt{40} = 7$ j) $\sqrt{40.000} = 200$ k) $\sqrt{50} = 7$ l) $\sqrt{60} = 8$

21.- Calcula la raíz cuadrada entera y el resto de los siguientes números naturales:

a) $\sqrt{87} =$ b) $\sqrt{77} =$ c) $\sqrt{66} =$ d) $\sqrt{55} =$

22.- Completa: $\sqrt{23} =$ ____ ; resto, r = 7

23.- ¿Es posible colocar 32 botones formando un cuadrado? ¿Por qué?

24.- Página 11, actividad 36.

25.- Página 12, actividad 42.

==

3.5.- CÁLCULO DE LA RAÍZ CUADRADA

Una raíz cuadrada se puede calcular de tres formas diferentes:

- **Por tanteo:** Se van buscando sucesivamente números que elevados al cuadrado den el radicando o se aproxime. El que dé exacto o más se aproxime sin pasar, ese es el que se toma como raíz cuadrada.

$$\sqrt{87} \;\rightarrow\; \left\{\begin{matrix} 9^2 = 81 < 87 \;=>\; \sqrt{81} = \mathbf{9} < \sqrt{\mathbf{87}} \\ 10^2 = 100 > 87 \;=>\; \sqrt{100} = \mathbf{10} > \sqrt{\mathbf{87}} \end{matrix}\right\} \;=>\; 9 < \sqrt{87} < 10$$

Se considera la raíz cuadrada por defecto. Por lo tanto: $\sqrt{\mathbf{87}} = \mathbf{9}$

Si se quiere hallar el resto, se resta al radicando el cuadrado de la raíz cuadrada por defecto.

Resto, $r = 87 – 9^2 = 87 – 81 = 6$

Esta forma de hacerlo se puede complicar si se trata de números grandes.

$$\sqrt{960} \;\rightarrow\; \left\{\begin{matrix} 10^2 = 100 < 10 \;=>\; \sqrt{100} = 10 < \sqrt{960} \\ 100^2 = 10.000 > 960 \;=>\; \sqrt{10.000} = 100 > \sqrt{960} \\ 50^2 = 2500 > 960 \;=>\; \sqrt{2500} = 50 > \sqrt{960} \\ 30^2 = 900 < 960 \;=>\; \sqrt{900} = 30 < \sqrt{960} \\ 31^2 = 961 > 960 \;=>\; \sqrt{961} = 31 > \sqrt{960} \end{matrix}\right\} \;=>\; 30 < \sqrt{960} < 31$$

Por defecto:

$$\sqrt{\mathbf{960}} = \mathbf{30} \quad ; \quad r = 960 - 30^2 = 960 - 900 = 60$$

- **Con la calculadora:** Se teclea el radicando y a continuación la tecla $\boxed{\sqrt{}}$

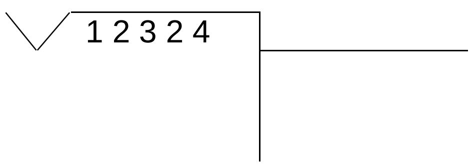
$\sqrt{961} \rightarrow$ $\boxed{9}$ $\boxed{6}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\sqrt{}}$ ➔ **31**

Si la raíz cuadrada no es exacta, la calculadora da el resultado con decimales, no entera y no da el resto que habrá que calcular aparte como en la forma anterior.

$\sqrt{456} \rightarrow$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\sqrt{}}$ ➔ 21 ; $r = 456 – 21^2 = 456 – 441 = 15$

- **Con un algoritmo:** El método de cálculo de una raíz cuadrada consta de los siguientes pasos:

1°.- Se coloca el radicando debajo del radical y, por el extremo de la visera del radical, se traza una vertical hacia abajo. A la altura del radicando se traza una horizontal hacia la derecha desde la vertical anterior.



2º.- Se separan las cifras del radicando de dos en dos, de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{1,23,24} & \\ \hline & \end{array}$$

3º.- Se calcula la raíz cuadrada del número que forman el 1º grupo de cifras de la izquierda y se coloca sobre la horizontal (es la 1ª cifra da raíz cuadrada), se eleva al cuadrado y el resultado se pone para restar al radicando debajo del número que forman el 1º grupo de cifras de la izquierda y se resta para obtener el primero resto parcial.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{\mathbf{1},23,24} & \mathbf{1} \\ \hline \underline{-1} & \\ \ \ 0 & \end{array}$$

4º.- A la derecha del 1º resto parcial se baja el siguiente grupo de dos cifras, formándose un nuevo radicando.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{1,23,24} & 1 \\ \hline \underline{-1} & \\ \ \ \cancel{0}\ \mathbf{23} & \end{array}$$

5º.- Se halla el doble de la raíz y se pone debajo de la horizontal sobre la que se puso la primera cifra de la raíz.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{1,23,24} & 1 \\ \hline \underline{-1} & \mathbf{2} \\ \ \ \cancel{0}\ 23 & \end{array}$$

6º.- Se busca, por tanteo, una cifra que colocada a la derecha del doble de la raíz o número que se forma multiplicado por dicha cifra tiene que dar el nuevo radicando o aproximarse sin pasarle. Si es así, el resultado de la multiplicación anterior se pone para restar y se resta al radicando y la cifra encontrada se sube para encima de la horizontal, a la derecha de la 1ª cifra de la raíz (es su 2ª cifra). Si no es así, se tantea con una cifra menor. (El tanteo anterior se puede hacer separando desde la izquierda en el nuevo radicando tantas cifras como haya de diferencia entre las que forman el nuevo radicando y las que forman el doble de la raíz, dividiendo el número separado en el nuevo radicando entre la primera cifra del doble de la raíz. El cociente entero de esta división es el número que se tanteará).

$\sqrt{}$ 1, 2 3, 2 4	1**1**
– 1	2,1 · 1 = **21**
~~0~~ 2,3	
-2 1	
0 2	

7°.- Si hay más grupos de dos cifras en radicando inicial se baja el siguiente grupo de cifras a la derecha del último resto parcial obtenido y se vuelve a repetir todo el proceso desde o 5° paso. Y así sucesivamente hasta que no queden más cifras en el radicando por bajar. Entonces se cierra la operación.

$\sqrt{}$ 1, 2 3, 2 4	11**1**
– 1	2 1 · 1 = 21
~~0~~ 2 3	2,2 1 · 1 = 221
– 2 1	
2 2 4	
– 2 2 1	
0 0 3	

8°.- PRUEBA DE LA RAÍZ CUADRADA:

Se puede comprobar si la operación está bien hecha elevando al cuadrado la raíz cuadrada obtenida y se le suma el resto mirando si da como resultado el radicando. Si no es así puede estar mal y hay que revisarla.

$$111^2 + 3 = 12.321 + 3 = \mathbf{12.324}$$

==

Lee detenidamente en la página 12 del libro, el epígrafe 5.1 "Cálculo de la raíz cuadrada entera", *reflexiona y estudia lo destacado. Completa el estudio con los apuntes anteriores y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.*

ACTIVIDADES

26.- Calcula las raíces cuadradas de los siguientes números y hazles la prueba:

a) $\sqrt{64} =$ b) $\sqrt{47} =$ c) $\sqrt{85} =$

d) $\sqrt{529} =$ e) $\sqrt{784} =$ f) $\sqrt{891} =$

g) $\sqrt{4624} =$ h) $\sqrt{7296} =$ i) $\sqrt{12624} =$

27.- Página 12, actividad 39.

28.- Página 12, actividad 40.

29.- Página 12, actividad 41.

30.- Página 12, actividad 43.

31.- Página 11, actividad 35.

==

3.6.- OPERACIONES COMBINADAS

JERARQUIZACIÓN DE LAS OPERACIONES

- Primero se resuelven las operaciones que van entre paréntesis y luego las que queden entre corchetes y por último las de fuera.

- Las potenciaciones y radicaciones hay que hacerlas antes que las demás operaciones, a no ser que los paréntesis y corchetes expresen lo contrario.

- Entre potenciaciones y radicaciones no hay prioridad y, por lo tanto, se harán en el orden en que aparezcan, volviendo a indicar otra vez en el mismo orden en que aparecen las que no se hacen en un paso.

- Cuando hay radicaciones con operaciones en el radicando hay que resolver antes las operaciones que van en el radicando, y después las radicaciones.

==

Lee detenidamente en las páginas13 y 14 del libro, el epígrafe 6 “Operaciones combinadas”, *reflexiona y estudia lo destacado. Completa el estudio con los apuntes anteriores y cuando creas que lo sabes, haz las siguientes actividades. Consulta tus dudas con el profesor.*

ACTIVIDADES

32.- Página 14, actividad 47 e) y f).

33.- Página 14, actividad 48.

==

3.7.- ACTIVIDADES DE REFUERZO Y AMPLIACIÓN

34.- Página 17, actividad 73.

35.- Página 17, actividad 74.

36.- Página 17, actividad 75.

37.- Página 17, actividad 77.

38.- Página 17, actividad 78.

39.- Página 17, actividad 81.

40.- Página 17, actividad 82.

41.- Página 17, actividad 83.

42.- Página 17, actividad 85.

43.- Página 17, actividad 86.

44.- Página 17, actividad 87.

45.- Página 18, actividad 96.

46.- Página 18, actividad 97.

47.- Página 18, actividad 99.

48.- Página 18, actividad 106.

49.- Página 19, actividad 107.

50.- Página 19, actividad 109.

51.- Página 19, actividad 110.

==