



# Geometría Descriptiva I

Licenciatura en Arquitectura

Segundo Cuatrimestre

Enero – Abril

Santiago Guillén Víctor Manuel

---

## Marco Estratégico de Referencia

---

### Antecedentes históricos

Nuestra Universidad tiene sus antecedentes de formación en el año de 1978 con el inicio de actividades de la normal de educadoras “Edgar Robledo Santiago”, que en su momento marcó un nuevo rumbo para la educación de Comitán y del estado de Chiapas. Nuestra escuela fue fundada por el Profesor Manuel Albores Salazar con la idea de traer educación a Comitán, ya que esto representaba una forma de apoyar a muchas familias de la región para que siguieran estudiando.

En el año 1984 inicia actividades el CBTiS Moctezuma Ilhuicamina, que fue el primer bachillerato tecnológico particular del estado de Chiapas, manteniendo con esto la visión en grande de traer educación a nuestro municipio, esta institución fue creada para que la gente que trabajaba por la mañana tuviera la opción de estudiar por las tardes.

La Maestra Martha Ruth Alcázar Mellanes es la madre de los tres integrantes de la familia Albores Alcázar que se fueron integrando poco a poco a la escuela formada por su padre, el Profesor Manuel Albores Salazar; Víctor Manuel Albores Alcázar en julio de 1996 como chofer de transporte escolar, Karla Fabiola Albores Alcázar se integró en la docencia en 1998, Martha Patricia Albores Alcázar en el departamento de cobranza en 1999.

En el año 2002, Víctor Manuel Albores Alcázar formó el Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. para darle un nuevo rumbo y sentido empresarial al negocio familiar y en el año 2004 funda la Universidad Del Sureste.

La formación de nuestra Universidad se da principalmente porque en Comitán y en toda la región no existía una verdadera oferta educativa, por lo que se veía urgente la creación de una institución de educación superior, pero que estuviera a la altura de las exigencias de los

jóvenes que tenían intención de seguir estudiando o de los profesionistas para seguir preparándose a través de estudios de posgrado.

Nuestra universidad inició sus actividades el 19 de agosto del 2004 en las instalaciones de la 4ª avenida oriente sur no. 24, con la licenciatura en puericultura, contando con dos grupos de cuarenta alumnos cada uno. En el año 2005 nos trasladamos a las instalaciones de carretera Comitán – Tzimol km. 57 donde actualmente se encuentra el campus Comitán y el corporativo UDS, este último, es el encargado de estandarizar y controlar todos los procesos operativos y educativos de los diferentes campus, así como de crear los diferentes planes estratégicos de expansión de la marca.

## **Misión**

Satisfacer la necesidad de educación que promueva el espíritu emprendedor, basados en Altos Estándares de calidad Académica, que propicie el desarrollo de estudiantes, profesores, colaboradores y la sociedad.

## **Visión**

Ser la mejor Universidad en cada región de influencia, generando crecimiento sostenible y ofertas académicas innovadoras con pertinencia para la sociedad.

## **Valores**

- Disciplina
- Honestidad
- Equidad
- Libertad

## Escudo



El escudo del Grupo Educativo Albores Alcázar S.C. está constituido por tres líneas curvas que nacen de izquierda a derecha formando los escalones al éxito. En la parte superior está situado un cuadro motivo de la abstracción de la forma de un libro abierto.

## Eslogan

“Pasión por Educar”

## Balam



Es nuestra mascota, su nombre proviene de la lengua maya cuyo significado es jaguar. Su piel es negra y se distingue por ser líder, trabaja en equipo y obtiene lo que desea. El ímpetu, extremo valor y fortaleza son los rasgos que distinguen a los integrantes de la comunidad UDS.

---

# Geometría Descriptiva I

---

## **Objetivo de la materia:**

El estudiante desarrollará habilidades y conocimientos para generar la conceptualización de cualquier forma geométrica y su adecuada representación en proyecciones de líneas, planos y volúmenes.

## **Unidad I**

### **Unidad I**

#### **Introducción a la geometría descriptiva**

- I.1. Conceptos generales.
- I.2. Tipo de proyecciones.
- I.3. Proyección ortogonal.
  - I.3.1. Formación del sistema.
  - I.3.2. Montañas.
  - I.3.3. Cuadrantes y planos de proyección.
- I.4. Geometría plana.
  - I.4.1 Los elementos, punto, recta y plano.

## **Unidad 2**

### **Intersecciones de rectas y planos.**

- 2.1. Intersección de recta cualquiera con cada uno de los tipos de planos auxiliares.
- 2.2. Intersección de plano cualquiera con cada uno de los tipos de planos auxiliares

- 2.3. Intersección de dos planos cualesquiera.
- 2.4. Intersección de tres planos cualesquiera.
- 2.5. Intersección de recta con prisma, cilindro y pirámide.
- 2.6. Paralelismo y perpendicularidad.
  - 2.6.1. Paralelismo.
  - 2.6.2. Perpendicularidad.
- 2.7. Axonometría.
  - 2.7.1. Conceptos generales.
  - 2.7.2. Proyección axonométrica ortogonal.
  - 2.7.3. Proyección axonométrica isométrica.
  - 2.7.4. Proyección axonométrica dimétrica.
  - 2.7.5. Proyección axonométrica trimétrica.
- 2.8. Proyección axonométrica oblicua.

### **Unidad 3**

#### **Aplicación al dibujo arquitectónico.**

- 3.1. Proyecciones ortogonales (vistas en planta, sección y alzado)
- 3.2. La planta.
  - 3.2.1. Delineación de la planta.
  - 3.2.2. Puertas y ventanas en planta.
  - 3.2.3. Elementos por encima y por debajo de la sección.
  - 3.2.4. Escaleras.
  - 3.2.5. Planta de cubierta.
  - 3.2.6. Plano de emplazamiento.
- 3.3. Sección.
- 3.4. El alzado.
- 3.5. Elementos de ambientación.

- 3.5.1. Vegetación.
- 3.5.2. Texturas de pavimentos.
- 3.5.3. Automóviles.
- 3.5.4. Escalas humanas.
- 3.6 Sombras propias y arrojadas.

## **Unidad 4**

### **Ejecución**

- 4.1 Planta arquitectónica.
  - 4.1.1. Elementos que componen a una planta arquitectónica.
- 4.2 Cortes (secciones).
  - 4.2.1. Elementos que componen un corte.
- 4.3 Alzados (Fachadas).
  - 4.3.1. Elementos que componen un alzado.
- 4.4. Cuadro de datos.
  - 4.4.1. Elementos que componen a un cuadro de datos.
- 4.5 Ejemplos de láminas.

### **Criterios de evaluación:**

<b>No</b>	<b>Concepto</b>	<b>Porcentaje</b>
1	Trabajos Escritos	10%
2	Actividades web escolar	20%
3	Actividades Áulicas	20%
4	Examen	50%
<b>Total de Criterios de evaluación</b>		<b>100%</b>

# Introducción a la geometría Descriptiva

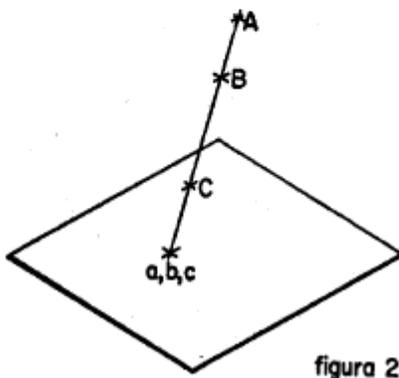
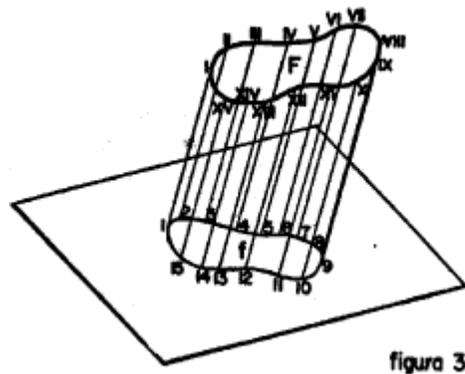
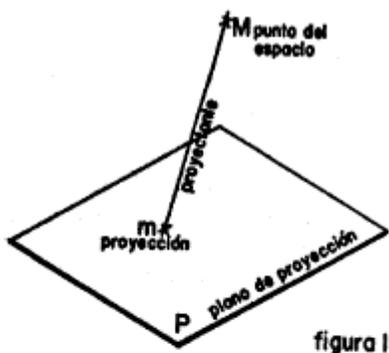
## I.1. Conceptos generales

La geometría descriptiva es la parte de las matemáticas que tiene por objeto representar en proyecciones planas las figuras del espacio, a manera de poder resolver con ayuda de la geometría plana, los problemas que intervienen tres dimensiones.

Entendemos por ESPACIO GEOMETRICO, el lugar ilimitado en todos sentidos, que contiene a todos los cuerpos de tres dimensiones.

Proyección: Si tenemos en el espacio (figura 1) un plano P y un punto M fuera de él y de este último bajamos una recta hasta el plano, el lugar m en que la recta toca el plano, recibe el nombre de PROYECCION DEL PUNTO y el plano, PLANO DE PROYECCION. De este modo (figura 2) todos los puntos que se encuentren sobre una misma proyectante se proyectaran en el mismo punto, es decir, tienen la misma proyección, así A, B, C, puntos de la misma recta se proyectan simultáneamente en el mismo punto a, b, c.

Si en lugar de un punto tenemos una figura cualquiera F (figura 3) su proyección f se obtendrá trazando las proyecciones: 1, 2, 3, 4... de todos los puntos de la figura, tales como: I, II, III, IV...

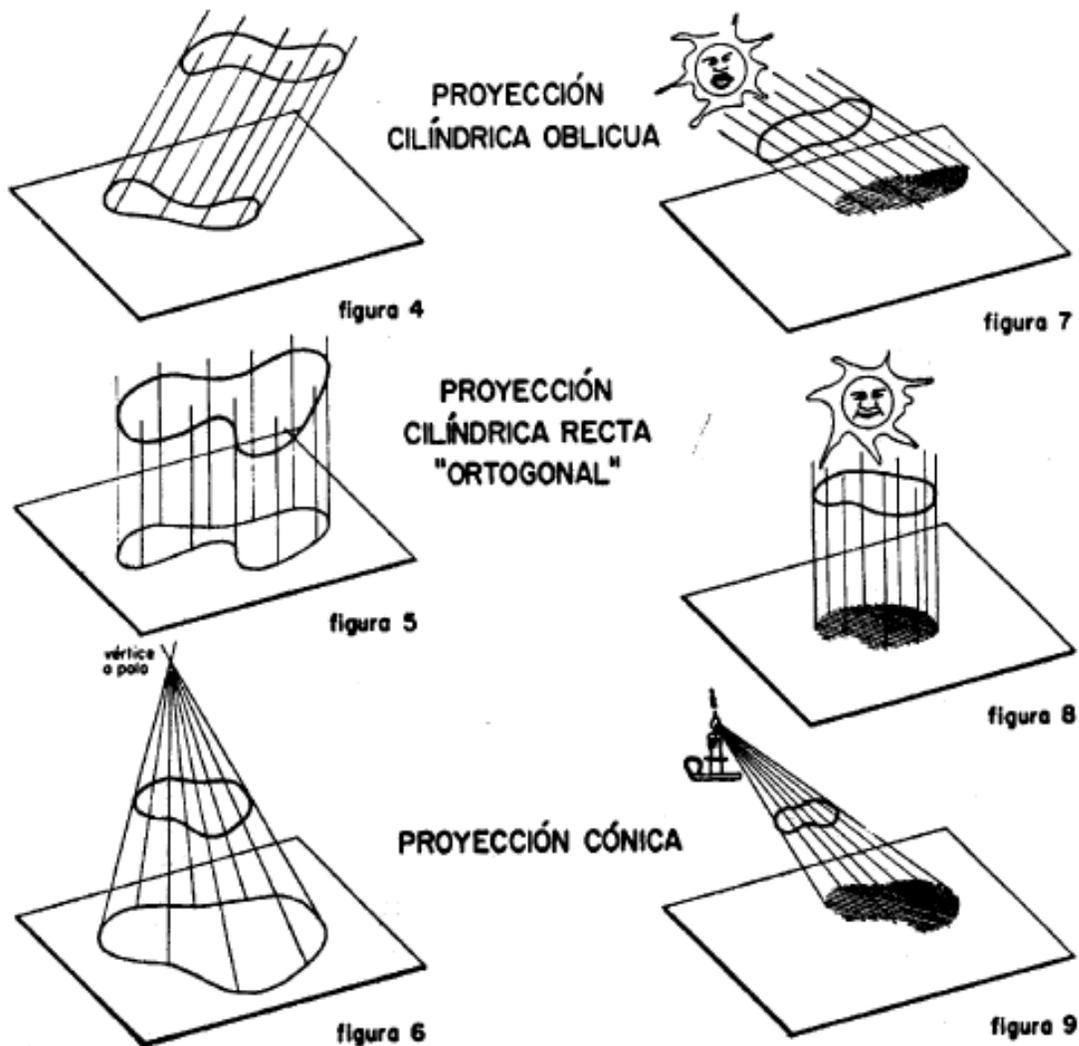


## I.5. Tipo de proyecciones

Diversos sistemas de proyección: las diversas posiciones que guarden las proyectantes de la figura entre sí y con respecto al plano de proyección, determinan varios sistemas de proyección, que son:

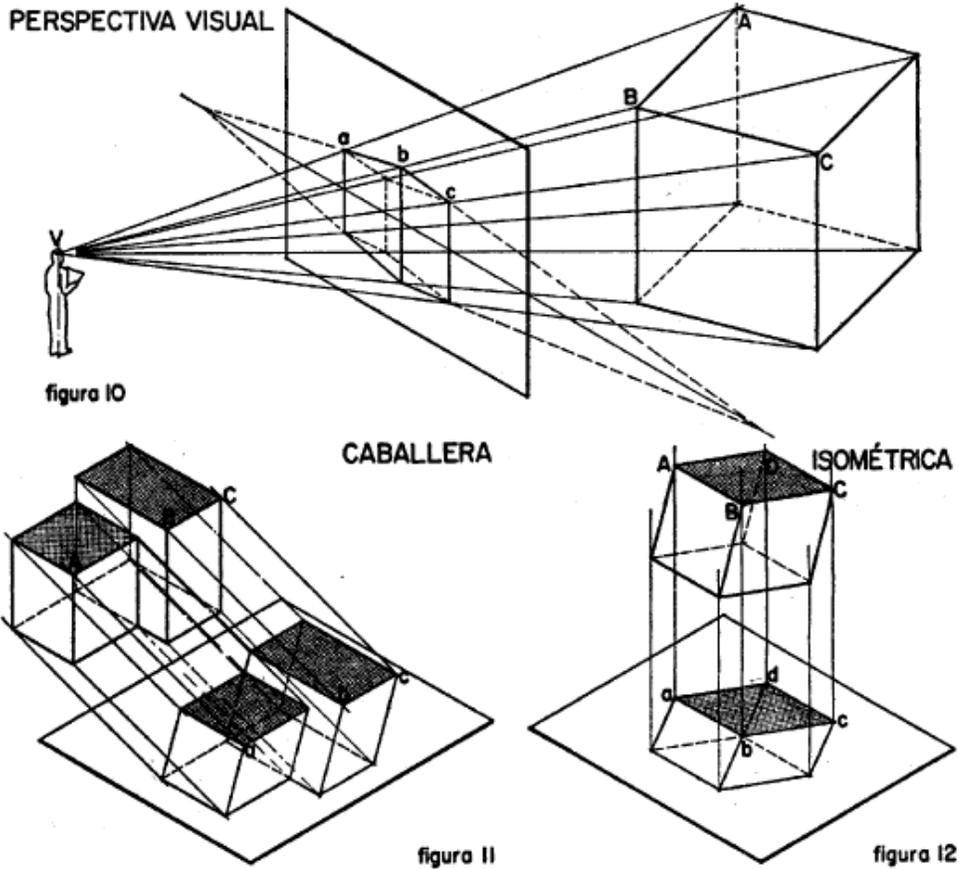
- a) Proyección cilíndrica oblicua (Figura 4). Cuando las proyectantes de la figura son paralelas entre sí, pero oblicuas con respecto al plano de proyección.
- b) Proyección cilíndrica recta u “ortogonal” (figura 5). Es aquella en la cual las proyectantes son paralelas entre sí y además, perpendiculares en el plano de proyección. Esta será nuestra forma usual de proyección, considerándose los otros sistemas, como problemas de ella.
- c) Proyección cónica (figura 6). En este caso las proyectantes divergen de un punto común, denominado vértice i polo de proyección.

Significado de las proyecciones: las misma proyección cambiara de aspecto, según consideremos la manera de ser de las proyectantes, presentándose los siguientes casos: a) si consideramos las proyectantes como rectas en abstracto, obtendremos la **PROYECCIÓN** propiamente dicha (figura 4, 5, 6); b) si como rayos luminosos, el resultado sobre el plano será la **SOMBRA** de la figura, ya sea con luz del sol, rayos paralelos (figura 7,8) o con luz de lámpara, rayos divergentes (figura 9):



c) finalmente si consideramos las proyectantes, como rayos visuales, la proyección se llama PERSPECTIVA. Pues aunque este nombre es propio de una proyección cónica, que tiene como vértice el ojo del observador (perspectiva visual figura 10), lo usamos también para designar ciertas proyecciones cilíndricas que no siendo realmente perspectiva permiten obtener el aspecto tridimensional de los cuerpos del espacio, tales son: la perspectiva Caballera (figura 11) procedente de una proyección cilíndrica oblicua y la isométrica (figura 12), de la cilíndrica recta. Formas de representación especialmente de la segunda, que por la similitud de su trazo son muy útiles para apreciar la figura de los objetos del espacio.

Posición de un cuerpo en el espacio: Es la que guarda con respecto al plano o planos de proyección. Determinación de un cuerpo: Un Cuerpo está determinado cuando se conocen los elementos suficientes, para resolver cualquier problema referente a él.



## I.6. Proyección ortogonal.

### I.6.1. Formación del sistema

Formación del sistema: se ha dicho que el sistema usual de proyección es el cilíndrico recto, llamados también ortogonal. Para servirnos de él suponemos el espacio geométrico definido en tres sentidos: anchura, alojamiento y altura, mediante tres ejes rectos: OX, OY, OZ (figura 13), perpendiculares entre si, que pasan por un punto común "O" llamado origen. Estos tres ejes determinan tres planos que necesariamente forman entre si ángulos rectos: la figura por ellos formada se denomina triedro trirrectángulo y es la base de las proyecciones del sistema.

Estos tres planos se reconocen según el esquema (figura 13) con los siguientes nombres: HORIZONTAL XOY, VERTICAL XOZ, Y LATERAL ZOY, la línea OX en que se unen el vertical y el horizontal se denomina LINEA DE TIERRA, que se abrevia LT.

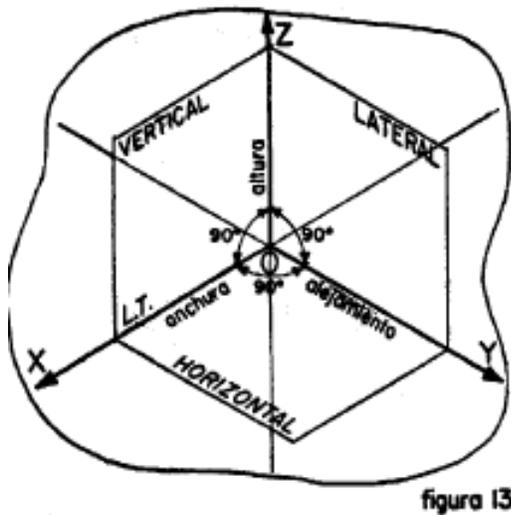


figura 13

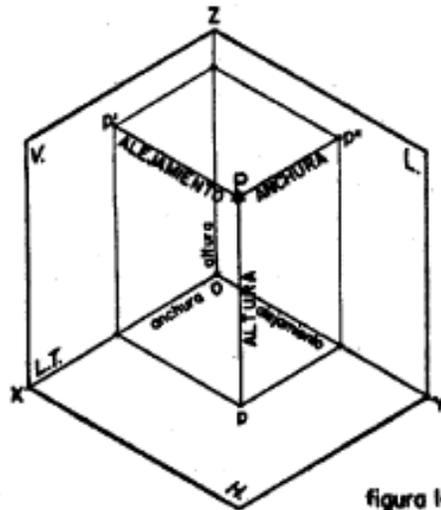


figura 14

Situación de los objetos: para situar en este sistema un punto cualquiera del espacio, es necesario conocer sus distancias a cada uno de los planos que forman el triedro. Estas, se miden por las perpendiculares del punto a cada plano, y se denominan en general coordenadas del punto.

Si de un punto P del espacio (figura 14) llevamos proyectantes perpendiculares hasta cada plano, estas determinan las coordenadas que se llaman:

$P_p$  ALTURA O COTA, distancia del punto al plano horizontal.

$P_{p'}$  ALEJAMIENTO, distancia al plano vertical.

$P_{p''}$  ANCHURA, distancia al plano lateral.

Los pies de esas proyectantes en los planos, determinan a su vez las proyecciones del punto que reciben el nombre del plano en que se encuentran y son:

p proyección en el plano horizontal

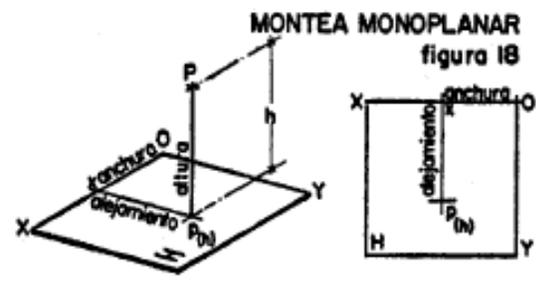
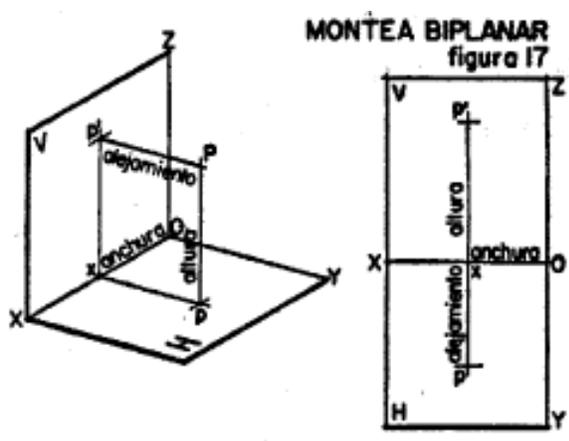
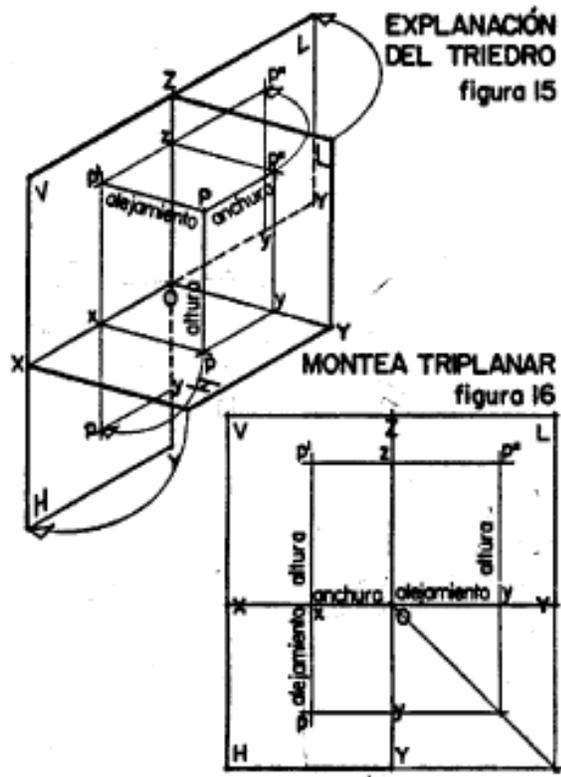
p' proyección en el plano vertical

p'' proyección en el plano lateral.

### I.3.2. Montees

Montea triplanar: con base en estas proyecciones, podemos resolver cualquier problema referente al punto así determinado. Pero los problemas no se resolverán en el espacio, sino en los planos de proyección y es necesario para ello representarlos en sus dimensiones reales los tres sobre un mismo plano; aquí comienza propiamente la geometría descriptiva.

Para lograrlo (figura 15) prescindimos del cuerpo del espacio, (figura real) y haciendo abstracción de él extendemos los tres planos en los que se encuentra ya situadas las tres proyecciones. Conservamos el plano vertical en su lugar, en seguida separando el horizontal del lateral por la línea OY, hacemos girar el primero sobre OX y el segundo sobre OZ hasta hacerlos coplanares con el vertical, pudiendo entonces, representar los tres planos con lo que ellos contienen en uno solo, que es materialmente la hoja de papel en la que se ha de dibujar. A esto se le llama explanación del triedro y el resultado es la geometral o montea triplanar, que representa el espacio (figura 16). Note en la montea (figura 16) que las líneas  $p'x$  y  $xp$  que en el espacio (figura 15) forman un ángulo recto, con vértice  $x$  en la línea de tierra, quedan alineadas en una misma perpendicular a LT; en tanto que  $p'z$  y  $zp''$  que también forman un ángulo recto, ahora se alinean paralelas a ella. Esta es concisión necesaria e indispensable para esas tres proyecciones, representan a un mismo punto del espacio.



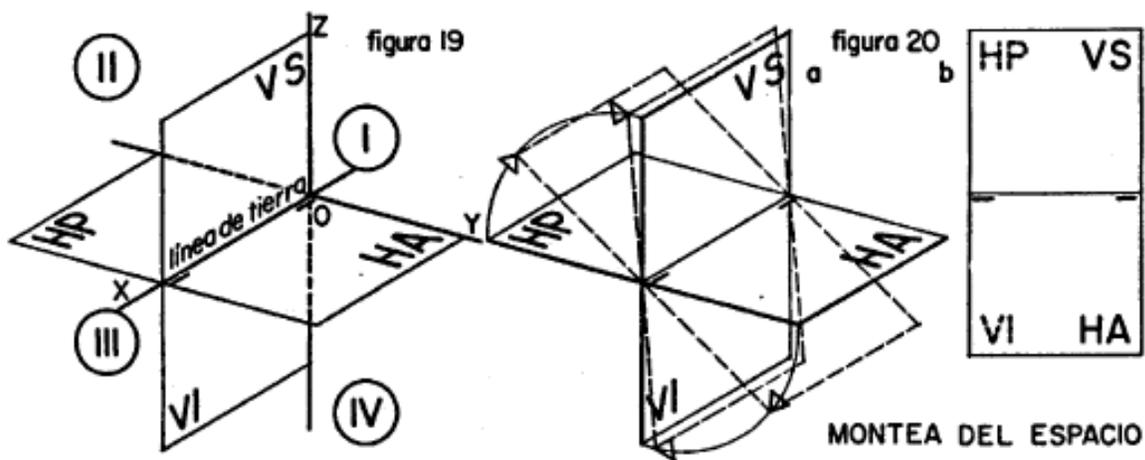
Así la montea (figura 16) representa al punto, por sus proyecciones: vertical  $p'$  ubicada en el plano vertical mediante anchura y altura; horizontal,  $p$  en el horizontal, por anchura y alejamiento y lateral  $p''$  en el lateral de proyección por alejamiento y altura.

Montea Biplanar: si las proyección lateral contiene datos que ya tenemos en las otras dos, podemos suprimirla sin perder ninguna de las coordenadas del punto y solo la usaremos como auxiliar en casos especiales. De esta supresión, resulta una montea (figura 17) que en sólo dos planos, horizontal y vertical, contiene datos suficientes para determinar el punto; tres coordenadas: anchura, altura y alejamiento y dos proyecciones: horizontal  $p$  y vertical  $p'$ , alineadas en una perpendicular a  $LT$ . Ésta es la montea biplanar que habitualmente se usa.

Montea monoplanar: finalmente (figura 18), situado el punto de proyección horizontal por su anchura y su alejamiento, podemos prescindir de la anchura y su alejamiento, podemos prescindir de la proyección vertical a condición de fijar mediante un número, COTA, que parece como sub-índice de  $P$ ,  $P_{(H)}$ , la altura del punto medida desde el plano horizontal, ésta es la montea monoplanar o plano acotado usual en trabajos topográficos.

Montea del espacio: supuesto el espacio geométrico definido por tres ejes limitados (figura 19), los planos que éstos determinan también lo serán. Se ha eliminado el plano lateral de proyección, conservando solo el vertical y el horizontal, que se cortan en la línea de tierra y que extendiéndose ilimitados en sus respectivos sentidos, dividen el espacio en cuatro zonas o cuadrantes.

La línea de tierra será en lo sucesivo, origen y referencia para los planos, los cuadrantes y los datos en ellos contenidos, es para nosotros el centro del espacio. A partir de la línea de tierra (figura 19) el plano horizontal, tendrá parte delante de ella HORIZONTAL ANTERIOR y parte HORIZONTAL POSTERIOR, en tanto el vertical, tendrá parte VERTICAL SUPERIOR y parte VERTICAL INFERIOR, todos estos nombres se abrevian en las ilustraciones por sus iniciales.



### **I.3.3. Cuadrantes y planos de proyección.**

Los cuadrantes que numeramos en sentido contrario al de las manecillas del reloj, se definen como sigue:

- I Cuadrante, entre el horizontal anterior y vertical superior
- II Cuadrante, entre el vertical superior y horizontal posterior
- III Cuadrante, entre el horizontal posterior y vertical inferior
- IV Cuadrante, entre el vertical inferior y horizontal anterior.

Suponemos siempre a la figura vista con el primer cuadrante al frente y arriba, sirviendo para orientarla, de unos guiones colocados en el horizontal anterior paralelo e inmediatos a la línea de tierra.

Para obtener la montea del espacio así dividido, se hace girar el plano horizontal en sentido de las manecillas del reloj (figura 20), teniendo como eje la línea de tierra hasta sobreponerlo al vertical, de modo que el primer cuadrante quede al frente abierto como un libro.

El resultado es la llamada MONTEA DEL ESPACIO (figura 20b), MEDIANTE LA CUAL PODEMOS REPRESENTAR POR SUS PROYECCIONES, CUALQUIER FIGURA DEL ESPACIO; EN ELLA SE FUNDA TODA LA GEOMETRIA DESCRIPTIVA.

Sobrepuestos los dos planos de proyección (figura 20b), la montea, tomando como referencia la línea de tierra, queda formada como sigue:

- Horizontal anterior   debajo de la línea de tierra
- Vertical superior      arriba de la línea de tierra
- Horizontal posterior   arriba de la línea de tierra y detrás del vertical superior
- Vertical inferior       debajo de la línea de tierra y detrás del horizontal anterior.

Los guiones quedaran debajo de la línea de tierra paralelos a ella, en el horizontal anterior, señalando en la montea la posición de este plano, y por él la del primer cuadrante.

De acuerdo con lo anterior, los volúmenes en el espacio, según el cuadrante en que se encuentren, se proyectaran en los planos como lo indica la siguiente tabla.

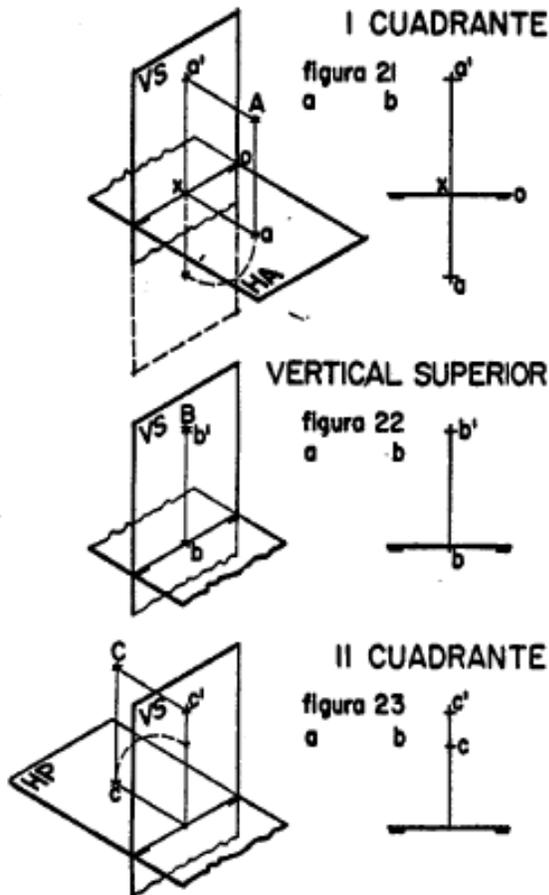
Cuadrante	Proyección Vertical	Proyección horizontal
I	Vertical superior arriba LT	Horizontal anterior debajo de LT
II	Vertical superior arriba de LT	Horizontal posterior arriba de LT
III	Vertical inferior debajo de LT	Horizontal posterior arriba de LT
IV	Vertical inferior debajo de LT	Horizontal anterior debajo de LT

Usando esta reglas quedan proyectados todos los volúmenes del espacio, e inversamente podemos reconocer la posición real de un volumen, a través de la que guardan sus proyecciones con respecto a la línea de tierra.

## I.4. Geometría plana.

### I.4.1. Los elementos, punto, recta y plano.

1. *El punto, definición:* Elemento por excelencia no tiene dimensiones, lo consideramos determinado por el lugar de intersección de dos líneas.



24

2. *Posiciones del punto en el espacio:* Dentro del espacio que hemos dividido en cuatro cuadrantes, el punto puede ocupar nueve posiciones características: una en cada cuadrante; una sobre cada parte de los planos y una en la línea de tierra, vamos a analizar cada una de ellas, para obtener la montea correspondiente.

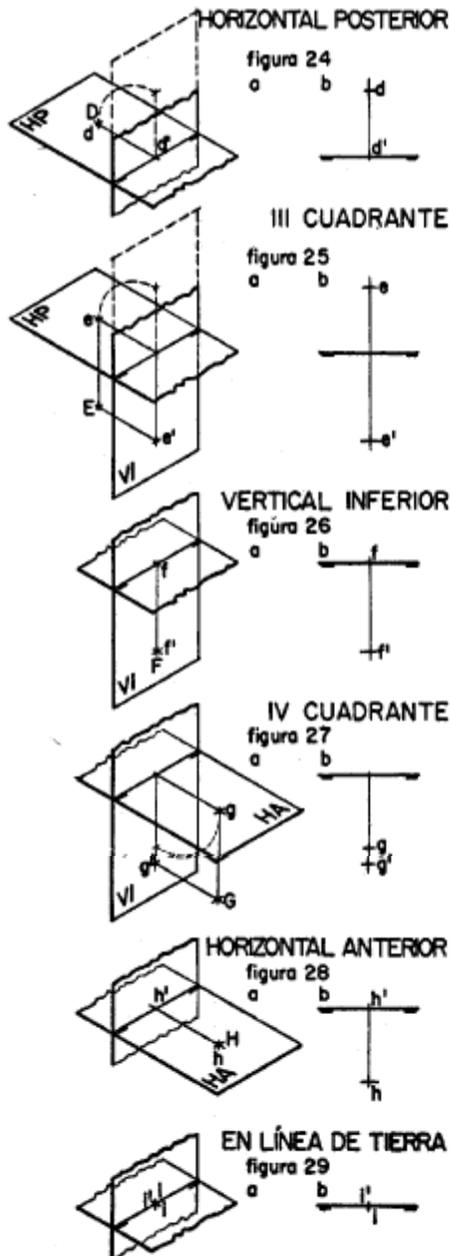
*Primer cuadrante.* El punto A del primer cuadrante (figura 21a) se proyecta:  $a'$  en vertical superior y  $a$  en horizontal anterior. *En montea* (figura 21b) quedará definido por sus proyecciones horizontal  $a$  abajo de la línea de tierra; vertical  $a'$  arriba de ella; su altura  $xa'$ , su alejamiento  $xa$  y su anchura  $ox$ , medida a partir de un origen  $o$ , situado arbitrariamente en un lugar conveniente de LT, aun cuando esto último no resulte estrictamente de acuerdo con las convenciones matemáticas referentes al signo y sentido de las proyecciones.

Las líneas de altura  $xa'$  y de alejamiento  $xa$  quedan alineadas en una perpendicular a LT, condición que sabemos indispensable para que las proyecciones representen al punto del espacio.

*Vertical superior.* Un punto B situado en el vertical superior, (figura 22a) se proyecta a sí mismo  $b'$  en vertical superior y  $b$  en la línea de tierra puesto que su alejamiento es igual a cero. *En montea* (figura 22b) la proyección vertical  $b'$  estará arriba de la línea de tierra, y la horizontal  $b$ , en un punto de ella definido por la perpendicular bajada desde  $b'$

*Segundo cuadrante.* El punto C del segundo cuadrante (figura 23a) se proyecta  $c'$  en vertical superior y  $c$  en horizontal posterior. *En montea* sus proyecciones: horizontal  $c$  y vertical  $c'$  quedan arriba de LT sobre una perpendicular a ella.

*Horizontal posterior.* El punto D (figura 24a) se proyecta a sí mismo  $d$  en horizontal posterior y  $d'$  en la línea de tierra ya que su altura es igual a cero.



*En montea* (figura 24b) la proyección vertical  $d'$  es un punto de la línea de tierra y la horizontal  $d$ , se encuentra arriba de ella, sobre la perpendicular en  $d'$ .

*Tercer cuadrante.* El punto E de este cuadrante (figura 25a), se proyecta  $e$  en horizontal posterior y  $e'$  en vertical inferior. *En montea* (figura 25b) su proyección vertical  $e'$  está abajo de  $LT$  y la horizontal  $e$  arriba de ella, cabe advertir que la montea de este cuadrante es inversa a la del primero.

*Vertical inferior.* El punto F (figura 26a) se proyecta a sí mismo  $f$  en vertical inferior y  $f$  en  $LT$ . *En montea* (figura 26b) la proyección vertical  $f$  es abajo de la línea de tierra, y la horizontal  $f$  en un punto de ella.

*Cuarto cuadrante.* El punto G (figura 27a) se proyecta  $g'$  en vertical inferior y  $g$  en horizontal anterior. *En montea* (figura 27b) las dos proyecciones, horizontal y vertical, estarán abajo de la línea de tierra sobre una perpendicular a ella, esta montea es inversa a la del segundo cuadrante.

*Horizontal anterior.* El punto H (figura 28a), es a sí mismo su proyección  $h$  en horizontal anterior, y se proyecta  $h'$  en la línea de tierra. *En montea* (figura 28b) la proyección horizontal  $h$  es abajo de la línea de tierra, y la vertical  $h'$  en ella.

Hemos visto que todos los puntos situados sobre alguno de los planos de proyección, tienen una de sus proyecciones en la línea de tierra ya que según estén en el vertical o en el horizontal, tendrán respectivamente alejamiento o altura igual a cero, y si estudiamos con más detenimiento sus monteas, veremos que participan de las características de los dos cuadrantes adyacentes al plano en que se encuentran pues son la etapa de transición, la mitad del camino entre esos dos cuadrantes.

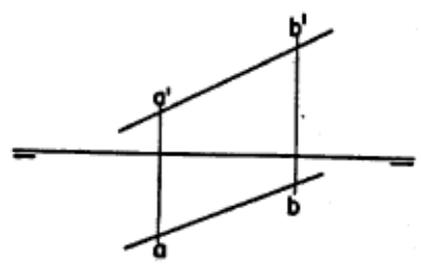
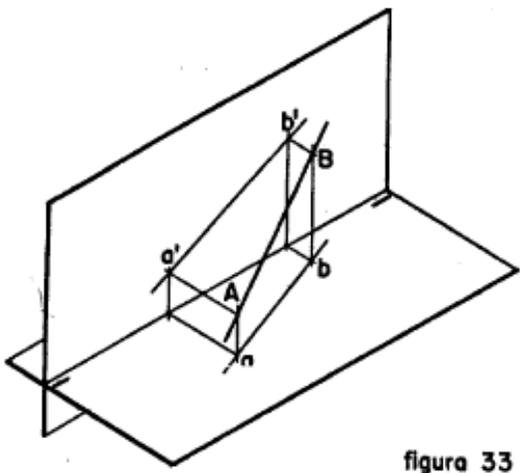
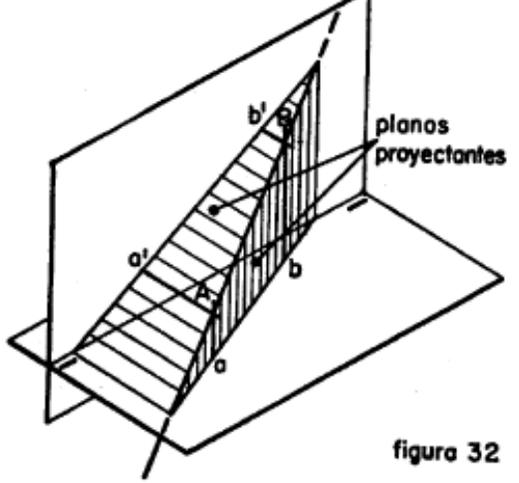
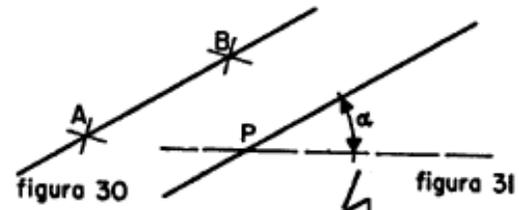
*Punto en LT.* Este punto I (figura 29a) es muy particular, ya que tanto su altura como su alejamiento son iguales a cero, consecuentemente se proyecta a sí mismo en horizontal y en vertical sobre un solo punto de  $LT$ . *En montea* (figura 29b), su proyección vertical  $i'$  y la horizontal  $i$  se presentan en un punto de  $LT$ .

Si cualquier figura del espacio se proyecta por las proyecciones de los puntos que la forman, sabiendo determinar las de uno de ellos podremos determinar las de cualesquiera otros, en el cuadrante en que se localicen. Normalmente el trabajo se desarrollará en primer cuadrante, pero con frecuencia encontramos al resolver un problema puntos de otros cuadrantes, que es necesario reconocer y saber emplear, para llevar a buen fin la montea propuesta.

3. *La recta, definición:* Entendemos por línea en general, una sucesión de puntos y por *línea recta* a aquella en que dicha sucesión, representa la *distancia mínima entre dos puntos* que por definición es la distancia entre ellos. La línea se considera en una sola dimensión; longitud.

4. *Determinación de la recta:* La línea recta ilimitada en su longitud, requiere para quedar determinada, conocer dos puntos cualesquiera de ella (figura 30), tales como *A, B* o (figura 31) un punto *P* y la dirección  $\alpha$  de la recta con respecto a un eje o plano de referencia.

Para obtener las proyecciones de una recta del espacio (figura 32), es necesario y suficiente determinar las de dos puntos de ella; sean éstos *A, B* cuyas proyecciones *a, a'* y *b, b'* determinan a su vez las rectas *ab, a'b'* que son respectivamente las proyecciones horizontal y vertical de la recta dada y se definen como el lugar geométrico de las proyecciones de todos los puntos de la recta del espacio. Dicho de otra manera, las proyectantes de todos los puntos de la recta, determinan dos planos denominados proyectantes de ella, cuyas intersecciones con los de proyección dan como resultado las proyecciones buscadas.



• RECTA CUALQUIERA

5. *Posiciones de la recta: Caso general.*

*Recta cualquiera* (figura 33) es toda recta oblicua con respecto a los planos de proyección. *En montes* (figura 33a) sus proyecciones horizontal y vertical, son rectas oblicuas respecto de *LT*.

*Trazas de la recta.* Se denominan trazas de un elemento cualquiera, a sus intersecciones con los

planos de proyección, reciben el nombre del plano en que se producen: *Traza horizontal*, la que resulta de la intersección con el horizontal, y *Traza vertical* a la intersección con el vertical, son necesariamente lugares geométricos de altura cero y alejamiento cero respectivamente, por consecuencia, una de sus proyecciones estará siempre en *LT*.

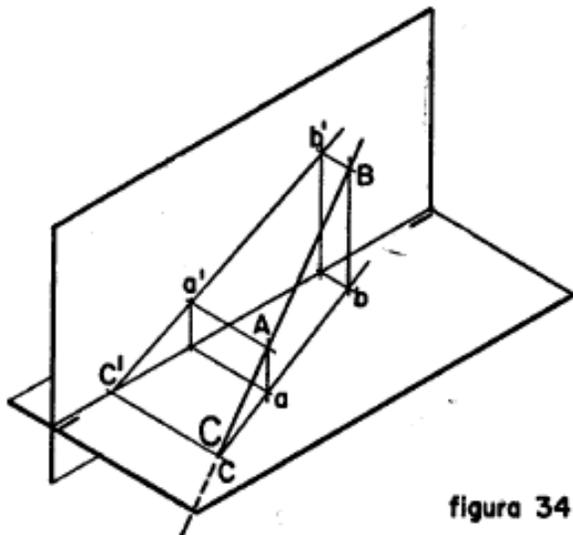


figura 34

*Traza horizontal.* Determinación (figura 34). Si la recta se prolonga hasta cortar en  $C$  al plano horizontal, tendrá en ese punto altura cero; su proyección vertical  $c'$  habrá llegado a la línea de tierra, por tanto en la horizontal  $c$ , se unirán la recta del espacio y su proyección horizontal. *En montea* (fi-

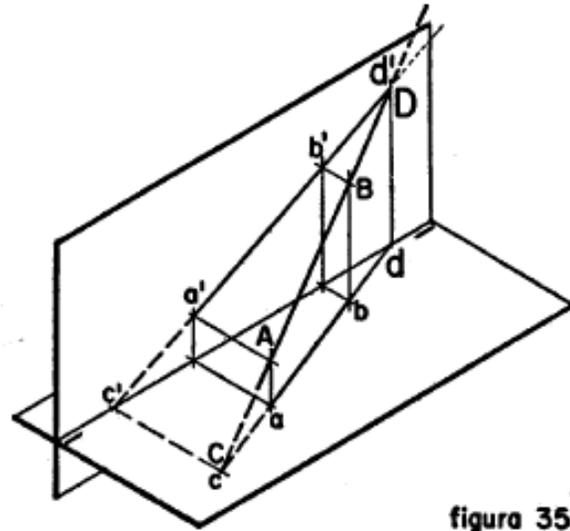
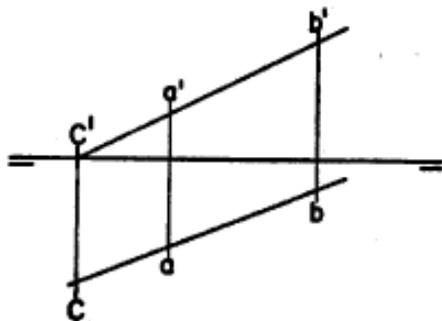


figura 35

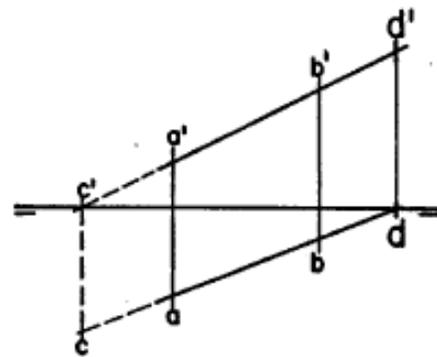
*Traza vertical.* Determinación (figura 35). Prolonguemos ahora  $AB$ , hasta encontrar en  $D$  al plano vertical; su proyección horizontal  $ab$  se prolongará necesariamente hasta cortar en  $d$  a  $LT$ , y la vertical  $a'b'$  se unirá en  $d'$  con el punto  $D$  de la recta del espacio, que tiene alejamiento cero.



### TRAZA HORIZONTAL

figura 34a

gura 34a) basta prolongar la proyección vertical  $a'b'$  hasta cortar en  $c'$  a la línea de tierra, este punto se proyecta hasta encontrar la prolongación de la proyección horizontal  $ab$  en  $c$ , que es la traza horizontal de la recta y a la vez su proyección.



### TRAZA VERTICAL

figura 35a

*En montea* (figura 35a). Se prolonga la proyección horizontal  $ab$  hasta cortar en  $d$  a  $LT$ , se refiere este punto a la proyección vertical  $a'b'$ , encontrándola en  $d'$ , lugar de alejamiento cero que es la traza vertical.

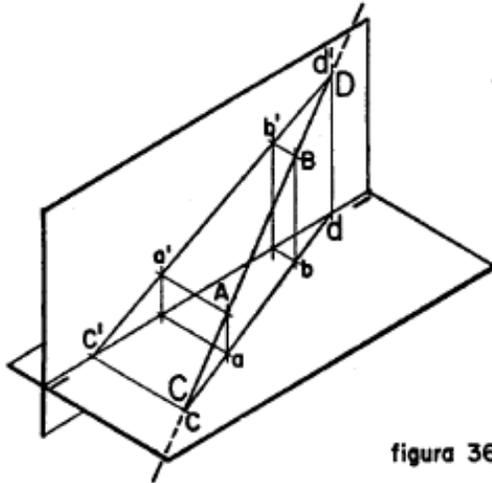


figura 36

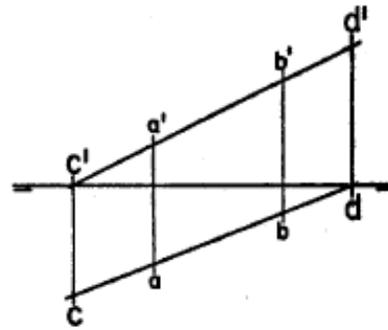


figura 36a

De este modo (figura 36) la recta puede quedar determinada por sus trazas  $CD$  en el espacio, o  $c'c'$   $dd'$  en montea, y como lo indican las figuras 36 y 36a la recta se extiende en el espacio, recorriendo varios cuadrantes, a través de los planos de proyección.

figura 37

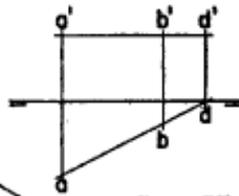
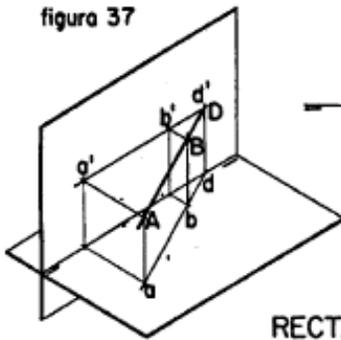


figura 37a

RECTA HORIZONTAL

6. Posiciones de la recta: Casos particulares.

**Recta horizontal** (figura 37). Es toda recta paralela al horizontal de proyección; su altura será constante en tanto que su alejamiento varía. *En montea* (figura 37a) su proyección vertical  $a'b'$  es una recta paralela a  $LT$ , y la horizontal  $ab$  oblicua respecto de ella, pero paralela y de igual longitud que la recta del espacio, por lo que se denomina *proyección de verdadera magnitud*. *Trazas*: siendo paralela al horizontal de proyección, la recta jamás lo cortará, es decir, no tiene traza horizontal, pero sí corta al vertical, produciéndose su traza en  $D$  o sus proyecciones  $d, d'$  por el procedimiento descrito en el caso general.

figura 38

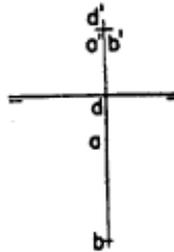
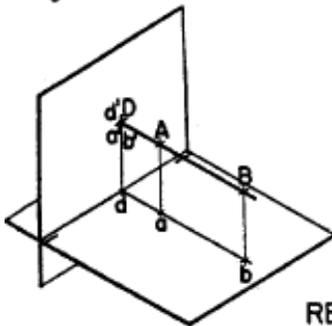
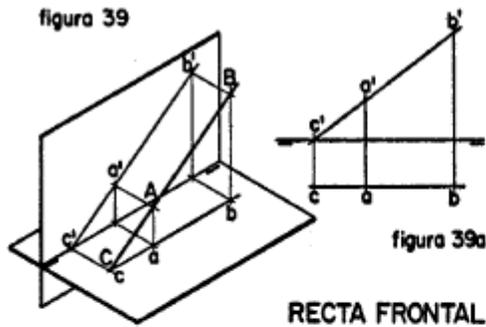


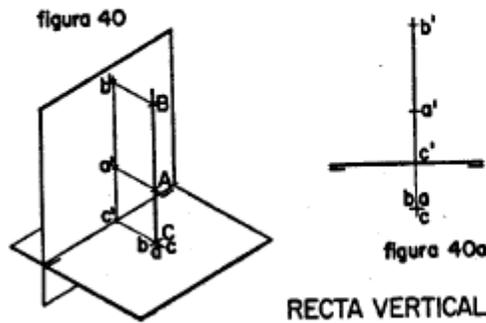
figura 38a

RECTA DE PUNTA

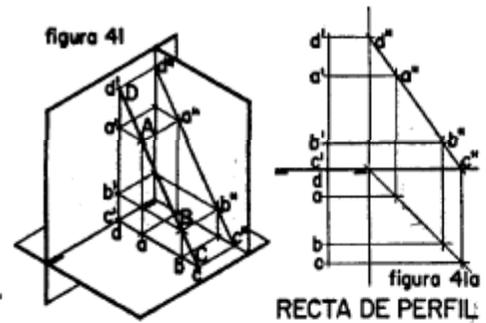
**Recta de punta** (figura 38). Es toda recta perpendicular al vertical de proyección, será por tanto paralela al horizontal, se considera caso particular de recta horizontal. *En montea* (figura 38a). Se caracteriza por tener su proyección vertical  $a'b'$  íntegra en un punto, es decir que toda la recta por larga que sea se proyecta totalmente en ese punto, en tanto que la horizontal  $ab$  es una recta perpendicular a  $LT$  sobre la misma proyectante del punto proyección vertical. *Trazas*: como toda horizontal no tiene traza horizontal, la vertical correspondiente, se produce  $d'$  en el mismo punto proyección íntegra de la recta, y  $d$  en la línea de tierra.



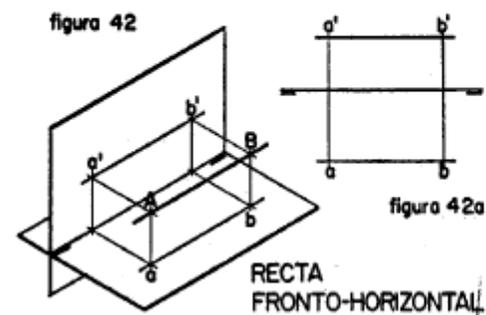
*Recta frontal* (figura 39). Es toda recta paralela al vertical de proyección, su altura será variable, en tanto su alejamiento es constante. *En montea* (figura 39a) su proyección horizontal es una recta  $ab$  paralela a  $LT$  y la vertical una recta  $a'b'$  oblicua, pero de verdadera magnitud. *Trasas*: por ser paralela al vertical de proyección, no tiene traza en él, pero sí en el horizontal, la que se determina como en el caso general  $c', c$ .



*Recta vertical* (figura 40). Es toda perpendicular al horizontal de proyección, es por tanto paralela al vertical y se considera caso particular de recta frontal. *En montea* (figura 40a) su proyección horizontal  $ab$  es íntegra en un punto y la vertical  $a'b'$  en una perpendicular a  $LT$ . *Trasas*: sólo tiene traza horizontal que se localiza  $c'$  en la misma proyección íntegra,  $c$  en  $LT$  y se define como pie de la vertical.



*Recta de perfil* (figura 41). Es toda recta paralela al lateral de proyección. *En montea* (figura 41a) se caracteriza por tener sus proyecciones horizontal  $ab$  y vertical  $a'b'$  en una misma perpendicular a  $LT$ , requiere por claridad de la tercera proyección, que es de verdadera forma y magnitud. *Trasas*: tiene trazas horizontal  $c'c$  y vertical  $d'd$ , que se resuelven empleando la proyección lateral, en forma análoga a la descrita para el caso general.



*Recta fronto-horizontal* (figura 42). Es toda paralela a la línea de tierra, se considera caso particular de horizontal y frontal simultáneamente. *En montea* (figura 42a) sus proyecciones horizontal  $ab$  y vertical  $a'b'$ , son rectas paralelas a  $LT$ . *Trasas*: no reconoce traza horizontal ni vertical.

Es de notarse que a toda posición, respecto del plano horizontal, corresponde otra igual respecto del vertical, y las montea de estas figuras serán iguales pero invertidas, tales son: las rectas horizontal y frontal, o las de punta y vertical.

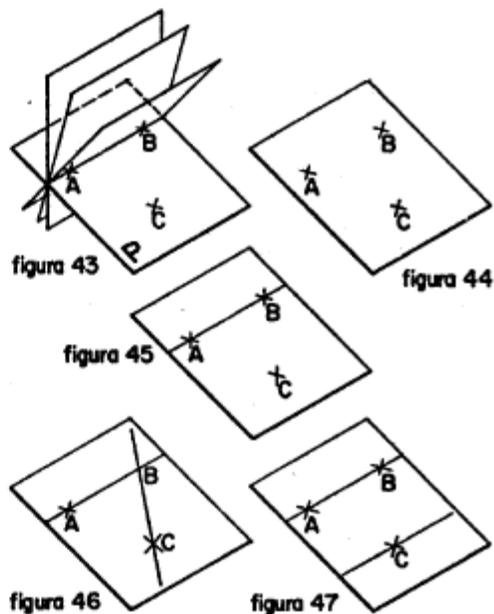
Asentemos también que para que exista proyección de verdadera magnitud, es necesario que la figura del espacio sea paralela al plano en que se proyecta, e inversamente, cuando aquélla exista, podemos afirmar que la figura del espacio es paralela a su proyección.

7. *El plano, determinación:* Entendemos por plano la superficie determinada por tres puntos o lo que ellos representen. Al efecto (figura 43), dos puntos  $A, B$  determinan una recta y sólo una, por ella puedan pasar infinidad de planos, pero entre todos ellos, sólo uno, el plano  $P$  contiene también al punto  $C$ , de manera que esos tres puntos (figura 44) pueden representar:

- a) (figura 45), una recta  $AB$  y un punto  $C$
- b) (figura 46), dos rectas,  $AB$  y  $BC$ , que se cortan en  $B$
- c) (figura 47), una recta  $AB$  y su paralela por  $C$ .

Todos estos sistemas: tres puntos; dos rectas que se cortan o dos rectas paralelas, representan y determinan el plano. Usualmente nos serviremos del segundo, dos rectas que se cortan.

En el plano se reconocen sólo dos de las dimensiones del espacio, sobre las que se extiende en forma ilimitada, independientemente de la posición que guarde en aquél. Cualquiera de los sistemas antes mencionados, determina el plano, sin que esto signifique que la superficie resulte por ellos limitada.



### PLANO CUALQUIERA

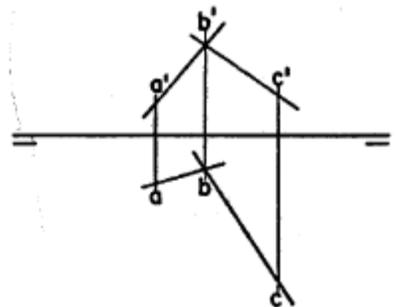
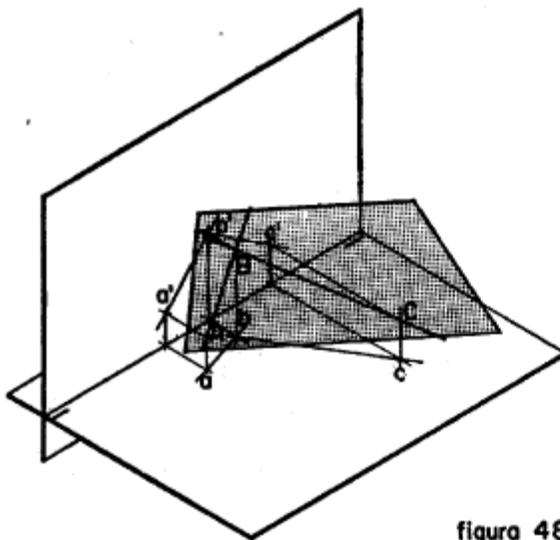


figura 48 figura 48a

### 8. Posiciones del plano: Caso general.

*Plano cualquiera* (figura 48). Es todo plano oblicuo respecto a los de proyección. *En montea* (figura 48a), queda representado por las proyecciones de dos rectas cualesquiera de su superficie, que se cortan, tales como  $ab, a'b', bc, b'c'$ .

*Trazas del plano.* Se definen como el lugar geométrico de las trazas de todas las rectas que contiene el plano.

Siendo estas trazas intersecciones del plano cualquiera con los de proyección, resultan necesariamente en líneas rectas, por lo cual es suficiente para cono-

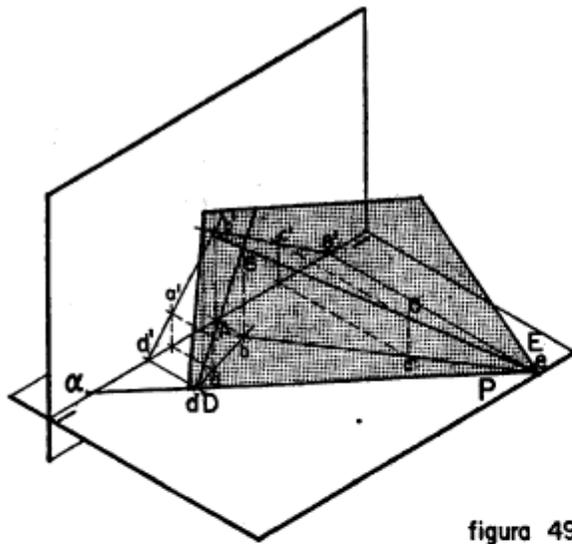


figura 49

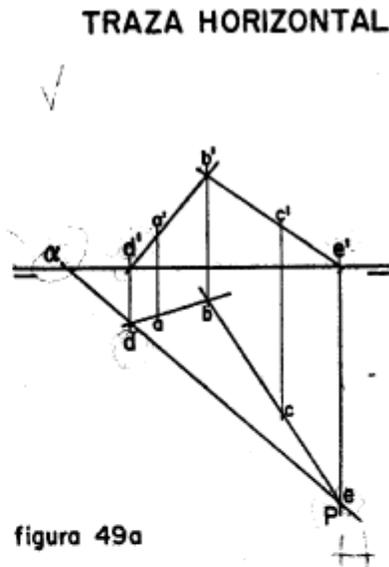


figura 49a

**TRAZA VERTICAL**

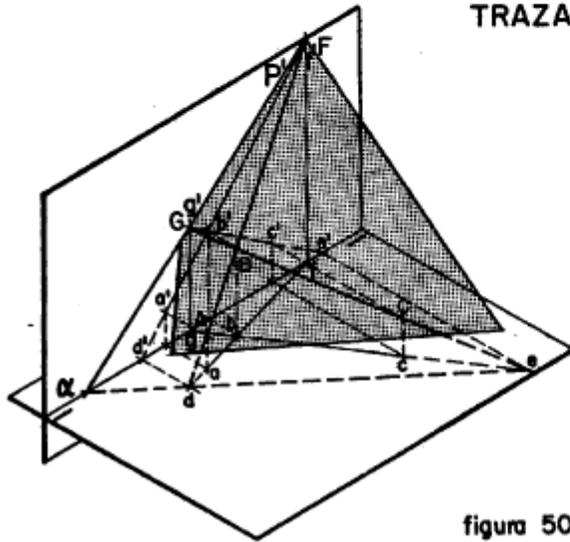


figura 50

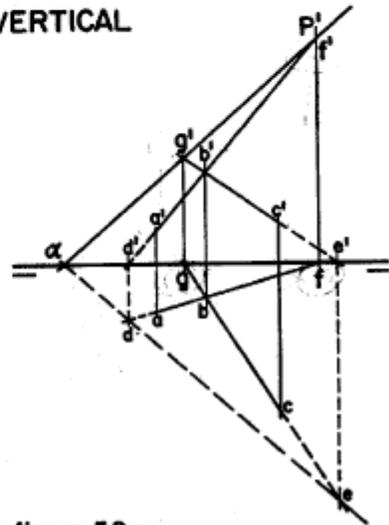


figura 50a

cerías, determinar las trazas de dos de las rectas conocidas del plano, muy ventajosamente las que lo determinan.

Traza horizontal (figuras 49 y 49a). Si determinamos las trazas horizontales de las rectas  $AB$  y  $BC$ , en los puntos  $D$  y  $E$ , sus proyecciones verticales  $d'$  y  $e'$  estarán en la línea de tierra, en tanto las horizontales  $d$ ,  $e$ , definen una recta  $\alpha P$ , lugar en el cual

el plano tiene altura cero, o lo que es lo mismo, corta al horizontal de proyección.

Traza vertical (figuras 50 y 50a). Determinando las trazas verticales de las rectas  $AB$  y  $BC$  en los puntos  $F$ ,  $G$ , respectivamente, las proyecciones horizontales de esos puntos  $f$ ,  $g$ , están en la línea de tierra, y las verticales  $f'$ ,  $g'$ , dan por resultado la recta  $P'\alpha$  que es la traza buscada.

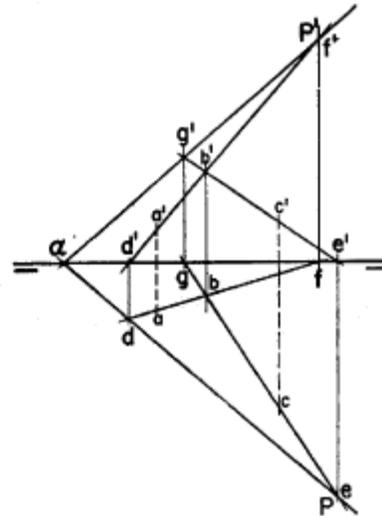
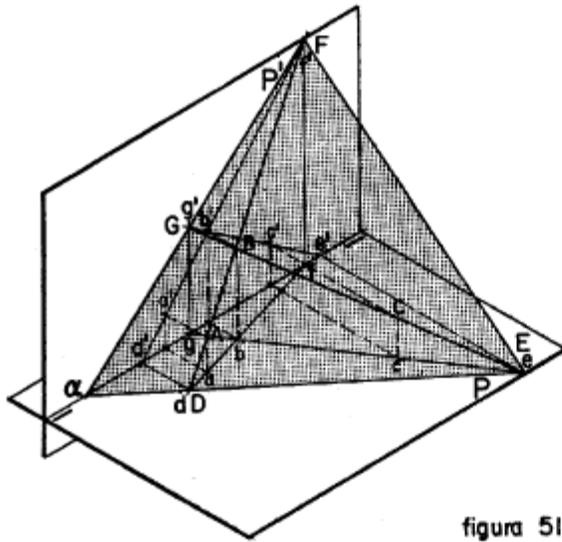


figura 51    figura 51a

Las dos trazas,  $P'a$  y  $aP$  (figuras 51 y 51a) reconocen un punto común  $\alpha$  en la línea de tierra, pues si el plano dado  $ABC$  corta simultáneamente a los dos de proyección, habrá necesariamente un punto común a los tres que por fuerza se encontrará en la línea de tierra, única común a los planos de proyección.

De este modo el plano (figuras 52 y 52a) puede quedar también determinado por sus trazas, y aunque esta representación parezca simplificada, hay que pensar que aquél en realidad lo está, por dos rectas muy particulares, una horizontal y una frontal, que tienen simultáneamente una de sus proyecciones en la línea de tierra, pues (figura 52a) todos los puntos de la traza vertical  $P'a$  tales como  $a'$ ,  $b'$ , se proyectan en horizontal en  $a$ ,  $b$ , sobre la línea de tierra, determinando la proyección horizontal de aquélla; de igual modo la traza horizontal  $aP$  en la que consideramos otros dos puntos,  $c$ ,  $d$ , tiene su proyección vertical  $c'$ ,  $d'$ , sobre la línea de tierra, ya que su altura es cero.

Queda entonces el plano determinado por dos rectas: frontal  $AB$ , y horizontal  $CD$ , que se cortan en  $a$  y cuyas proyecciones horizontales  $ab$ ,  $cd$ , y verticales  $a'b'$ ,  $c'd'$ , se cortan en ese punto que siendo de la línea de tierra es a sí mismo sus dos proyecciones.

Así, al trabajar con planos definidos por sus trazas, se trabajará igual que cuando lo están por rectas diferentes de ellas, sin olvidar que la traza vertical tiene proyección horizontal en  $LT$ , en tanto que la

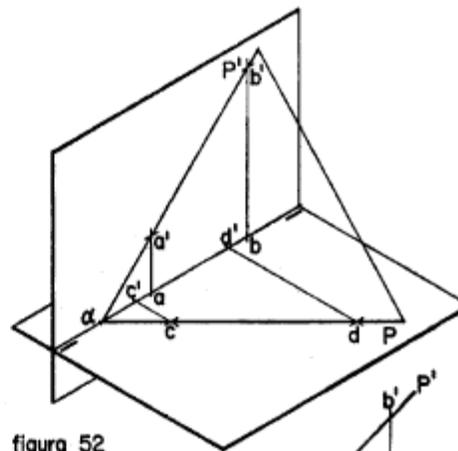


figura 52

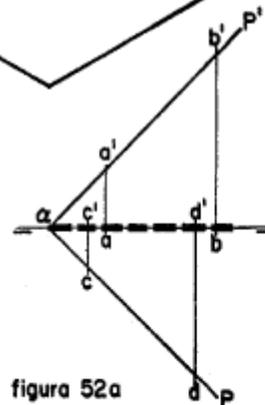


figura 52a

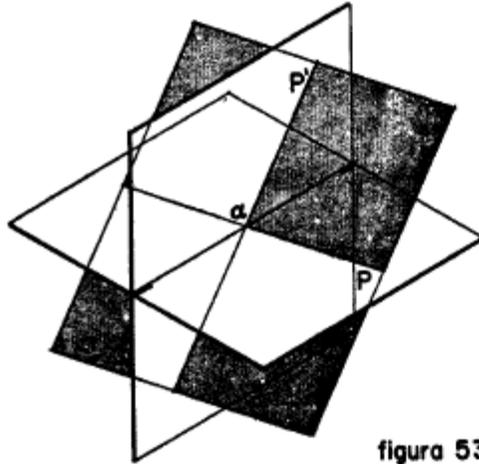


figura 53

traza horizontal tiene proyección vertical en  $LT$ . La figura 52a representa la montea de un plano determinado por sus trazas, separando esas proyecciones que se encuentran en la línea de tierra para mayor claridad de la explicación.

Entendida esta disposición del plano, nos damos cuenta (figura 53) que un mismo plano está en todos los cuadrantes pues considerándolo ilimitado, se extiende a través de ellos, cortando a los planos de proyección según sus trazas.

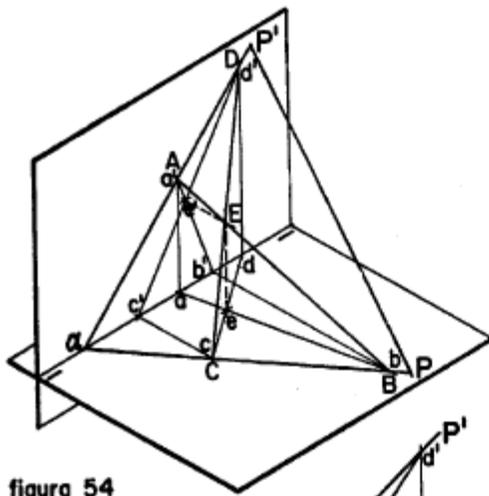


figura 54

Resuelto el problema de conocer las trazas de un plano a partir de dos rectas cualesquiera de él, podemos, conocidas las trazas, determinar rectas del plano diferentes de ellas (figuras 54 y 54a).

Tracemos una recta  $A, B$  (figura 54) que vaya de traza a traza y determinemos sus proyecciones  $a'b'$ ,  $ab$ ; del mismo modo podemos tomar cualquier otra como  $CD$  con proyecciones  $c'd'$ ,  $cd$ .

En montea (figura 54a) el problema se resuelve trazando la proyección vertical  $a'b'$ , que va de la traza vertical  $\alpha P'$  a  $LT$ ; el punto  $a'$  de esta traza, tiene su proyección horizontal en  $a$  sobre  $LT$ , en tanto el  $b'$  proyección en  $LT$  tendrá proyección horizontal  $b$  en la traza  $\alpha P$ , pues de otra manera está fuera del plano. Trazando las proyecciones  $ab$ ,  $a'b'$  que estos puntos determinan, habremos definido la recta  $AB$  del plano  $P'\alpha P$ .

Podemos partir también de la proyección horizontal  $cd$  entre la línea de tierra y la traza horizontal;  $c$  proyección horizontal en  $\alpha P$ , corresponderá a  $c'$  proyección vertical en  $LT$ , y  $d$  en  $LT$ , lo hará con  $d'$  en  $\alpha P'$  quedando resuelta la proyección vertical correspondiente  $c'd'$ . Así encontraremos cualesquiera otras rectas del plano, pero recordemos que bastan las dos que hemos construido para determinar el plano.

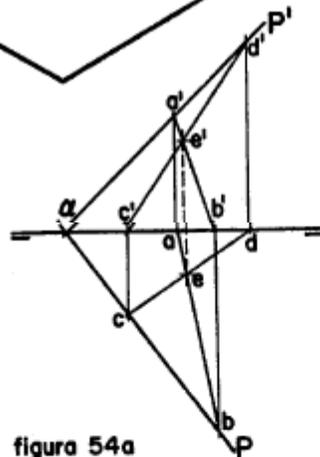


figura 54a

Es de notarse que el punto  $e$ , en el cual se cortan las proyecciones horizontales  $ab$ ,  $cd$ , corresponde en la misma proyectante con  $e'$  en el que lo hacen las proyecciones verticales  $a'b'$ ,  $c'd'$ , lo que nos demuestra, que las rectas  $AB$  y  $CD$ , se cortan y por tanto determinan y pertenecen al mismo plano.

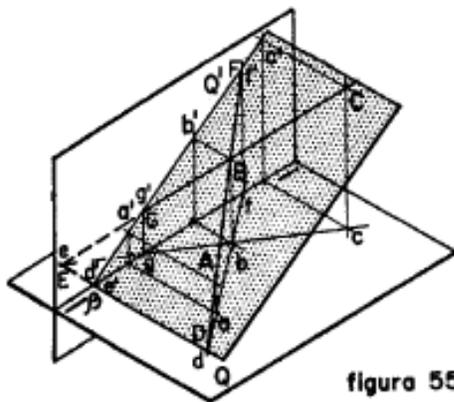


figura 55

PLANO DE CANTO

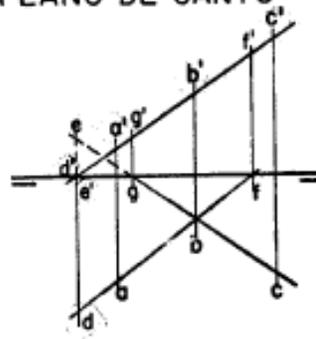


figura 56

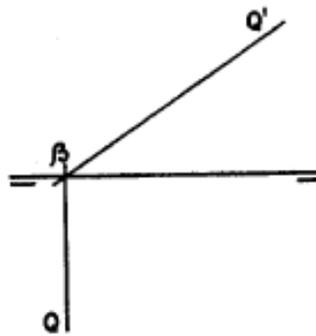


figura 56a

PLANO HORIZONTAL

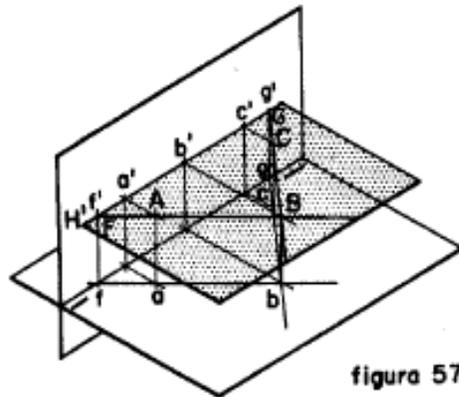


figura 57

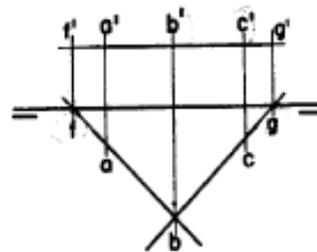


figura 58

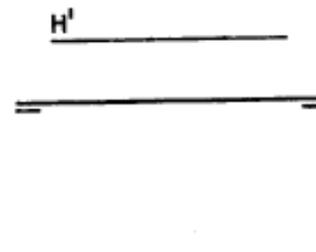


figura 58a

9. Posiciones del plano: Casos particulares.

Reciben también el nombre de planos auxiliares, por la característica común de tener una de sus proyecciones totalmente en una recta, que por eso se llama *proyección íntegra del plano*, propiedad que nos permite usarlos como pasos intermedios en la solución de muchos problemas.

*Plano de canto* (figura 55). Es todo plano perpendicular al vertical de proyección. *En montea* (figura 56) queda representado por su proyección vertical, íntegra en una recta oblicua respecto de  $LT$ , en tanto que la horizontal, es en figuras diversas.

Trazas (figuras 55 y 56). Al aplicar el procedimiento general, se obtendrá la traza vertical  $Q'\beta$  que será la misma proyección íntegra, llevada hasta la línea de tierra en el punto  $\beta$  y la horizontal,  $\beta Q$ , una recta perpendicular a  $LT$  en el mismo punto  $\beta$  (recta de punta, con altura cero). En la figura 56a se presenta el plano dado por sus trazas.

*Plano horizontal* (figura 57). Es todo paralelo al horizontal de proyección, resulta por tanto perpendicular al vertical, por lo que se le considera caso

particular de plano de canto. *En montea* (figura 58). Su proyección vertical es íntegra en una recta paralela a  $LT$ , en tanto la horizontal resulta en figuras de *verdadera forma y magnitud*, es decir, las figuras proyectadas son iguales en su aspecto y dimensiones, a las correspondientes del espacio.

Trazas (figuras 57 y 58). Es evidente que el plano horizontal no tiene traza horizontal, ya que es paralelo al horizontal de proyección, su traza vertical,  $H'$  será la misma recta paralela a  $LT$  (figura 58a), proyección íntegra del plano.

*Plano vertical* (figura 59). Es todo perpendicular al horizontal de proyección. *En montea* (figura 60) su proyección horizontal, es íntegra en una recta oblicua respecto de  $LT$  y la vertical, en figuras diversas. (Nótese que esta montea, es inversa a la del plano de canto.)

Trazas (figura 60a). Su traza horizontal,  $\gamma V$  es su misma proyección íntegra, prolongada hasta  $LT$  y la vertical  $V'\gamma$  es una perpendicular a  $LT$  en ese punto (recta vertical, con alejamiento cero).

*Plano frontal* (figura 61). Es todo paralelo al

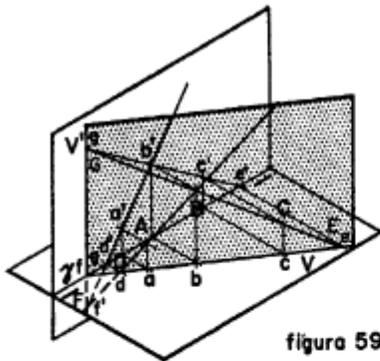


figura 59

PLANO VERTICAL

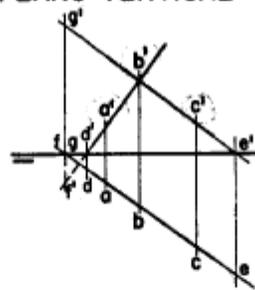


figura 60

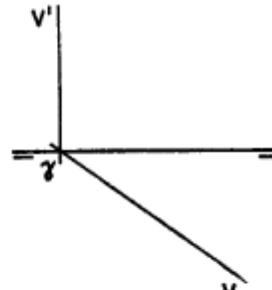


figura 60a

PLANO FRONTAL

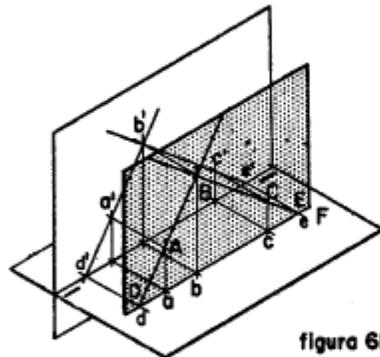


figura 61

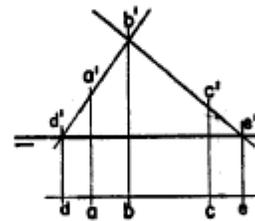


figura 62

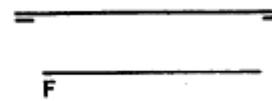


figura 62a

PLANO DE PERFIL

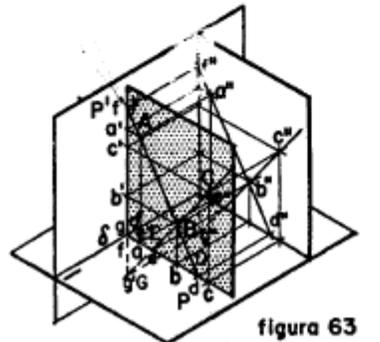


figura 63

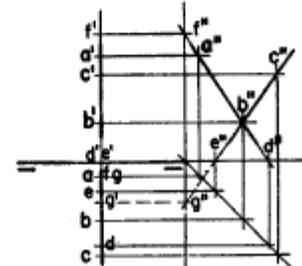


figura 64

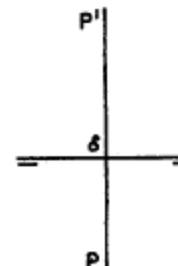


figura 64a

vertical de proyección, es consecuentemente perpendicular al horizontal, se considera caso particular de vertical. *En montea* (figura 62), su proyección horizontal es íntegra en una recta paralela a  $LT$ , y la vertical en figuras de verdadera forma y magnitud.

**Trazas** (figura 62a). Sólo tiene traza horizontal  $F$  en su misma proyección íntegra.

**Plano de perfil** (figura 63). Es todo paralelo al lateral de proyección, es por tanto perpendicular al horizontal y al vertical de proyección, es decir, a la

línea de tierra, se le considera caso particular de vertical y de canto, simultáneamente, requiere por claridad de la tercera proyección.

*En montea* (figura 64). Sus proyecciones horizontal y vertical, son íntegras sobre una misma recta perpendicular a  $LT$ , en tanto la lateral es de verdadera forma y magnitud.

**Trazas** (figura 64a). Sus trazas horizontal y vertical,  $P'\delta P$ , son sus mismas proyecciones alineadas en una perpendicular a  $LT$ .

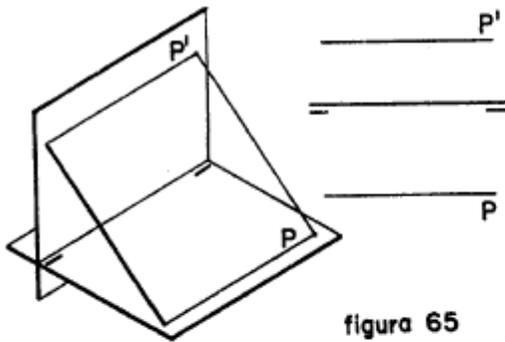


figura 65

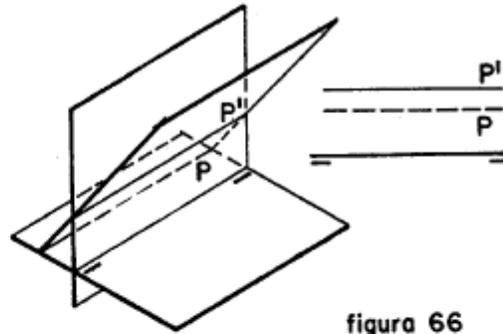


figura 66

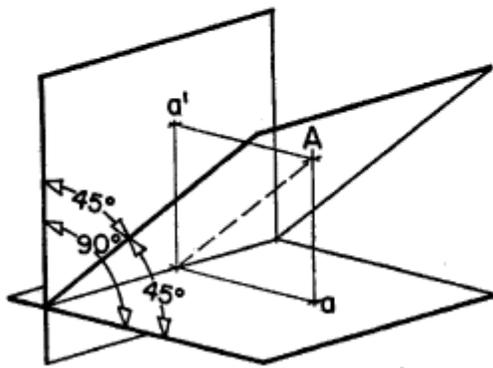


figura 67

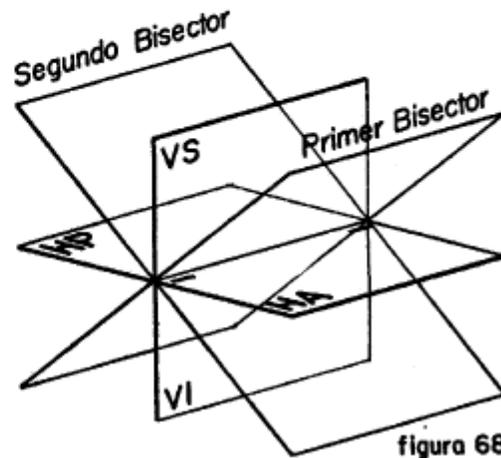


figura 68

Cabe presentar entre los casos particulares el del plano paralelo a la línea de tierra (figuras 65 y 66), en el cual las dos trazas, son rectas paralelas entre sí y a ella; y el del plano que pasa por *LT*. En este último caso se presenta el muy particular, del plano que biseca el diedro formado por los de proyección, que por ello se denomina *bisector* (figura 67); habiendo dos de ellos, el llamado primer bisector, que biseca a los cuadrantes primero y tercero, y el segundo, que lo hace con el segundo y cuarto cuadrantes (figura 68).

De inmediato se deduce que puesto que estos bisectores (figura 67), forman ángulos iguales con los dos planos de proyección, un punto cualquiera de ellos tal como *A*, tendrá siempre altura y alejamiento iguales; característica que da lugar a una serie de consideraciones que por demasiado particulares no vale la pena tratar, y siendo al fin estos planos, oblicuos respecto a los de proyección, caen en el caso del plano cualquiera, pudiendo tratarse como tales sin perder de vista que sus trazas se confunden en la línea de tierra.

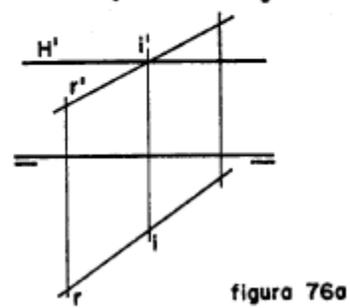
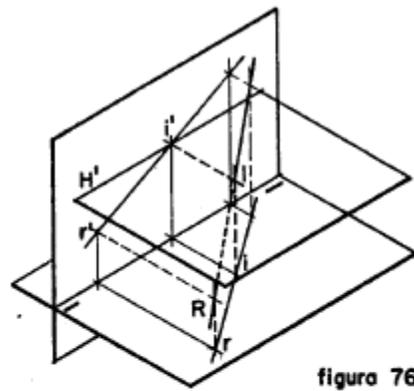
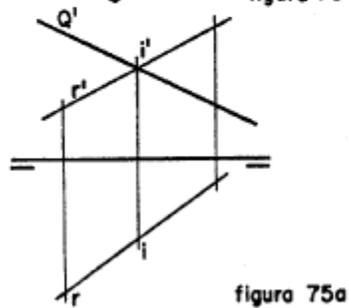
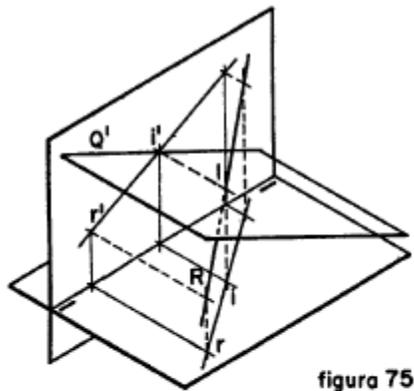
## Unidad 2

### Intersecciones de rectas y planos.

#### 2.1. Intersección de recta cualquiera con cada uno de los tipos de planos auxiliares.

Intersección de recta cualquiera con cada uno de los tipos de planos auxiliares: De canto, horizontal, vertical y frontal. En todos los casos, los datos serán: una recta cualquiera R y el plano auxiliar correspondiente.

- a) intersección de recta cualquiera con plano de canto (figura 75 y 75<sup>a</sup>), o con plano horizontal /figuras 76 y 76<sup>a</sup>).



40

- b) Intersección de recta cualquiera con plano vertical (figura 77 y 77a) o con plano frontal (figuras 78 y 78a).

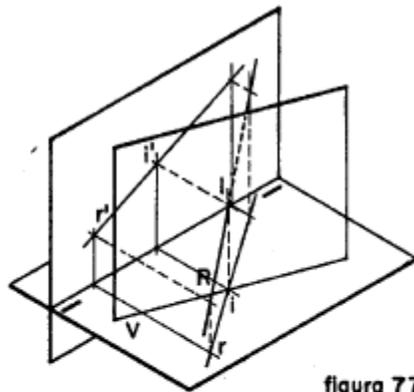


figura 77

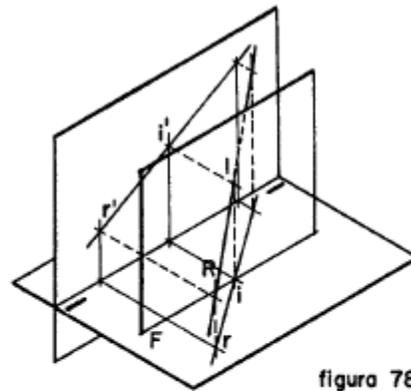


figura 78

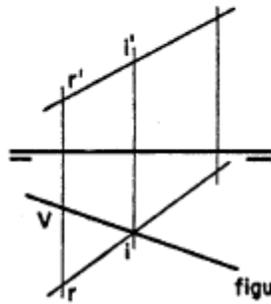


figura 77a

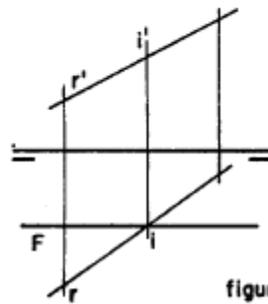


figura 78a

## 2.2. Intersecciones de plano cualquiera con cada uno de los tipos de planos auxiliares.

De canto, vertical, horizontal y frontal. La intersección de dos planos es una línea recta y como tal determinada por dos puntos, basta entonces para resolver estos problemas, conocer las intersecciones de dos rectas del plano cualquiera con el auxiliar (convenientemente aquellas que lo determinan) y trazar la recta única entre esos dos puntos.

- a) Intersección de plano cualquiera con plano de canto (figura 79 y 79a).
- b) Intersección de plano cualquiera con plano vertical (figuras 81 y 81a).

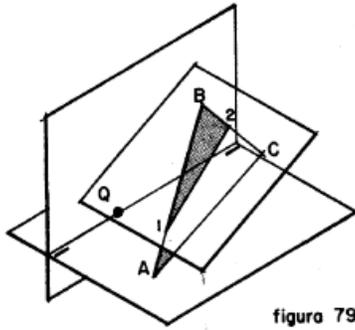


figura 79

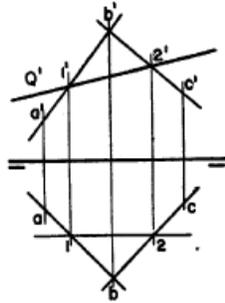


figura 79a

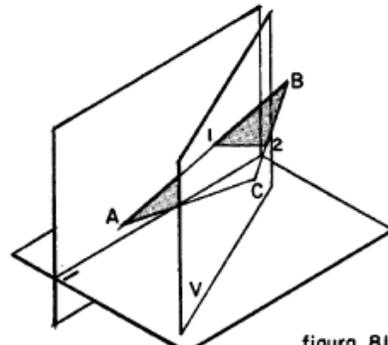


figura 81

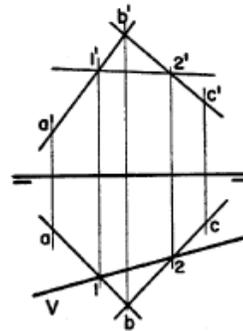


figura 81a

- c) Intersección de plano cualquiera con plano horizontal. Determinación de horizontales del plano cualquiera (figuras 83 y 83a).
- d) Intersección de plano cualquiera con plano frontal (figuras 85 y 85a). determinación de frontales de plano cualquiera.

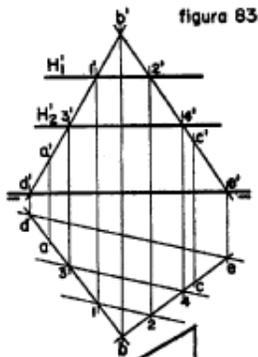


figura 83

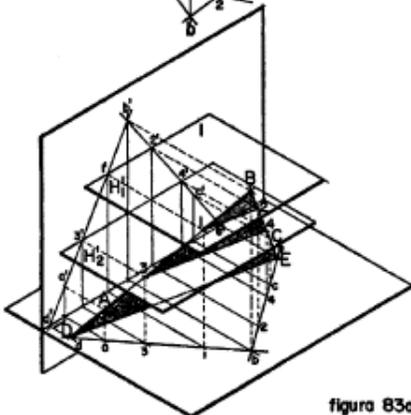


figura 83a

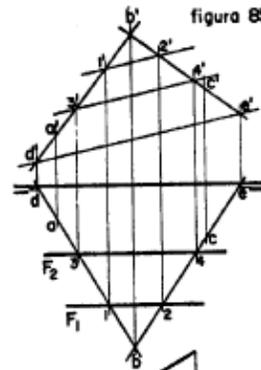


figura 85

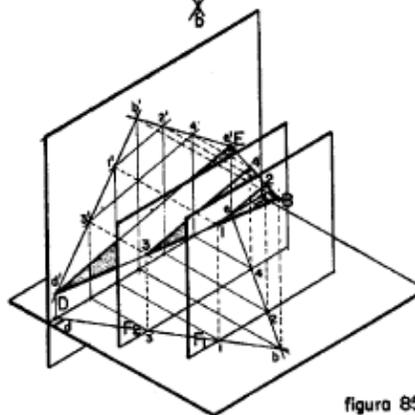


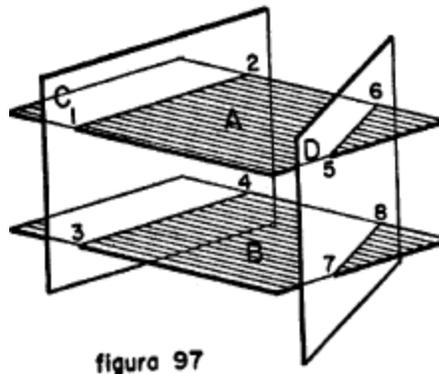
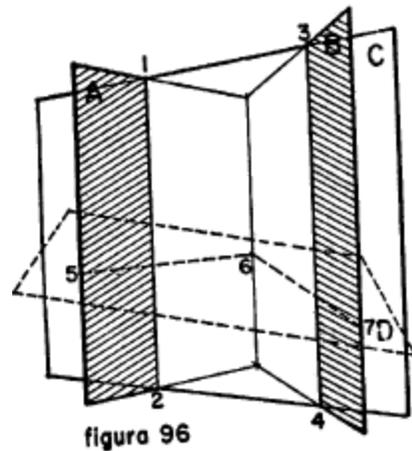
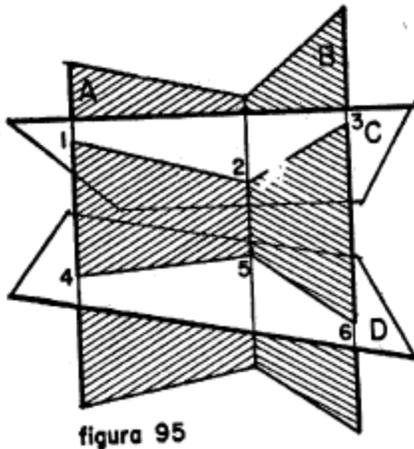
figura 85a

### 2.3. Intersección de dos planos cualesquiera.

El problema se presenta de varias maneras, ya que los planos pueden estar determinados por rectas cualesquiera o por sus trazas resultando tres combinaciones posibles:

- Los dos planos dados por rectas cualesquiera;
- Los dos planos dados por sus trazas;
- Uno de los dos planos está dado por rectas cualesquiera y el otro por sus trazas.

El procedimiento general para resolver estos problemas (figuras 95), consiste en cortar los planos propuestos A y B por terceros auxiliares C y D. El plano C determina como intersecciones con aquellos, dos rectas 1, 2 2, 3 que, o se cortan o son paralelas. Si se cortan (figura 95, 96 y 97), el punto 2 de intersección de estas dos rectas, es un punto de la intersección entre los dos planos, y basta repetir el procedimiento con otro auxiliar D, muy ventajosamente paralelo al primero, para obtener otras dos rectas 4,5 5,6 cuya intersección en el punto 5 determina con el 2, la recta 2,5 de intersección entre los dos planos del problema.



## 2.4. Intersección de tres planos cualesquiera.

Tres o más planos pueden cortarse siguiendo una misma recta (figura 113), pero el caso característico de intersección de tres planos, es aquel (figura 114) en que solo existe un punto  $V$  común a todos ellos, el de intersección, a la vez vértice del triedro que forman entre si los tres planos.

Cuando más de tres planos (figura 115) se cortan entre si, en un punto común a todos ellos, se forma un poliedro que tiene como vértice ese punto. En el estudio de la intersección de tres planos, se presentan varios casos, según la forma en que aquellos estén determinados:

- Los tres planos dados por rectas cualesquiera
- Los tres planos dados por trazas
- Dos planos dados por rectas cualesquiera y el tercero por trazas
- Dos planos dados por trazas y el tercero por rectas cualesquiera

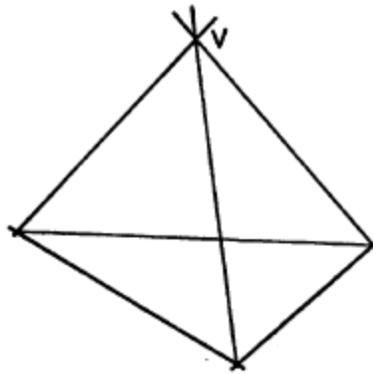


figura 114

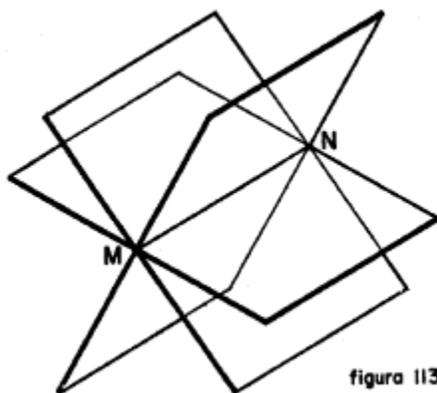


figura 113

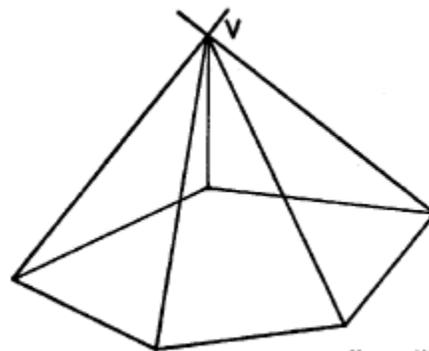
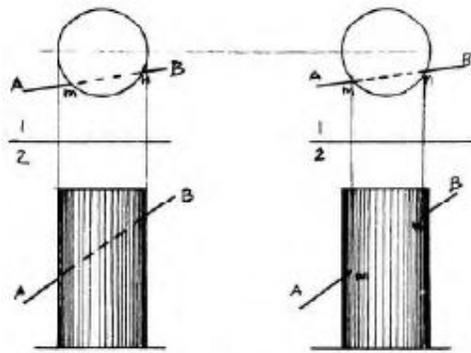
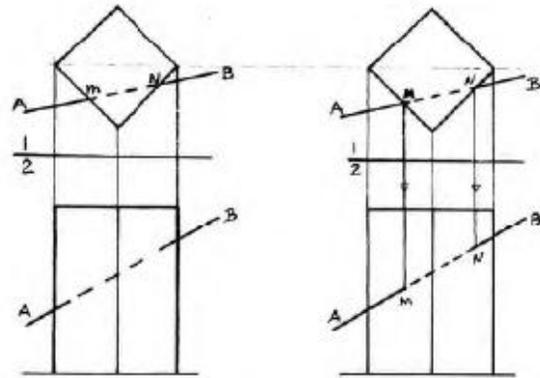


figura 115

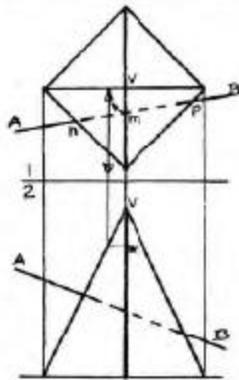
## 2.5. Intersección de recta con prisma, cilindro y pirámide.



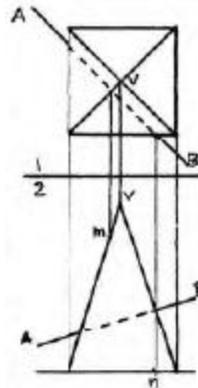
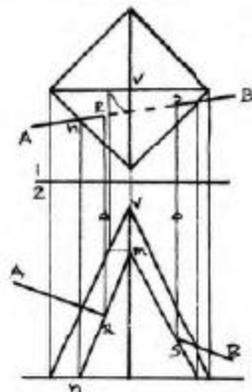
INTERSECCION DE CILINDRO Y RECTA



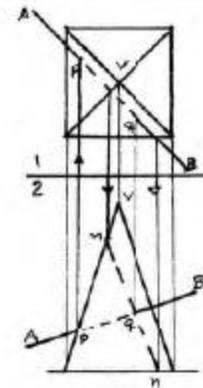
INTERSECCION DE PRISMA Y RECTA



INTERSECCION DE PIRAMIDE Y RECTA



INTERSECCION DE PIRAMIDE Y RECTA



## 2.6. Paralelismo y perpendicularidad.

### 2.6.1. Paralelismo.

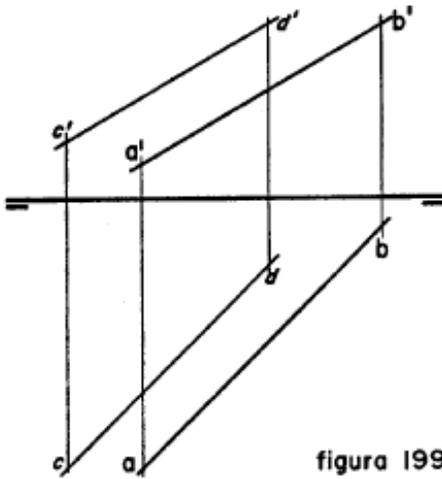


figura 199

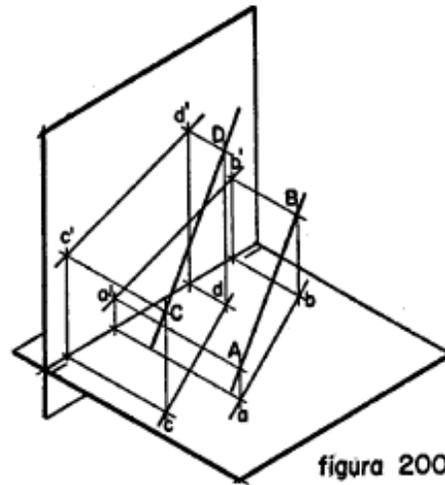


figura 200

Se refiere este capítulo al estudio en monte, de los casos de paralelismo y perpendicularidad, que se presentan en el espacio; de rectas o de planos entre sí, o entre rectas y planos.

#### I. PARALELISMO:

1. *Dada una recta cualquiera por sus proyecciones, construir paralelas a ella:* sea una recta cualquiera  $a'b'$   $ab$  (figura 199).

El problema así planteado tiene infinidad de soluciones, pues basta para resolverlo, trazar proyec-

ciones paralelas a las de la recta dada; tales serán,  $c'd'$   $cd$ , respectivamente paralelas a  $a'b'$   $ab$ , que determinan una recta del espacio paralela a la propuesta.

Habrà entonces tantas rectas paralelas como proyecciones se puedan trazar bajo esta condición.

Corolario I: cuando varias rectas del espacio son paralelas entre sí, sus proyecciones del mismo nombre también lo son (figura 200); inversamente, cuando las proyecciones del mismo nombre de varias rectas, son paralelas, las rectas del espacio por ellas determinadas, necesariamente son paralelas.

101

2. *Determinar rectas paralelas a un plano dado:* Datos: un plano cualquiera por sus proyecciones  $a'b'c'$   $abc$  (figura 201).

Es suficiente construir proyecciones paralelas a

las de cualesquiera rectas del plano, para obtener rectas paralelas a él. Así  $e'f'$   $ef$  que son paralelas a  $a'b'$   $ab$  y  $x'y'$   $xy$  que lo son a  $m'n'$   $m'n$ , determinan rectas del espacio paralelas al plano.

102

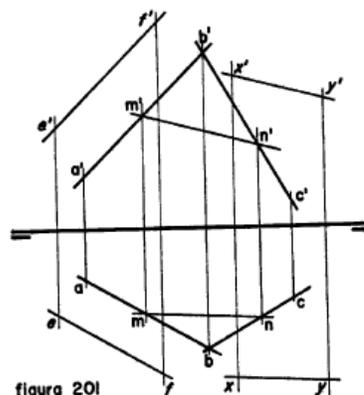


figura 201

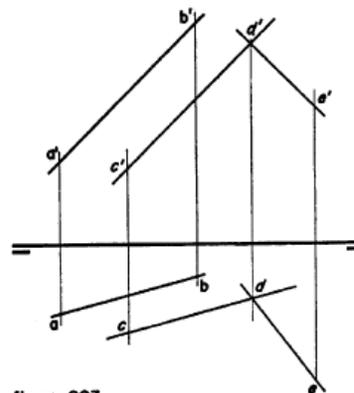


figura 203

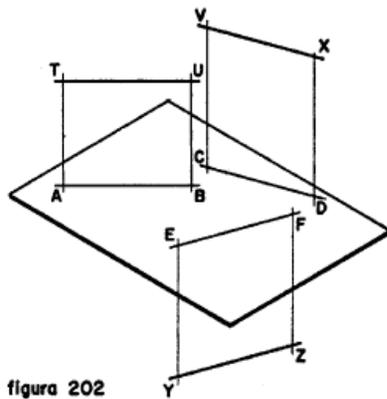


figura 202

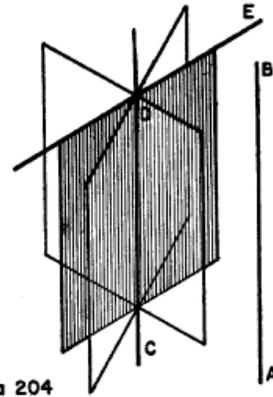


figura 204

Corolario II: una recta es paralela a un plano, cuando lo es a cualquiera de las rectas contenidas en él (figura 202). El número de soluciones posibles es infinito.

3. Construir un plano paralelo a una recta dada:

Datos: proyecciones  $a'b'$   $ab$  de una recta cualquiera (figura 203).

a) Constrúyase una recta tal como  $c'd'$   $cd$ , paralela a la dada.

b) Por un punto cualquiera  $d'd$  de la recta  $c'd'$   $cd$ , hágase pasar otra cualquiera  $d'e'$   $de$ . Estas dos rectas se cortan, determinando un plano  $c'd'e'$   $cde$ , que es paralelo a la recta.

El problema tiene infinidad de soluciones, tantas como rectas sean paralelas a la primera, y para cada una de ellas, tantas como otras que las corten.

Corolario III: un plano es paralelo a una recta (figura 204), cuando contiene por lo menos una recta paralela a ella, es evidente que si se construyen dos rectas paralelas a la dada, éstas también determinan plano paralelo.

4. Dado un plano construir otro paralelo a él:

Datos: proyecciones  $a'b'c'$   $abc$  de un plano cualquiera (figura 205).

Por un punto cualquiera del espacio  $p'p$ , constrú-

yense dos rectas paralelas a cualesquiera de las del plano; por ejemplo  $p'd'$   $pd$  y  $p'e'$   $pe$  paralelas respectivamente a  $a'b'$   $ab$  y  $c'd'$   $cd$ ; puesto que las dos rectas así construidas se cortan, determinan un plano  $d'p'e'$   $dpe$  que resulta necesariamente paralelo al propuesto.

Hay tantas soluciones como rectas que se corten y sean paralelas a las contenidas en el plano.

5. Dadas dos rectas del espacio que no determinan plano, construir un plano paralelo a ambas:

Datos: dos rectas cualesquiera  $a'b'$   $ab$ ,  $c'd'$   $cd$  (figura 206).

Por un punto cualquiera  $f'f$  del espacio, constrúyanse rectas paralelas a las propuestas. Sean éstas:  $f'f'$   $ff$  paralela a  $a'b'$   $ab$  y  $p'e'$   $pe$  paralela a  $c'd'$   $cd$ . El plano que determinan  $f'p'e'$   $ffe$ , es como consecuencia del caso 3, simultáneamente paralelo a ambas rectas, pues contiene al mismo tiempo, paralelas a las dos.

Todos estos problemas que aquí se han planteado en general, presentan como se ha visto infinidad de soluciones; de entre ellas se elegirá en cada caso particular, la que en el enunciado del mismo se encuentre definida, o la que como consecuencia de él resulte más adecuada.

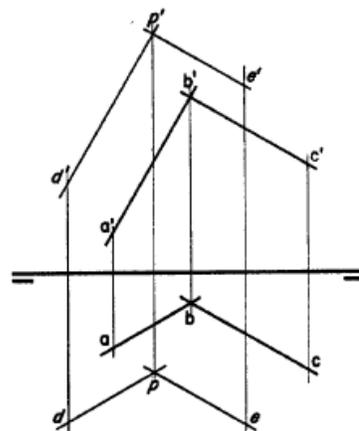


figura 205

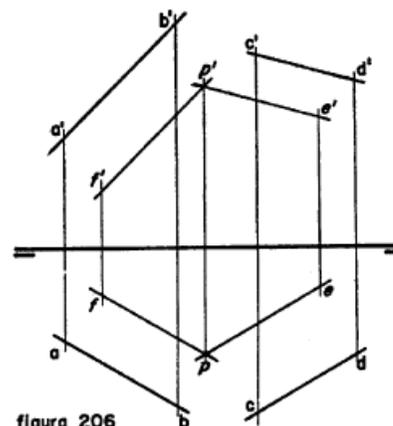


figura 206

## 2.6.2. Perpendicularidad.

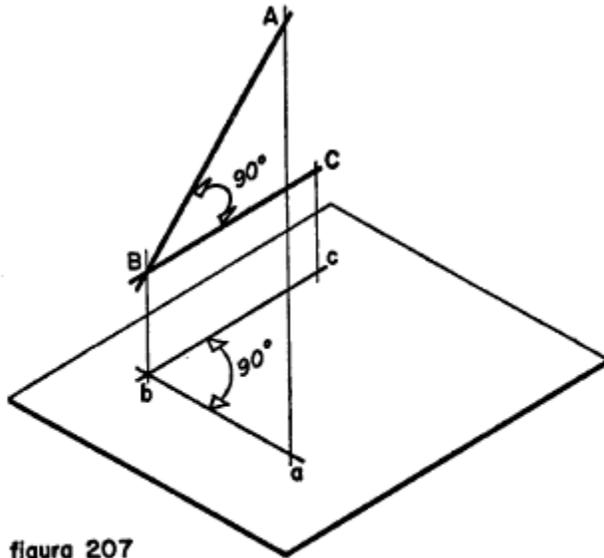


figura 207

*Teorema fundamental.* Cuando dos rectas del espacio perpendiculares entre sí (figura 207), se proyectan en un plano paralelo a una de ellas, las proyec-

ciones de ambas rectas forman también entre sí un ángulo recto, es decir, se proyectan como perpendiculares.

PERPENDICULARES A UNA HORIZONTAL

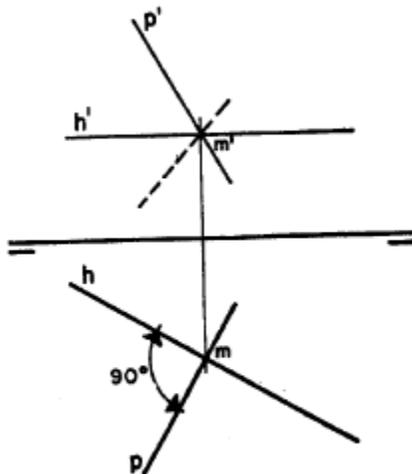


figura 207a

PERPENDICULARES A UNA FRONTAL

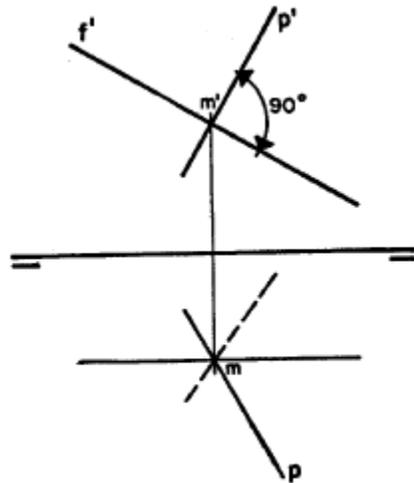


figura 207b

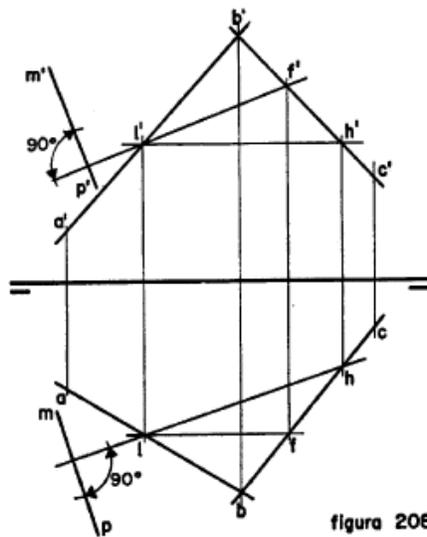


figura 208

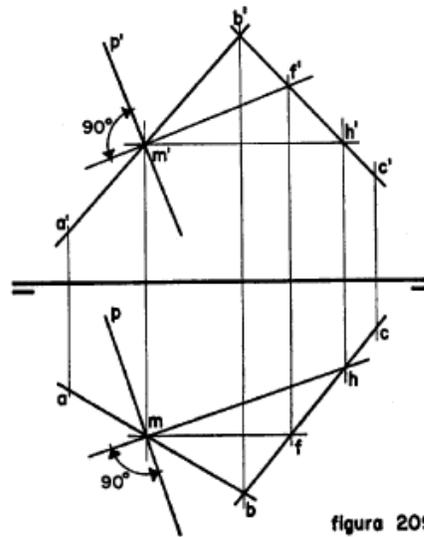


figura 209

Corolario I: en nuestro sistema ortogonal; las rectas perpendiculares a las horizontales, se proyectan en proyección horizontal, perpendiculares a las proyecciones del mismo nombre de éstas (figura 207a) mientras en la vertical pueden tomar cualquier dirección. De manera semejante, las rectas perpendiculares a las frontales, resultan en proyección vertical perpendiculares a sus proyecciones del mismo nombre (figura 207b) mientras en la horizontal pueden tomar cualquier dirección.

1. Construir una recta perpendicular a un plano:

Una recta es perpendicular a un plano, cuando lo es a todas las rectas contenidas en él. Para satisfacer esta condición, es suficiente que tal recta, se construya perpendicular a dos rectas del plano no paralelas, pues siéndolo a ellas, lo será a todas las demás.

Datos: proyecciones  $a'b'c'$   $abc$  de un plano cualquiera (figura 208).

Con base en el teorema fundamental.

1º Constrúyanse una frontal  $fl f'l'$  y una horizontal  $h'l h'l'$  del plano dado.

2º Trácese proyecciones  $m'l'$   $ml$  de una recta, de tal manera que la vertical  $m'l'$ , sea perpendicular a la de la frontal  $f'l'$  y la horizontal  $ml$ , lo sea a la de la horizontal del plano  $h'l$ .

La recta que estas proyecciones determinan, es perpendicular a las frontales y a las horizontales del plano, por tanto lo es al plano mismo.

Corolario II: una recta es perpendicular a un plano, cuando sus proyecciones horizontal y vertical lo son respectivamente a las proyecciones del mismo nombre (las de verdadera magnitud, oblicuas respecto de  $LT$ ) de las horizontales y frontales de aquél. Esta característica la denominaremos en lo sucesivo, *condición de perpendicularidad*.

El problema así propuesto presenta infinidad de soluciones, tantas como rectas obviamente paralelas entre sí, puedan construirse con la condición antes mencionada, pero se estudian por su especial interés, dos casos particulares:

*Construir una recta perpendicular a un plano en un punto dado del mismo.*

Datos: proyecciones  $a'b'c'$   $abc$ , de un plano cualquiera;  $m'm$ , un punto en dicho plano (figura 209).

1º Constrúyanse una horizontal  $h'm' hm$  y una frontal  $fm f'm'$  del plano dado.

2º Por el punto  $m'm$  del plano, háganse pasar  $m'l'$   $ml$  proyecciones de una recta, con la condición de perpendicularidad; queda así determinada, la única perpendicular al plano que es posible construir en ese punto.

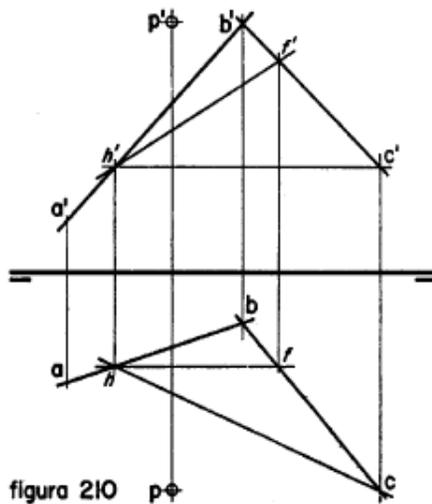


figura 210

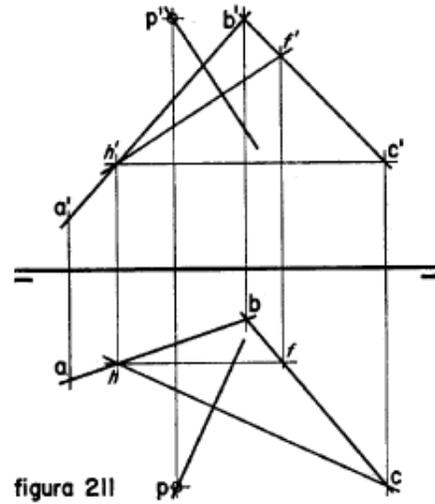


figura 211

*Determinar la distancia entre un plano y un punto exterior a él.*

Este problema se enuncia también: *construir la única perpendicular posible a un plano, desde un punto exterior a él y el pie de esa perpendicular en el plano.*

Datos: proyecciones  $a'b'c'$   $abc$  de un plano;  $p'$  un punto del espacio fuera de aquél.

1º Constrúyanse una horizontal  $c'h'ch$  y una frontal  $h'f'h'f'$  del plano (figura 210).

2º Por el punto  $p'$  del espacio, llévense (figura 211) las únicas proyecciones posibles que satisfagan respecto del plano, las condiciones de perpendicularidad, éstas representan una recta y sólo una, que resuelve el problema.

3º Determinése el punto de intersección  $i'$  de esta recta con el plano (figura 212), la distancia  $p'i'$  entre la intersección obtenida y el punto dado, es la de éste al plano y su verdadera magnitud podrá conocerse, llevando a posición frontal u horizontal, el segmento de recta limitado entre ambos puntos.

2. *Construir un plano perpendicular a una recta:*

Este problema es inverso al anterior, en él vimos que la recta es perpendicular al plano cuando lo es simultáneamente, a sus horizontales y frontales; basta entonces para resolverlo, construir una horizontal en  $p'h'ph$  y una frontal  $fp'f'$  (figura 213) que se corten en  $p'$  y que guarden con respecto a la recta  $a'b'ab$  las condiciones de perpendicularidad.

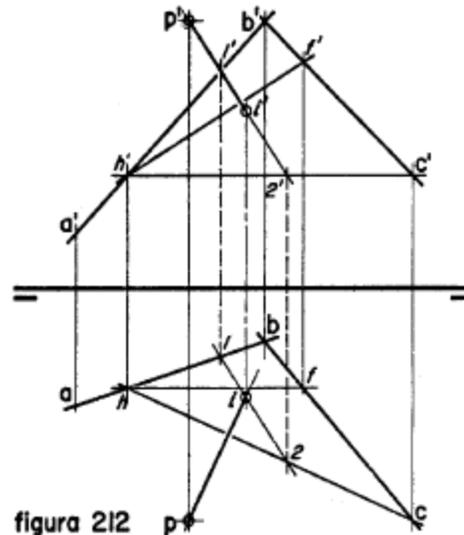


figura 212

El número de soluciones es infinito. Se presentan dos casos particulares:

*Construir un plano perpendicular a una recta pasando por un punto de ella.*

Datos: recta cualquiera  $a'b'ab$  y un punto  $p'$  en ella (figura 214). Por el punto dado en la recta, pásese una frontal  $pf$  cuya proyección vertical  $p'f'$ ; sea perpendicular a la  $a'b'$  de la recta y una hori-

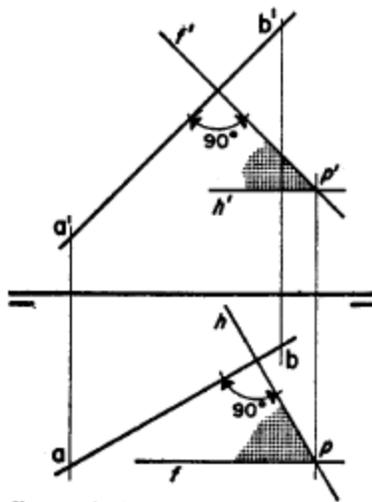


figura 213

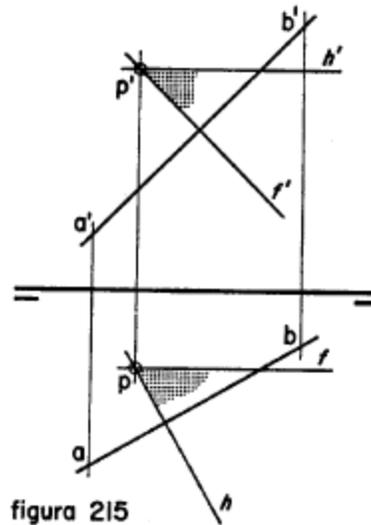


figura 215

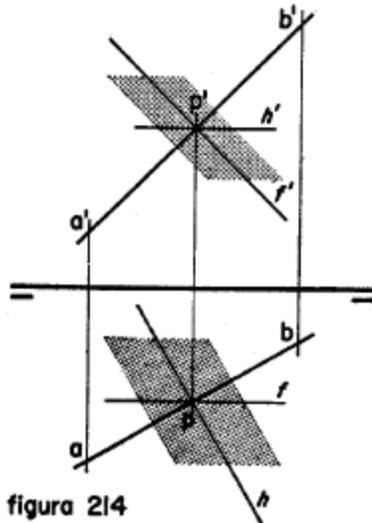


figura 214

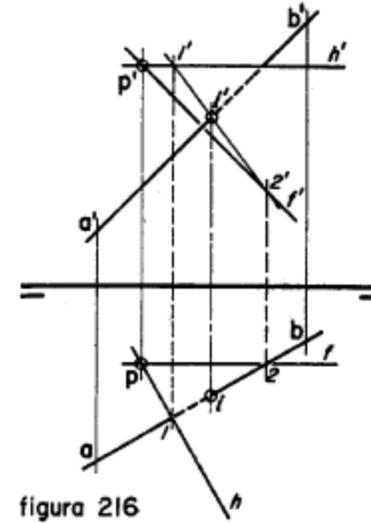


figura 216

zontal  $p'h'$  cuya proyección horizontal  $ph$ , lo sea a la  $ab$ ; el plano determinado,  $h'p'f'$   $hpf$ , único perpendicular a la recta y que pasa por el punto, es la solución exclusiva.

*Construir un plano perpendicular a una recta, desde un punto exterior a ella.*

Datos: recta cualquiera  $a'b'$   $ab$ ; punto  $p'p$  fuera de ella (figura 215).

1º Por el punto dado constrúyanse la horizontal  $p'h'$   $ph$  y la frontal  $pf$   $p'f'$ , con la condición de perpendicularidad. Las dos rectas se cortan en  $p'$   $p$  y determinan el único plano que resuelve el problema  $h'p'f'$   $hpf$ .

2º Si fuera necesario conocer el pie de la recta en el plano, basta determinar la intersección  $i'i$  entre ambos (figura 216).



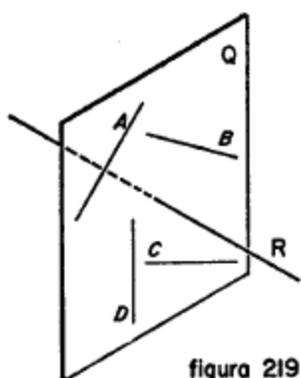


figura 219

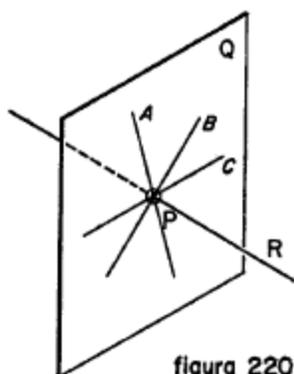


figura 220

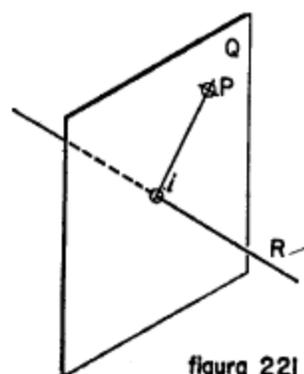


figura 221

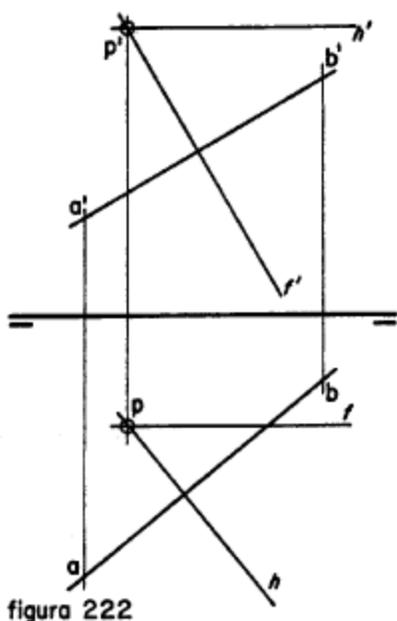


figura 222

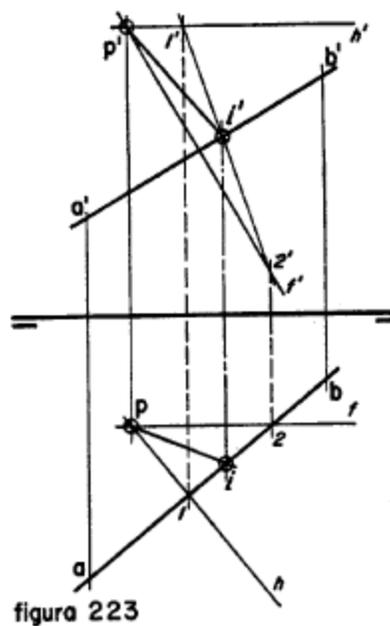


figura 223

Este caso, el más particular lo resolveremos en montea.

Datos: recta cualquiera  $a'b'$   $ab$  y punto  $p'p$  fuera de ella (figura 222).

1º Por el punto  $p'p$  constrúyase el plano perpendicular a la recta (problema 2).

2º Determinese la intersección  $r'i$  entre recta y plano (figura 223).

3º Trácese la recta  $p'i'$   $pi$  determinada por el punto dado y el de intersección, tal recta está contenida en el plano perpendicular a la recta propuesta y por tanto es perpendicular a ella, la única posible entre punto y recta, por definición, la distancia entre aquél y ésta. La verdadera magnitud de esa distancia, se obtendrá llevando a posición frontal u horizontal el segmento  $p'i'$   $pi$ .

5. Determinar la distancia mínima entre dos rectas que no determinan plano; dicho de otro modo, la perpendicular común a dos rectas no coplanares:

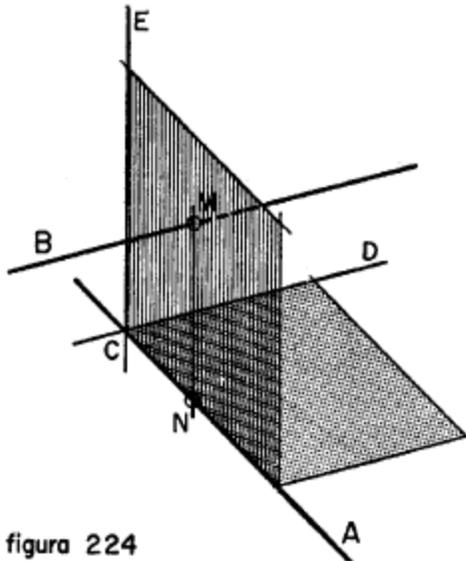


figura 224

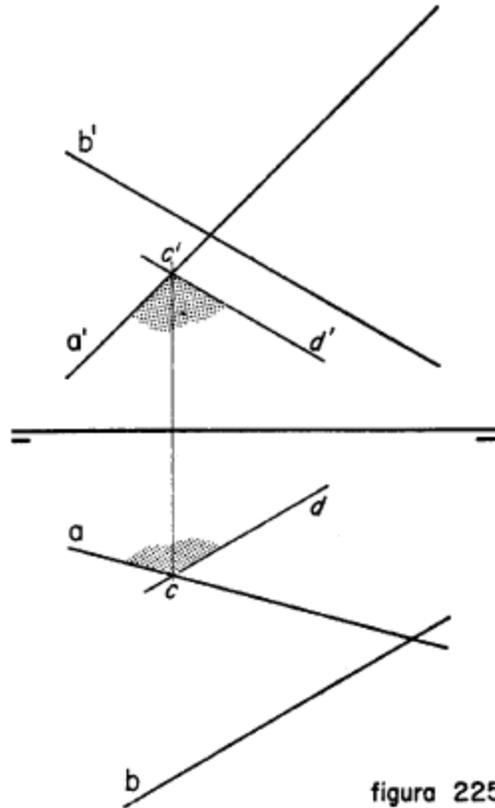


figura 225

#### DATOS DE LA CONSTRUCCIÓN

- $$\overline{CD} \parallel \overline{B}$$
- $$\therefore \widehat{ACD} \parallel \overline{B}$$
- $$\overline{CE} \perp \widehat{ACD} \text{ en el punto } C$$
- $$\therefore \widehat{ACE} \perp \widehat{ACD}$$
- $$\overline{CE} \perp \overline{AC} \text{ y } \overline{CD}$$
- $$\therefore \overline{CE} \perp \overline{B}$$
- M es intersección de  $\overline{B}$  con  $\widehat{ACE}$
- $$\overline{MN} \parallel \overline{CE} \text{ y contenida en } \widehat{ACE}$$
- $$\therefore \overline{MN} \perp \overline{AC} \text{ y } \overline{B} \text{ cortando a ambas}$$
- $$\therefore \overline{MN} \text{ es distancia mínima entre } \overline{A} \text{ y } \overline{B}$$

Datos: dos rectas cualesquiera  $a'a$  y  $b'b$  no coplanares; para el mejor entendimiento de la construcción de este caso lo acompañamos de una representación en el espacio (figura 224), en la cual se emplean en mayúsculas, las mismas letras de la montea.

1º Por un punto cualquiera  $c'c$  de la recta  $a'a$ , llévase una paralela  $c'd'$   $cd$  a la recta  $b'b$  (figura 225); se ha formado un plano  $a'c'd'$   $acd$ , paralelo a la recta  $b'b$ .

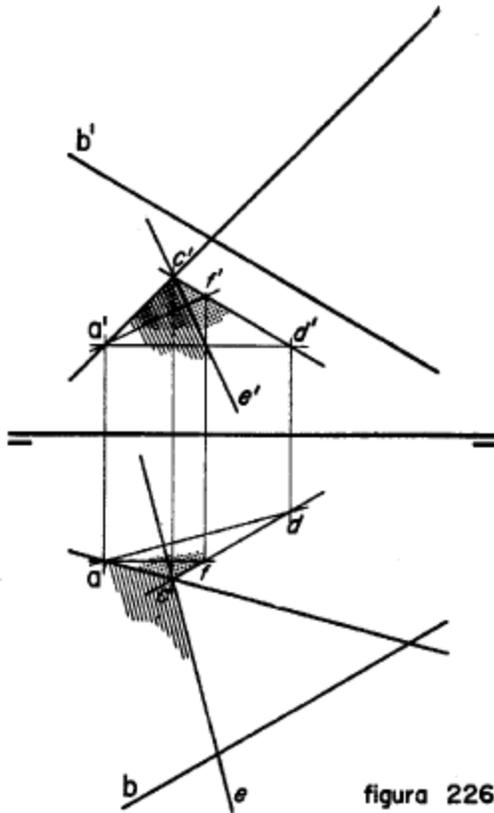


figura 226

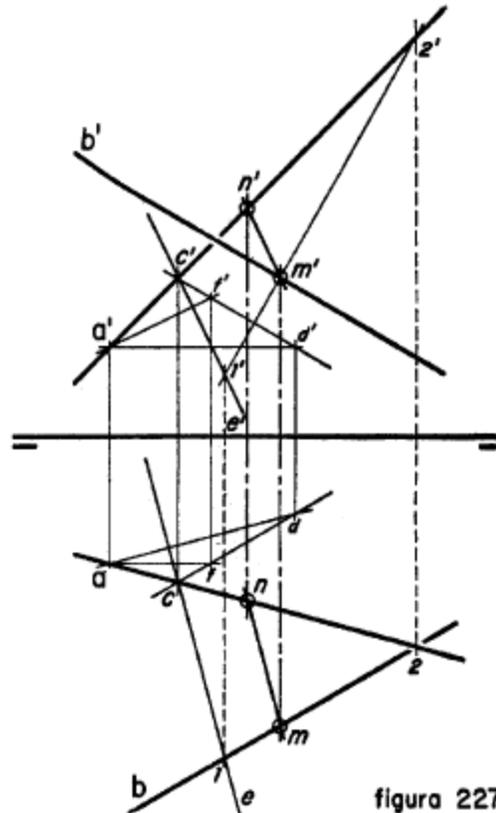


figura 227

2º Por el mismo punto  $c'$ , constrúyase la perpendicular posible  $c'e'$   $ce$  al plano  $a'c'd'$   $acd$  (figura 226), resultando un nuevo plano  $a'c'e'$   $ace$  que es perpendicular al anterior y que contiene como él a la recta  $a'a$ . La recta  $c'e'$   $ce$  es, en consecuencia, perpendicular a la recta  $a'a$ , pero también lo es a la  $b'b$  puesto que ésta es paralela al primer plano construido; conocemos entonces, la dirección en el espacio, de la perpendicular común a ambas rectas.

3º La distancia mínima entre ellas tendrá esa dirección, pero hemos de determinar su situación: para ello (figura 227), constrúyase la intersección

$m'n'$ , de la recta  $b'b$  con el plano  $a'c'e'$   $ace$  y por ese punto, llévase  $m'n'$   $mn$  paralela a  $c'e'$   $ce$ , que forzosamente corta a la  $a'a$  en  $n'n$ , puesto que las dos se encuentran en el mismo plano. La distancia  $m'n'$   $mn$  es entonces la menor entre las rectas dadas, por definición, la distancia entre ellas. Su verdadera magnitud podrá determinarse, llevando a posición frontal u horizontal el segmento así determinado.

Todos estos problemas, pueden también resolverse por procedimientos indirectos, empleando movimientos auxiliares.

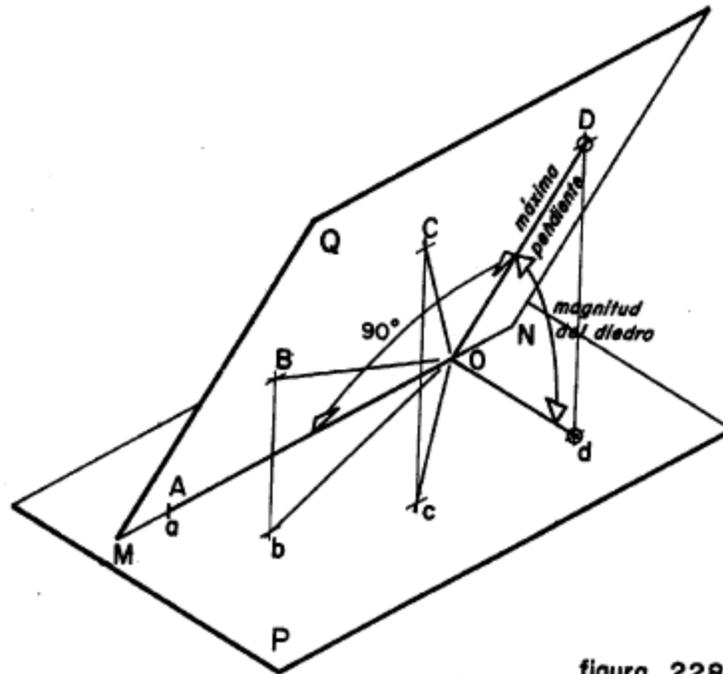


figura 228

### III. DIRECCIÓN DE MÁXIMA PENDIENTE DE UN PLANO:

1. *Definición:* se entiende por dirección de máxima pendiente de un plano respecto a otro, la de las líneas del primero, paralelas entre sí, que forman con sus proyecciones en el segundo, el mayor ángulo posible.

El término *pendiente* se emplea aquí para designar la inclinación de un plano respecto del otro; pero en estricto sentido matemático, corresponde a la tangente trigonométrica del ángulo formado entre las rectas mencionadas y sus proyecciones.

2. *Descripción del problema:* supongamos un plano cualquiera  $Q$  (figura 228), que se proyecta en otro,  $P$ .

Tomemos en el primero una recta  $OA$  paralela al plano de proyección; el ángulo que forma ésta, con su proyección  $Oa$  en él, es de  $0^\circ$ ; recta y pro-

yección son entonces paralelas, o como lo indica la figura se sobreponen, es decir ambas son de igual longitud, por lo que la proyección es de verdadera magnitud, la mayor posible que se puede obtener de una recta dada.

Hagamos girar la recta  $OA$  contenida en el plano, alrededor del punto  $O$ , las sucesivas posiciones que adopte, tales como  $OB, OC$ , forman con sus correspondientes proyecciones,  $Ob, Oc$ , ángulos cada vez mayores mientras las proyecciones se reducen en longitud.

Habrà entonces una posición límite  $OD$ , que forma el mayor ángulo posible con su proyección  $Od$ , en tanto que esta última resulta mínima. La dirección  $OD$ , es, en consecuencia, la de máxima pendiente del plano  $Q$  respecto del  $P$  y se reconoce por ser perpendicular a la intersección  $MN$  entre ambos; dicho de otro modo, a la traza del  $Q$ , en el  $P$ , o lo que es igual, a las líneas del plano  $Q$ , paralelas al

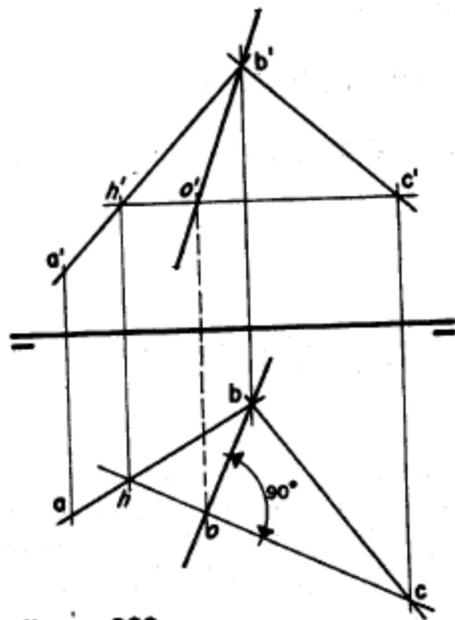


figura 229

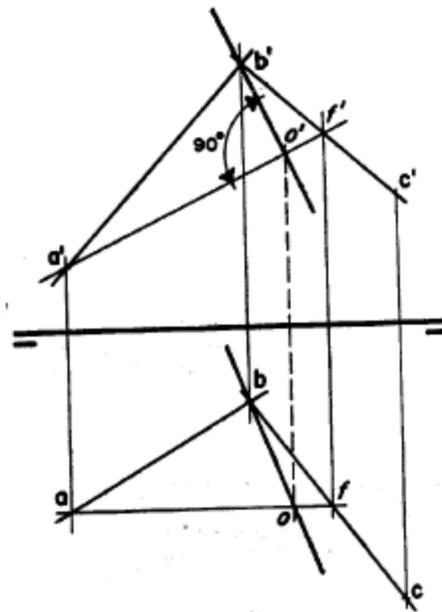


figura 230

de proyección  $P$ . La proyección  $Od$ , es también perpendicular a dicha traza; es así que la línea de máxima pendiente y su proyección, determinan un plano  $DOd$ , perpendicular a la intersección de los dos planos, por lo tanto simultáneamente perpendicular a ellos. Además, la amplitud del ángulo entre las dos rectas, es por definición la medida del diedro entre los planos.

En el sistema ortogonal, un plano cualquiera forma en general, ángulos diferentes con los de proyección, tendrá entonces dos direcciones de máxima pendiente; una con respecto al horizontal, y otra con respecto al vertical.

3. *Determinación en monte, de la dirección de máxima pendiente:*

a) Respecto del horizontal de proyección (figura 229).

En este caso la dirección de máxima pendiente, será perpendicular a la de las horizontales del plano.

Sea un plano cualquiera  $a'b'c' abc$ .

1º Constrúyase una horizontal del plano,  $c'h' ch$ .

2º Trácese en proyección horizontal, cualquier recta como  $bo$  perpendicular a  $ch$ , ésta será la proyección horizontal de la máxima pendiente.

3º Determinese la proyección vertical  $b'o'$  proyectando los puntos  $b$  y  $o$  hasta  $b'$  y  $o'$  respectivamente, en las líneas del plano que los contienen.

b) Respecto del vertical de proyección (figura 230).

Ahora la dirección de máxima pendiente será perpendicular a las frontales del plano.

1º Constrúyase una frontal del plano,  $af' a'f$ .

2º En proyección vertical, trácese una recta como  $o'b'$  perpendicular a  $a'f$ , que será la proyección vertical de la dirección de máxima pendiente.

3º Para determinar la proyección horizontal  $ob$ , proyéctense los puntos  $o'$  y  $b'$  hasta  $o$  y  $b$ , en las líneas del plano que les corresponden.

## **2.7. Axonometría.**

### **2.7.1. Conceptos generales.**

En la representación de cuerpos mediante sus vistas se procura que los planos de proyección sean paralelos o perpendiculares a las direcciones principales de la pieza, con la cual las vistas constituyen representaciones del cuerpo que solo muestran dos dimensiones del mismo. El objeto por medio de sus vistas queda representado realmente como es en forma y dimensiones con proyecciones que pueden obtenerse fácilmente pero que no son siempre suficientemente intuitivas, lo que requiere una imaginación preparada para formarse idea de la pieza y sus vistas.

El método axonométrico consiste en representar los cuerpos sobre un plano de dibujo por medio de una sola proyección, dispuestos de cualquier manera, sin ninguna condición de paralelismo o perpendicularidad respecto del citado del plano. Es decir, que en dicha proyección se aprecian las tres dimensiones principales del cuerpo, dando una idea inmediata de la forma y magnitudes del mismo.

Según los rayos de proyección, tengan perpendicular u oblicua al plano de proyección se clasifican en:

- a) Proyección axonométrica ortogonal
- b) Proyección axonométrica oblicua

### **2.7.2. Proyección axonométrica ortogonal.**

De acuerdo a la posición que tengan los ejes coordenados de referencia en el espacio del plano de proyección, la proyección axonométrica se pueden clasificar en:

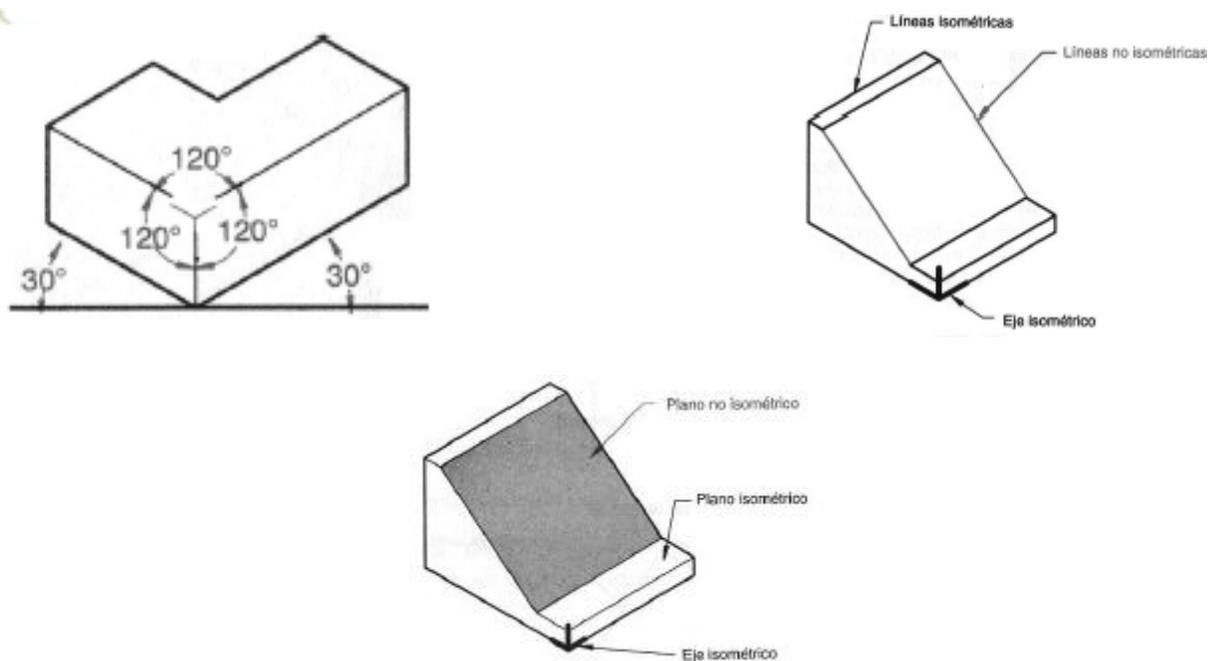
- Proyección axonométrica isométrica
- Proyección axonométrica dimétrica
- Proyección axonométrica trimétrica

### 2.7.3. Proyección axonométrica isométrica.

Tal como fue definido, un dibujo isométrico es un dibujo pictórico axonométrico para el cual el ángulo entre cada eje, en proyección, es igual a 120 grados y se hace uso de la escala natural. La figura muestra un dibujo isométrico, en el que el punto de observación se encuentra por encima de la parte superior del objeto. En este, los ejes están a 30 grados con la horizontal se dibujan arriba de la horizontal.

En un dibujo isométrico, solo pueden medirse longitudes reales a lo largo de las rectas isométricas, que son paralelas a los ejes isométricos. Cualquier línea que no sea paralela a un eje isométrico recibe el nombre de línea o recta no isométrica.

Las líneas no son isométricas incluyen las líneas oblicuas e inclinadas y no pueden medirse de manera directa. En el lugar de esto, debe crearse por localización de sus puntos extremos. Los planos que no son paralelos a ningún plano isométrico reciben el nombre de planos no isométricos.



### 2.7.4. Proyección axonométrica dimétrica.

Cuando dos ejes coordenadas de referencia forman el mismo ángulo con el plano de proyección y el tercer eje un ángulo distinto, se obtiene una proyección axonométrica dimétrica. Es decir, que existen infinitas posiciones de los ejes coordenados en el espacio que se satisfagan con esta condición. Dentro de los infinitos casos de proyección axonométrica dimétrica la más usual es la denominada “Proyección axonométrica dimétrica normalizada” o lo que es lo mismo “Proyección axonométrica dimétrica para Ingenieros”.

### 2.7.5. Proyección axonométrica trimétrica.

Es aquella en la cual los tres ejes coordenados de referencia forman distintos ángulos con el plano de proyección. Existen infinitas posiciones de los ejes coordenados en el espacio para obtener una proyección axonométrica trimétrica. Para una proyección de este tipo, los ángulos centrales entre los ejes axonométricos son todos distintos.

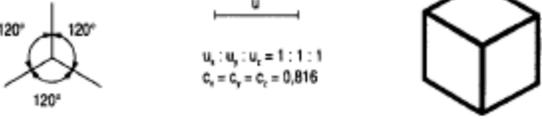
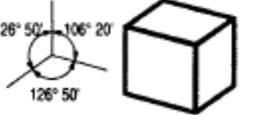
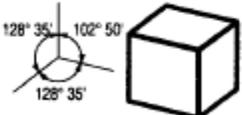
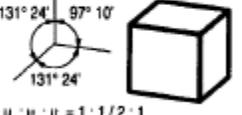
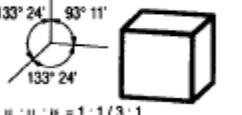
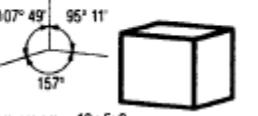
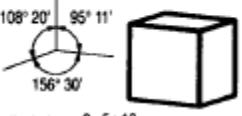
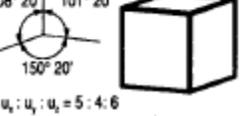
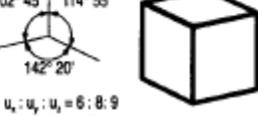
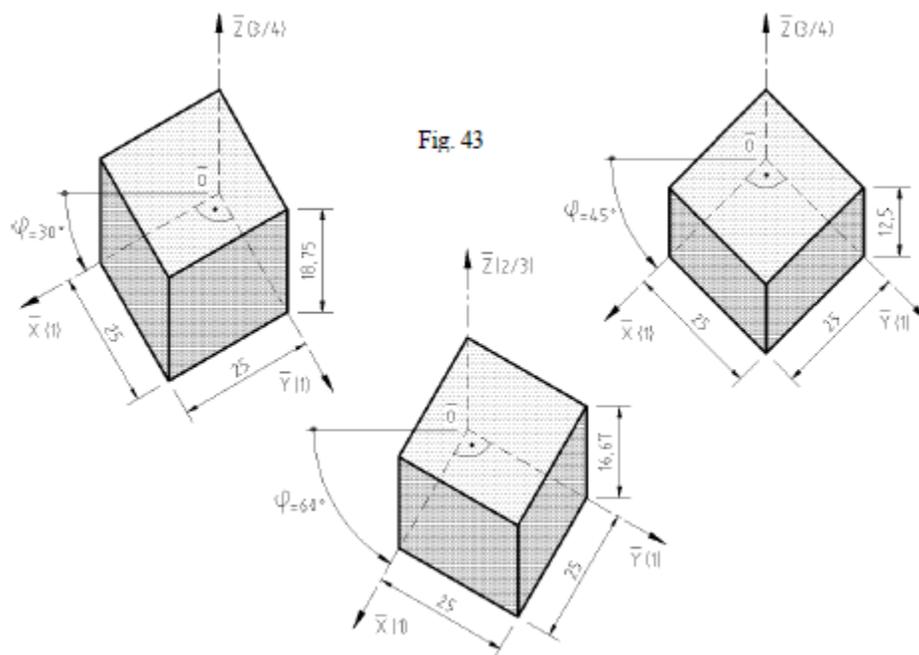
ISOMETRICO	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 1 : 1 : 1</math>  <math>c_x = c_y = c_z = 0,816</math> </p>	
DIMETRICO	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 1 : 3/4 : 1</math>  <math>c_x = 0,88 \quad c_y = 0,66 \quad c_z = 0,88</math> </p>	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 1 : 2/3 : 1</math>  <math>c_x = 0,90 \quad c_y = 0,60 \quad c_z = 0,90</math> </p>
	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 1 : 1/2 : 1</math>  <math>c_x = 0,94 \quad c_y = 0,47 \quad c_z = 0,94</math> </p>	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 1 : 1/3 : 1</math>  <math>c_x = 0,97 \quad c_y = 0,32 \quad c_z = 0,97</math> </p>
TRIMETRICO	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 10 : 5 : 9</math>  <math>c_x = 0,98 \quad c_y = 0,49 \quad c_z = 0,88</math> </p>	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 9 : 5 : 10</math>  <math>c_x = 0,89 \quad c_y = 0,49 \quad c_z = 0,98</math> </p>
	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 5 : 4 : 6</math>  <math>c_x = 0,81 \quad c_y = 0,64 \quad c_z = 0,97</math> </p>	 <p> <math>u_x : u_y : u_z = 6 : 8 : 9</math>  <math>c_x = 0,83 \quad c_y = 0,84 \quad c_z = 0,95</math> </p>

Fig. 26.5.—Sistemas isométrico, dimétrico y trimétrico.

## 2.8. Proyección axonométrica oblicua.

Es una proyección con rayos paralelos, en una dirección oblicua al plano de proyección, es decir, que se trata de una proyección paralela oblicua en la clasificación de los distintos Sistemas de Proyección. Los ejes coordenados de referencia, que representan las tres direcciones principales de un cuerpo en el espacio, se ubicara de manera que dos de los ejes se encuentren paralelos al plano de proyección, y el tercero perpendicular a este último. Según que plano coordenado se ubique paralelo al plano de proyección, distinguimos dos casos de proyección axonométrica oblicua:

- Proyección axonométrica oblicua caballera o perspectiva caballera.
- Proyección axonométrica oblicua militar o perspectiva militar.

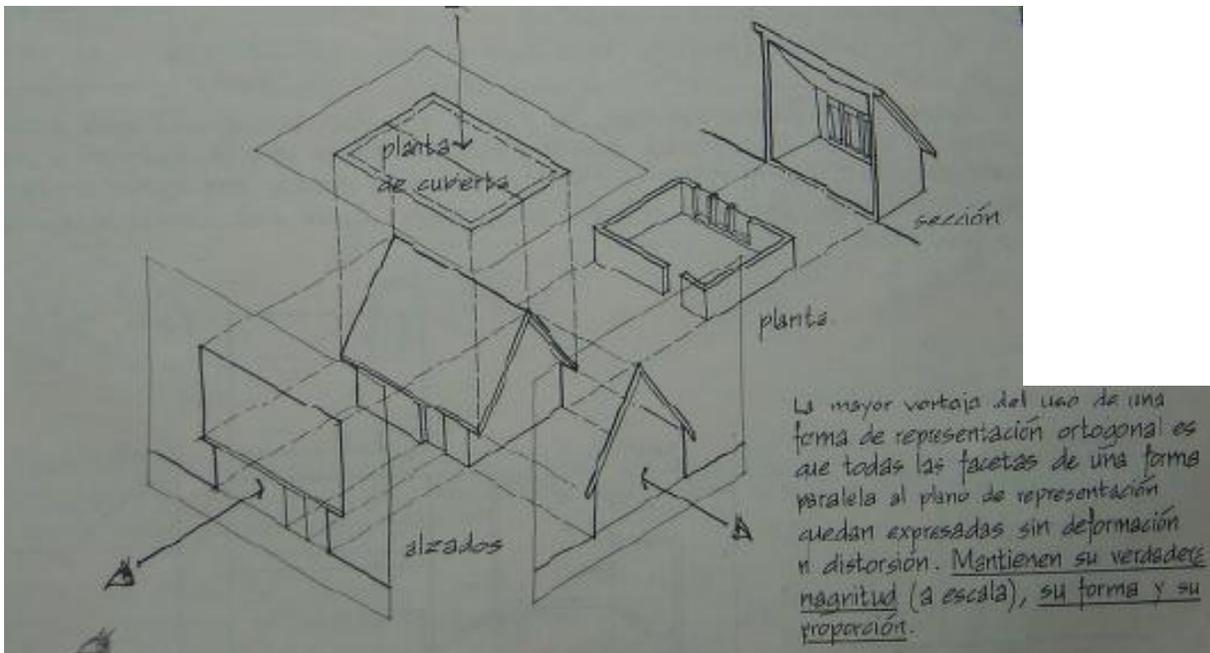


## Unidad 3

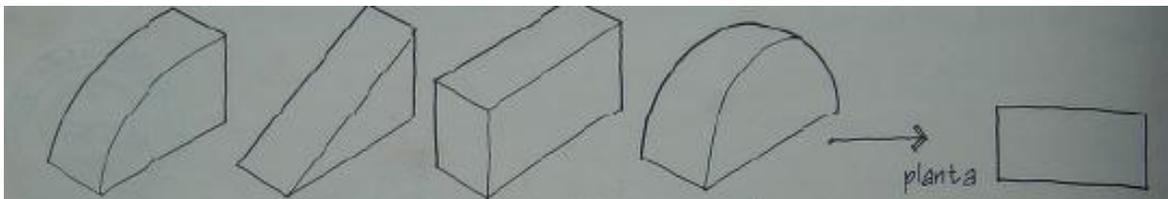
### Aplicación al dibujo arquitectónico.

#### 3.1. Proyecciones ortogonales (vistas en planta, sección y alzado).

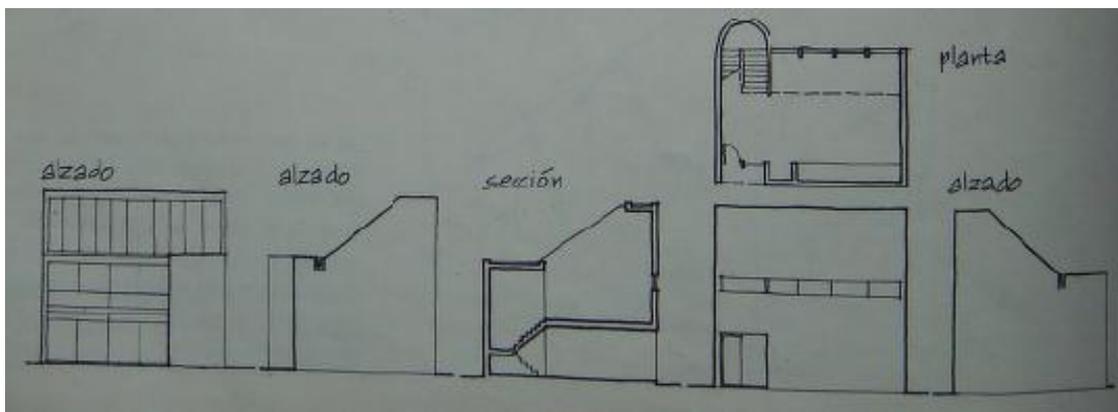
Las vistas en planta, sección y en alzado son los dibujos arquitectónicos primarios. Son ortogonales por naturaleza: la línea de vista del observador es perpendicular al plano de representación y a las principales superficies del edificio representado y a la inversa, la superficie de representación paralela a la mayor parte de las superficies del edificio.



AL utilizar las plantas, secciones y alzados para representar la arquitectura, se utiliza, de hecho, un método abstracto para representar la realidad.

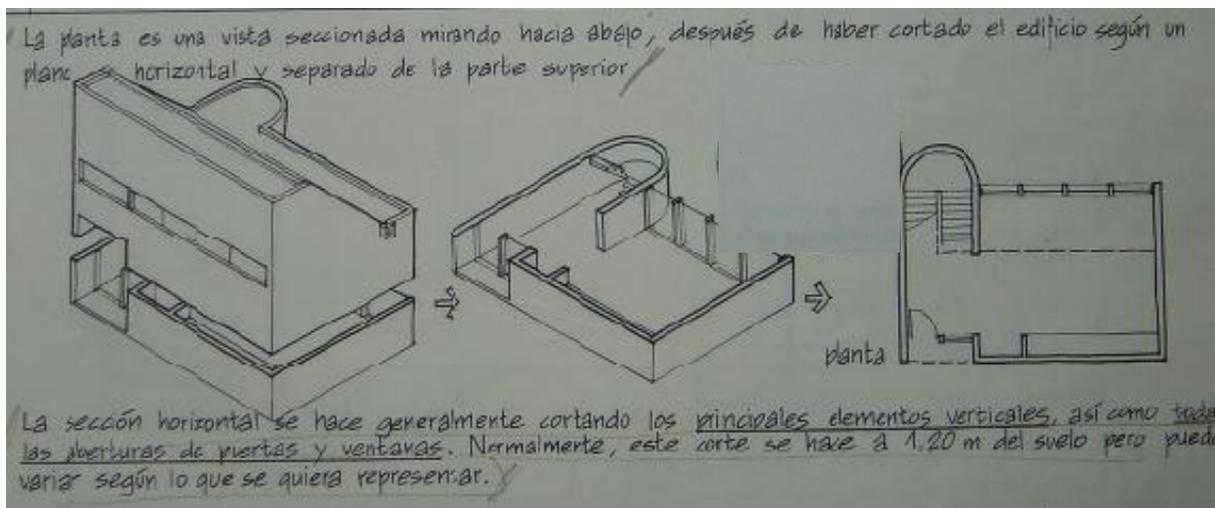


Aunque estos cuatro objetos tienen formas distintas, las plantas (mirando verticalmente hacia abajo) son idénticas. Por esta razón, la relación entre planta, sección y alzado es básica para la descripción y comprensión de lo que se está dibujando. Cuando se utiliza plantas, secciones y alzados para describir arquitectura se tiene que ver estos dibujos como una serie de vistas relacionadas. Todas ellas contribuyen a entender lo que se está dibujando.



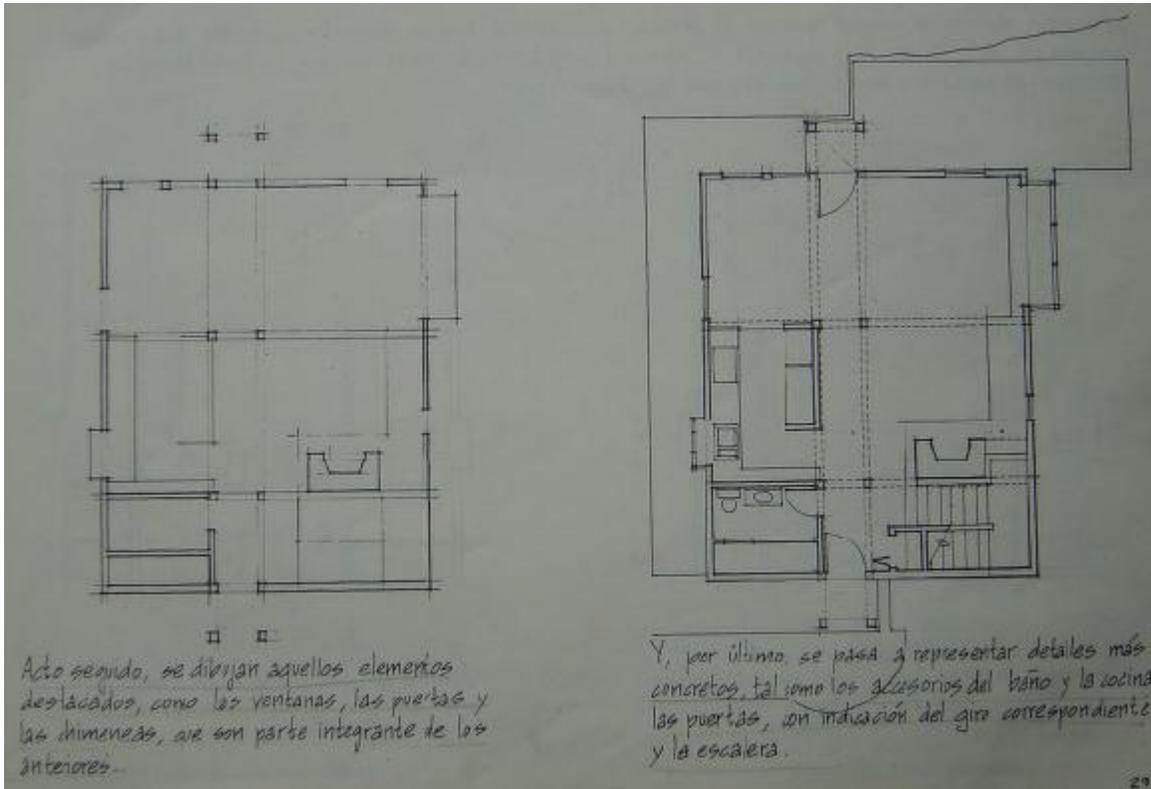
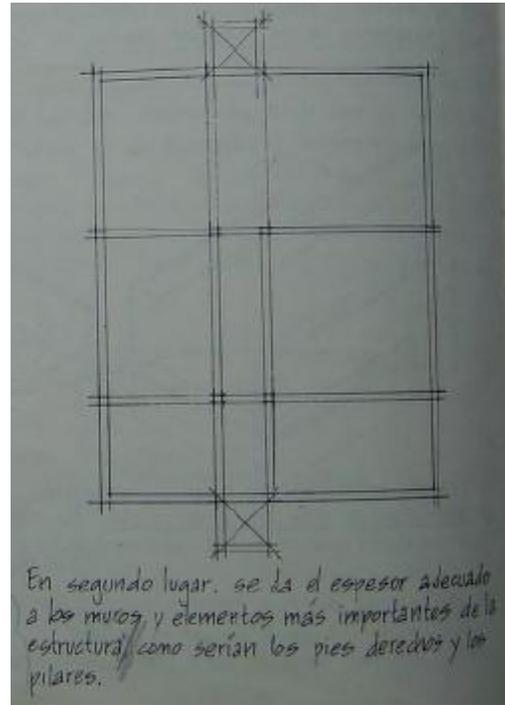
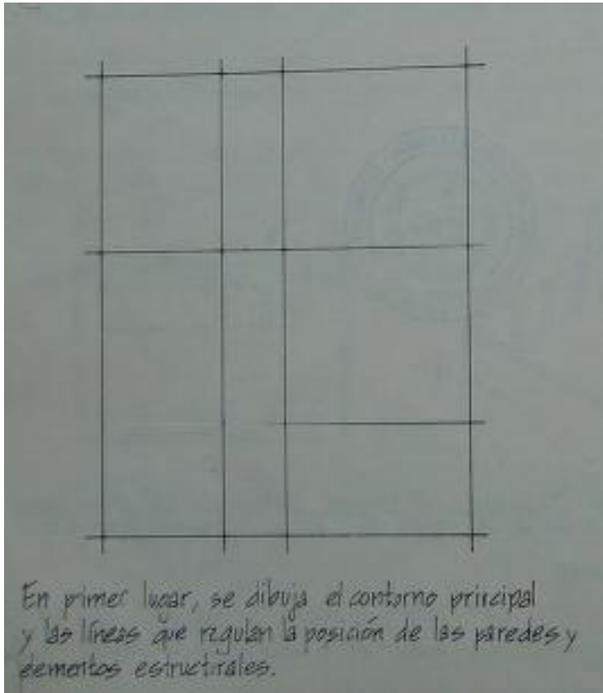
## 3.2. La planta.

La planta y la sección, propiamente dicho, son secciones o cortes: en la planta se corta horizontalmente, en la sección, verticalmente. Mientras que en los planos de obra (hechos para la construcción del proyecto) las plantas y las secciones muestran cómo se unen las distintas partes de un edificio, en los planos de diseño y presentación la intención principal de las plantas y las secciones es la de ilustrar las formas y relaciones de los espacios positivos y negativos, así como la naturaleza de los elementos y superficies que las definen.



### 3.2.1. Delineación de la planta.

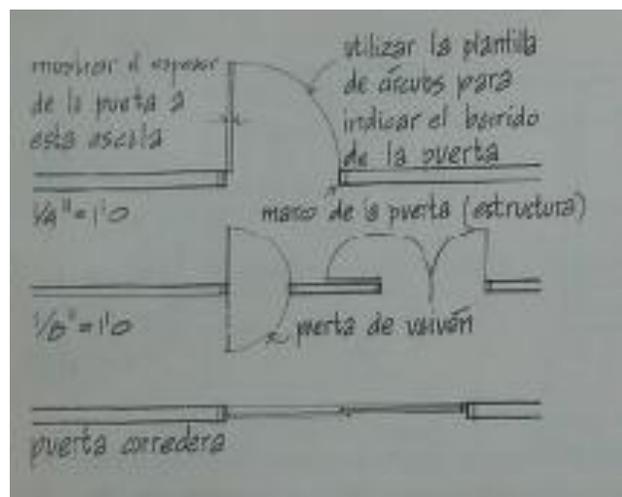
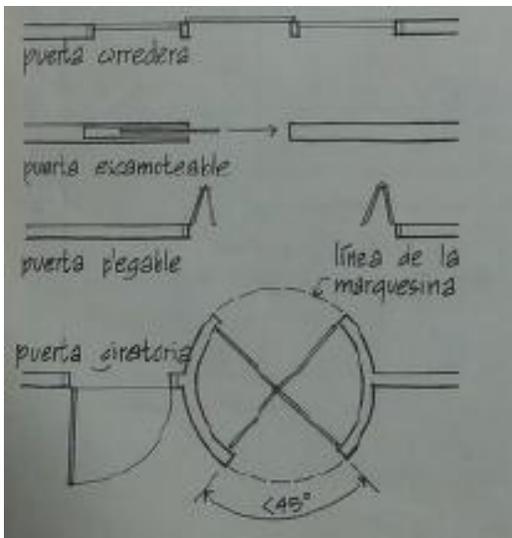
En la siguiente serie de dibujos se muestra los pasos sucesivos que se siguen para la delineación de una planta. Aunque esta secuencia puede variar según la clase de edificación que se desee dibujar, es recomendable mirar desde los elementos con mayor continuidad hacia lo que estos contienen o definen.



### 3.2.2. Puertas y ventanas en planta.

Normalmente se señala el barrido de la puerta cuando ésta está abierta a  $90^\circ$ , el barrido de las puertas se marca con líneas muy finas y con cuartos de circunferencias.

El tipo de puerta (madera maciza, armadura de madera y cristal. Puerta de almacén, etc.) Se ilustra solo en alzado, no en la planta. Los tipos de ventana (de guillotina, de bisagra, de suelo a techo, etc.) no se pueden explicar en planta. Solo quedan determinadas la situación y la anchura. El tipo y la altura de las ventanas se indican en alzado.



### 3.2.3. Elementos por encima y por debajo de la sección.

. Los elementos importantes situados por encima del corte horizontal (atillos, lucernarios, aberturas del tejado, zonas con el techo más bajo, cielos rasos, etc.) se indican con líneas de trazos largos.

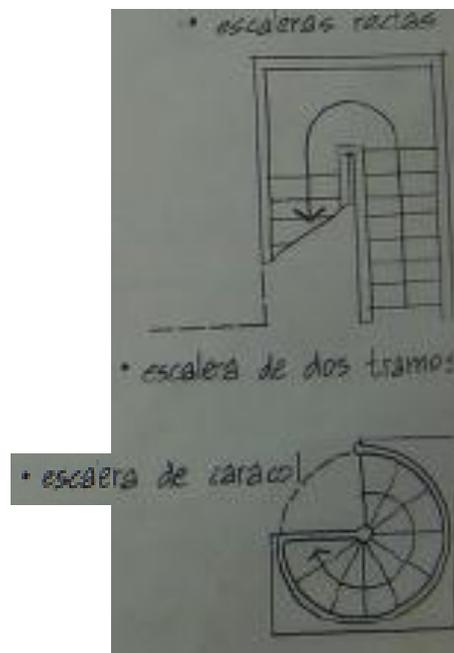
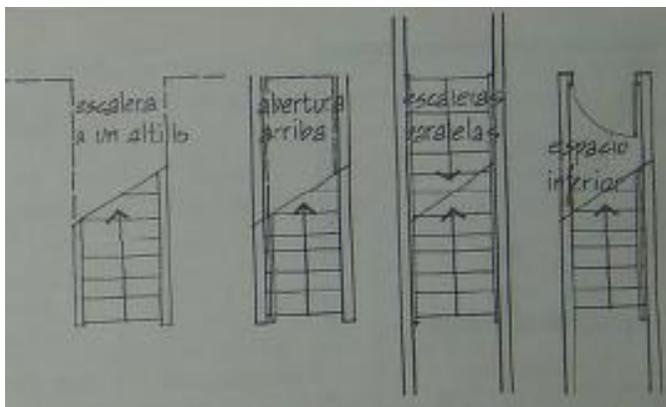


Los elementos situados por debajo del nivel del suelo se indican con líneas de trazos cortos. Para diferenciarlos de los que quedan por encima de la sección, pero se indican raras veces.



### 3.2.4. Escaleras.

Indicar detalles como pasamanos y huecos para la puntera del pie cuando la escala lo permita. La convención para indicar la dirección de la escalera: la flecha indica la dirección (arriba o abajo) a partir del nivel del suelo.



### 3.2.5. Planta de cubierta.

LA planta de la cubierta es simplemente una vista mirando el edificio perpendicularmente hacia abajo, sin efectuar ningún corte. Sirve para representar la forma y el volumen de la cubierta dentro de los límites de un dibujo bidimensional. Cuando la planta de cubierta forma parte de un plano de emplazamiento y hay tiempo suficiente, se recomendable redibujarla de manera simple y dar valores y texturas al terreno que rodea al edificio.



### 3.2.6. Plano de emplazamiento

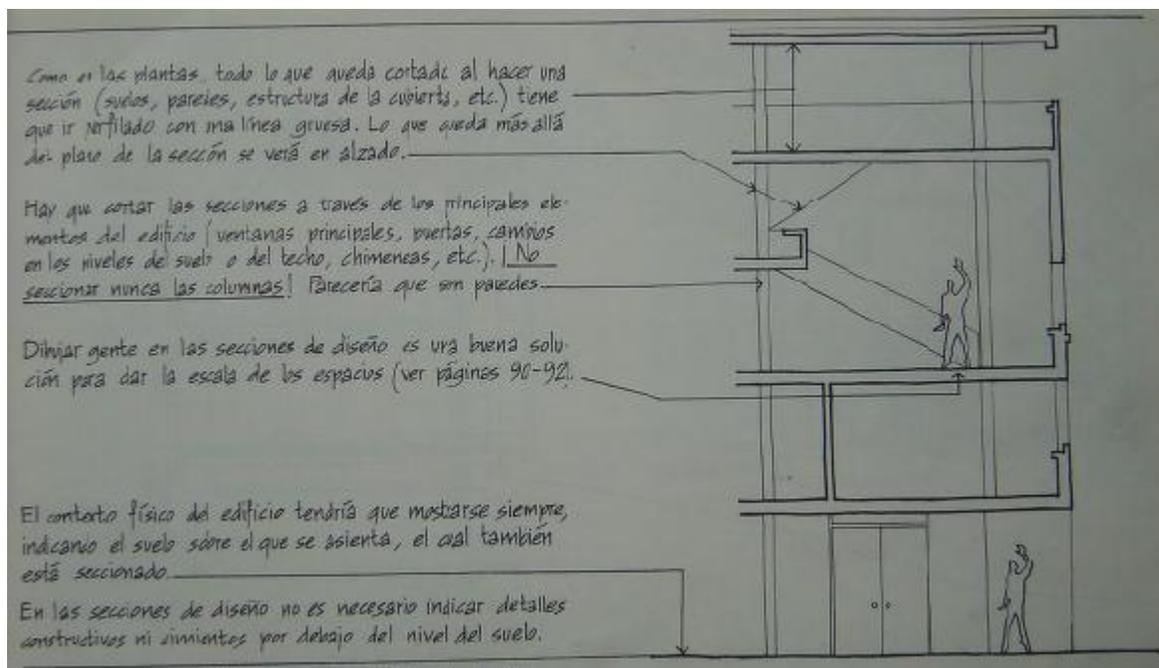
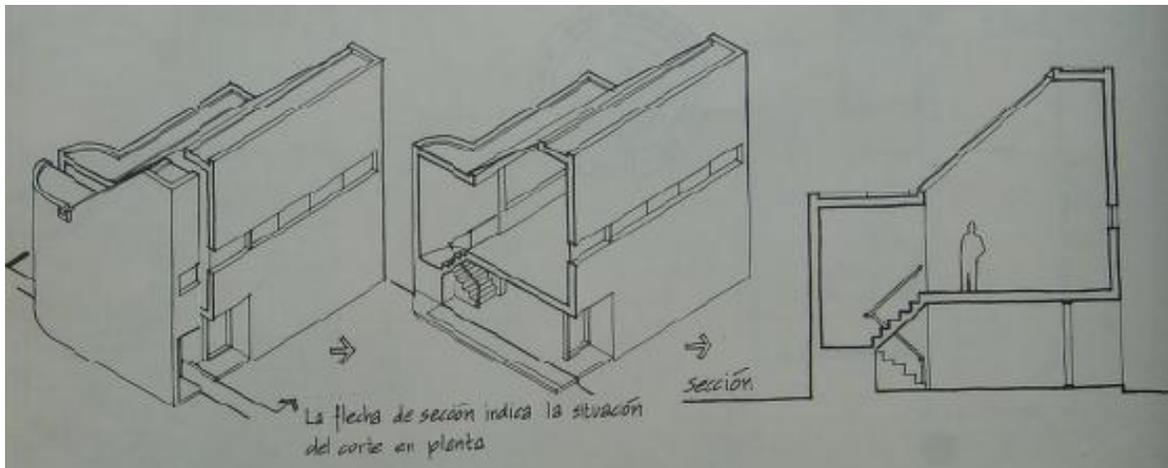
La planta de la cubierta se suele combinar con el plano de emplazamiento, que está destinado a ilustrar la situación y orientación de un edificio y a describir el entorno en el que se está asentando,

#### Orientación solar

La orientación solar de un edificio es un sola se representa con una flecha del Norte. Siempre que sea posible se hará coincidir el Norte con la dirección abajo-arriba de la hoja de dibujo. Si un edificio está orientado en una dirección que difiera en menos de 45° de uno de los puntos cardinales, se puede utilizar un norte supuesto para evitar que los títulos sean demasiados largos.

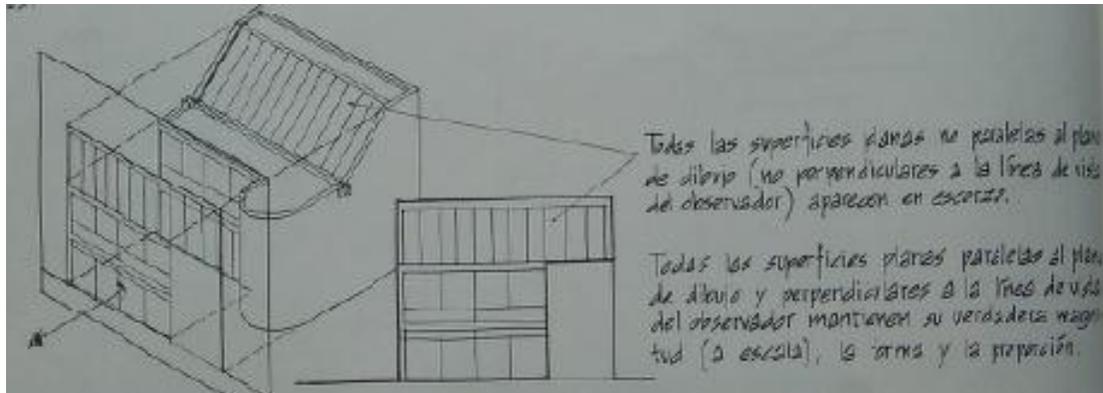
### 3.3. Sección.

La sección de un edificio es una vista horizontal después de haberlo cortado según vertical y separarlo de la parte anterior. Las secciones de diseño, al contrario que las secciones de obra, tienen que ser continuas y solo se harán entallas cuando sea estrictamente necesario. La intención de las secciones de diseño es ilustrar el mayor número de relaciones entre los espacios interiores significativos; tienen que explicar los puntos más característicos de estos espacios. Una sola sección de un edificio es solo una parte de una serie de vistas relacionadas.

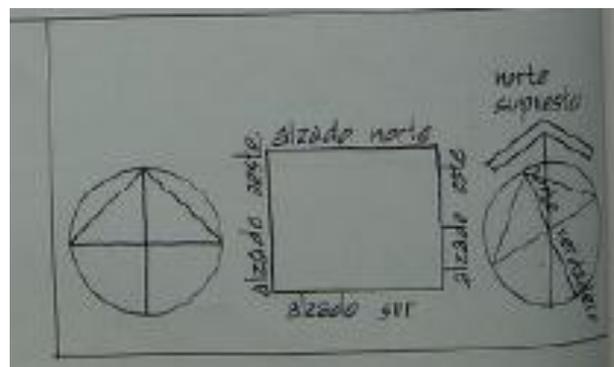


### 3.4. El alzado.

Los alzados arquitectónicos de edificios son dibujos ortogonales de sus exteriores vistos horizontalmente. Las proyecciones ortogonales de las superficies verticales interiores de un edificio, tal como se ven en las secciones, son alzados interiores.



Los alzados arquitectónicos son determinados según los puntos cardinales. Es importante hacer notar que el alzado de un edificio se denomina por la dirección a la que mira o desde la cual se ve; por ejemplo, el alzado norte de un edificio es el que mira hacia el norte o que se ve desde el norte. En algunos casos se puede dar nombre al alzado refiriéndolo a alguna característica única del solar, por ejemplo, alzado principal (alzado que da a la calle principal) o alzado del lago (vista desde el lago).



### 3.5. Elementos de ambientación.

#### 3.5.1. Vegetación.

La vegetación se divide en tres grandes categorías: árboles, arbustos y mantos. Los árboles y arbustos se dibujan generalmente con un círculo que indica la extensión de la fronda: ésta es su representación más exacta. El círculo también expresa la extensión horizontal (diámetro) de los árboles y arbustos, y la escala del espacio en la cual se encuentran. Los círculos también ayudan al diseñador para determinar el espacio que ocupa la vegetación.

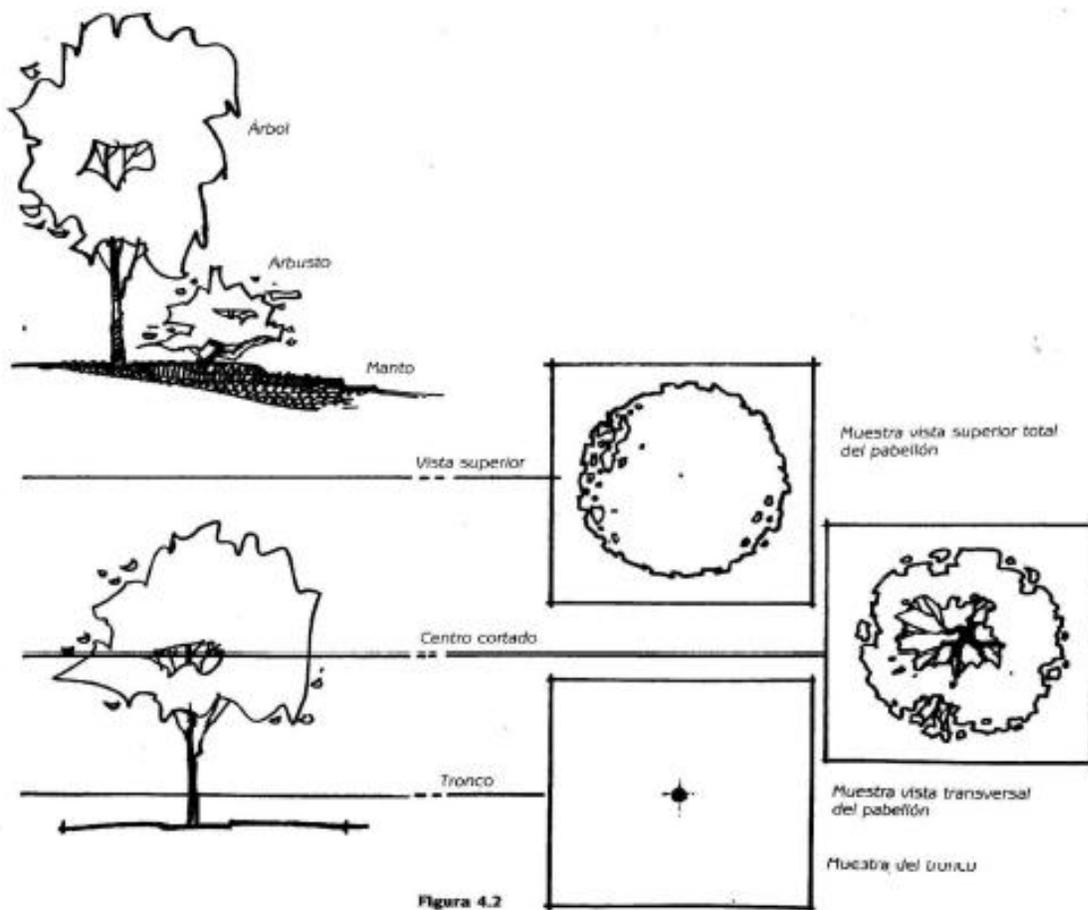
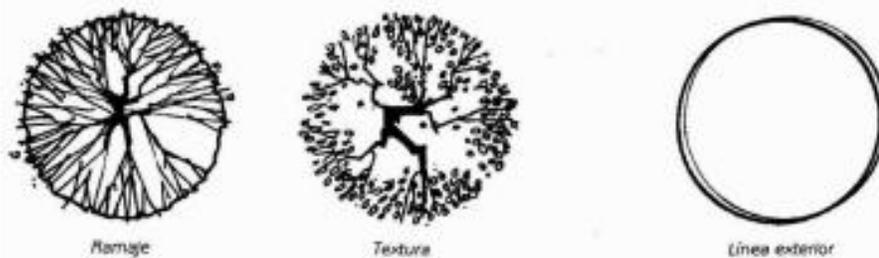


Figura 4.2

Hay tres formas de dibujar árboles en planta: por el ramaje, por una línea exterior y por la textura. La línea exterior tiene una apariencia sólida y opaca. La vegetación y otros elementos diseñados generalmente no se representan con esta clase de símbolo. El ramaje y la textura son más reales. El efecto que da la silueta de estos estilos permite al observador ver a través de la fronda.



#### Ejemplos de arboles

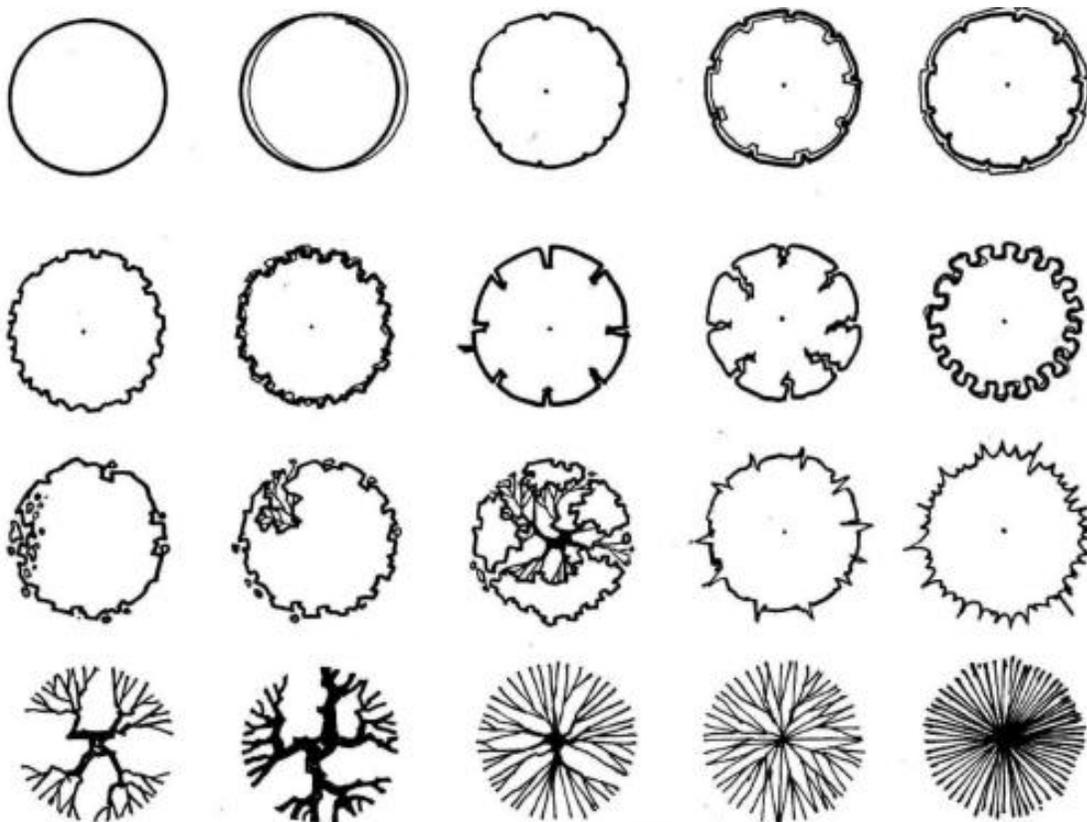
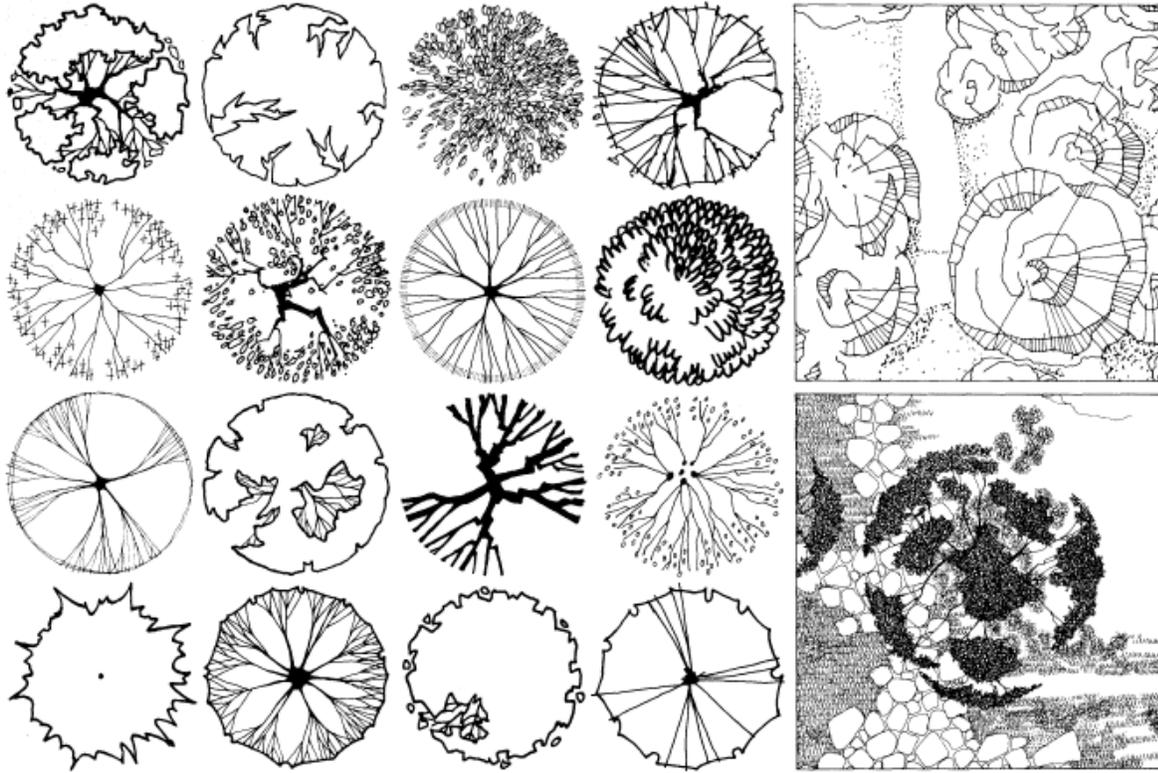
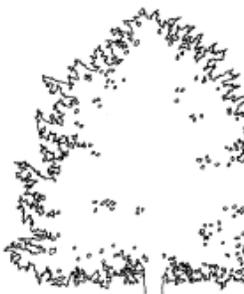


Figura 4.4 Ejemplo de símbolos de árboles.

# Arboles en planta

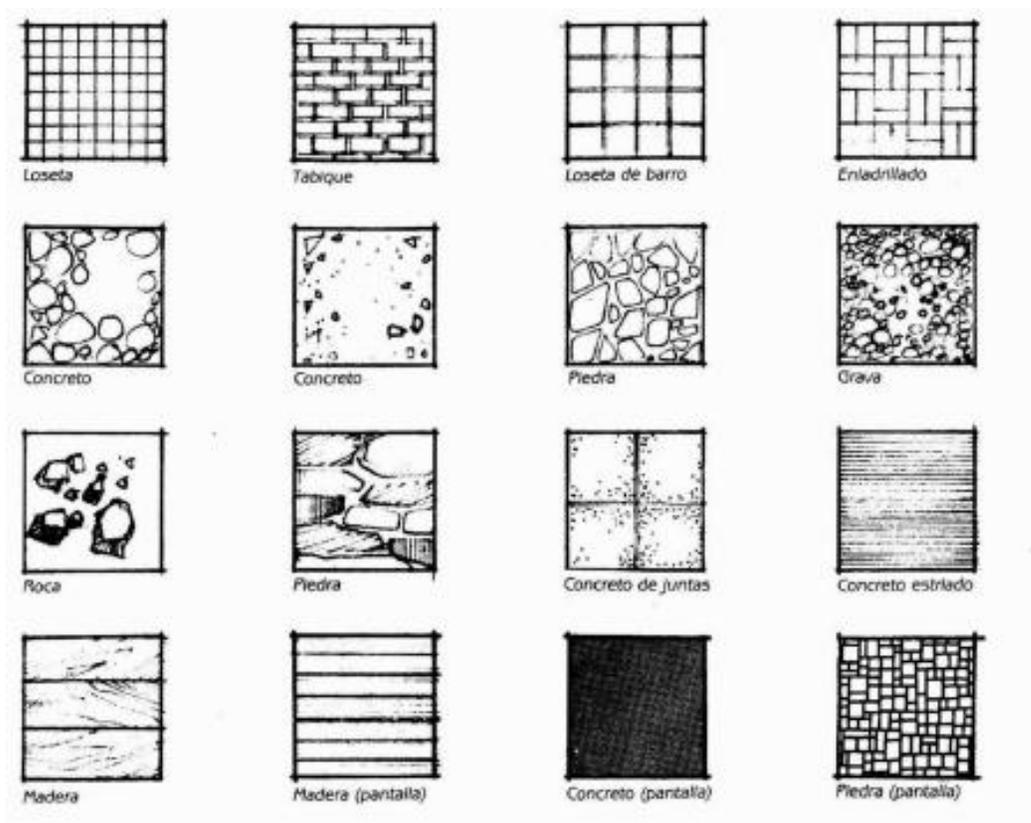


					
<b>PINO OREGÓN</b> <i>(Pinus ponderosa var. muricata)</i>	<b>CEDRO DEL LÍBANO</b> <i>(Pinaceae Cedrus libani)</i>	<b>PINO DE CORCEGA</b> <i>(Pinaceae Pinus nigra)</i>	<b>CEDRO COLORADO</b> <i>(Cephaenanthus Thuja sibirica)</i>	<b>ABETO GRANDE</b> <i>(Pinaceae Abies grandis)</i>	<b>ALERCE EUROPEO</b> <i>(Pinaceae Larix)</i>
					
<b>TEJO</b> <i>(Taxaceae Taxus baccata)</i>	<b>PICEA DEL PACÍFICO</b> <i>(Pinaceae Picea Sitchensis)</i>	<b>PICEA ALBA</b> <i>(Pinaceae Picea abies)</i>	<b>PINO ALERCE</b> <i>(Pinaceae Pinus contorta)</i>	<b>PINABETE</b> <i>(Pinaceae Tsuga heterophylla)</i>	<b>PINO ALBAR</b> <i>(Pinaceae Pinus sylvestris)</i>

Las coníferas constituyen una clase de plantas resinosas —como el abeto, el pino y el cedro—, de hojas perenne, y que en los dibujos arquitectónicos suelen representarse de manera estereotipada mediante formas cónicas. Sin embargo, con esta secuencia de bocetos de coníferas se intenta conferir cierto grado de identidad a sus siluetas que permita introducirlos en planos de alzado y perspectivas.

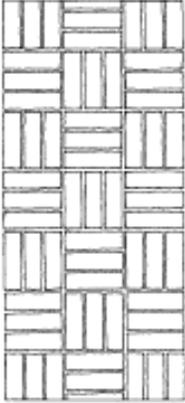
### 3.5.2. Texturas de pavimentos.

Los pavimentos como los mantos pueden tener varias partes juntas. También es un tipo de material de fondo en el dibujo en planta. El símbolo del pavimento varía de un proyecto a otro. La mayoría de estos símbolos son expresiones simplificadas de lo real; indican tanto la condición de la superficie como el trazo. La cantidad de detalles y texturas depende del tamaño y la escala del dibujo. Por ejemplo, mostrar ladrillos individualmente en un plano escala 1:200, no solo es inapropiado sino una pérdida de tiempo. Use su creatividad y sentido común para seleccionar estos símbolos.



# Ladrillo

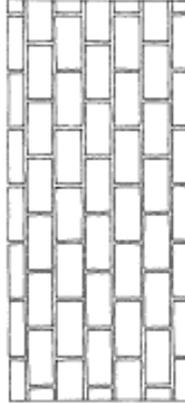
Aparejo tipo esterilla



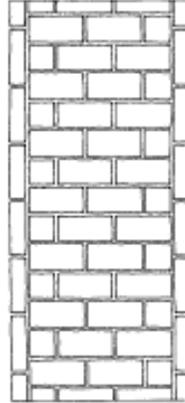
Aparejo en espina



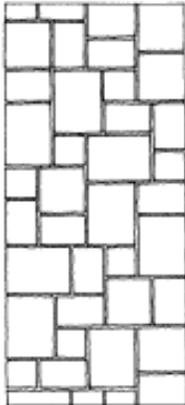
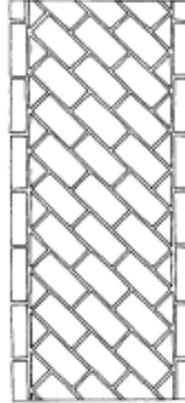
Junta corrida longitudinal



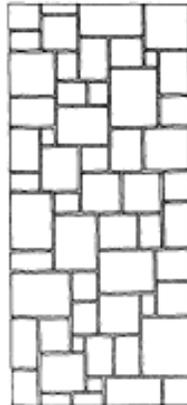
Junta corrida transversal



Diagonal



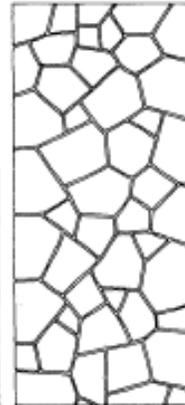
Aparejo rectangular



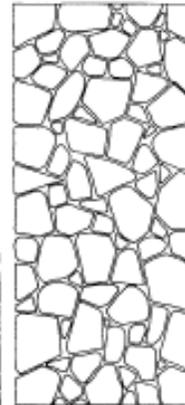
Mampostería rectangular



Semirregular



Irregular (ajustado)

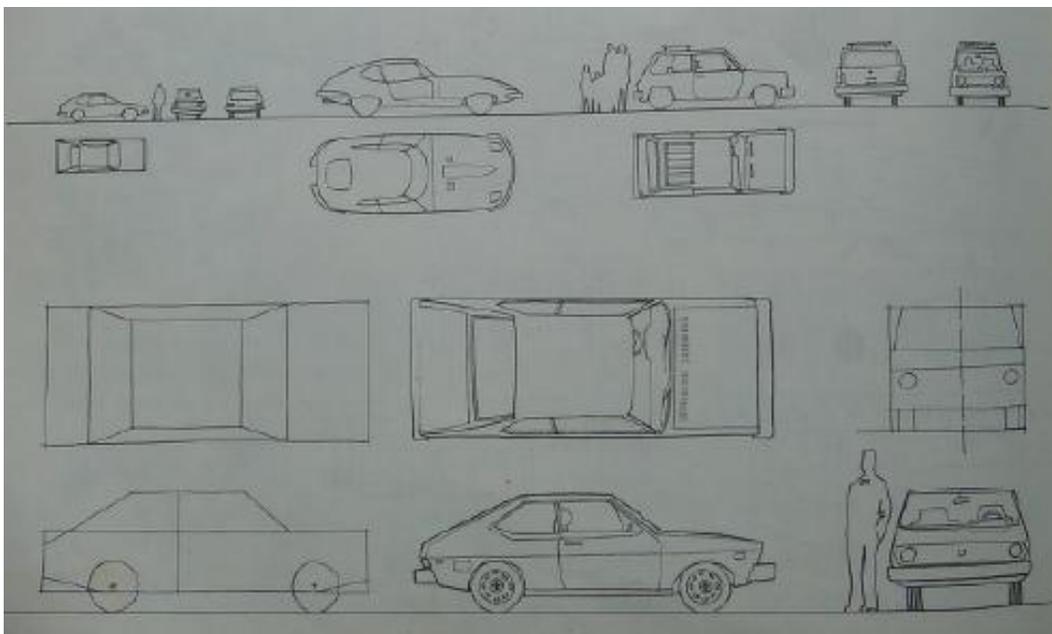
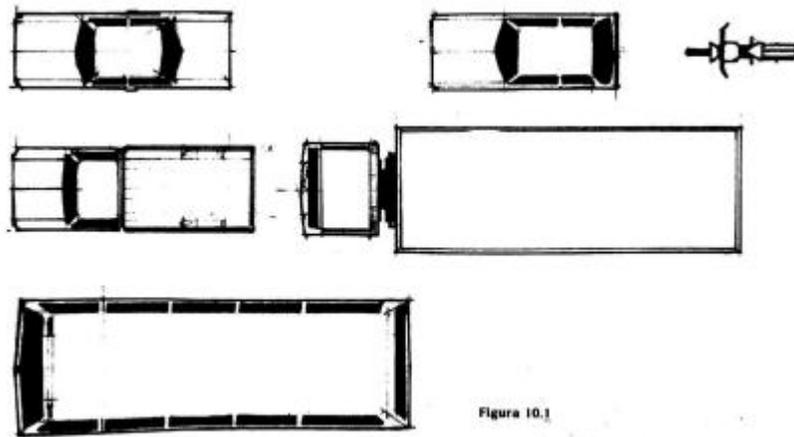


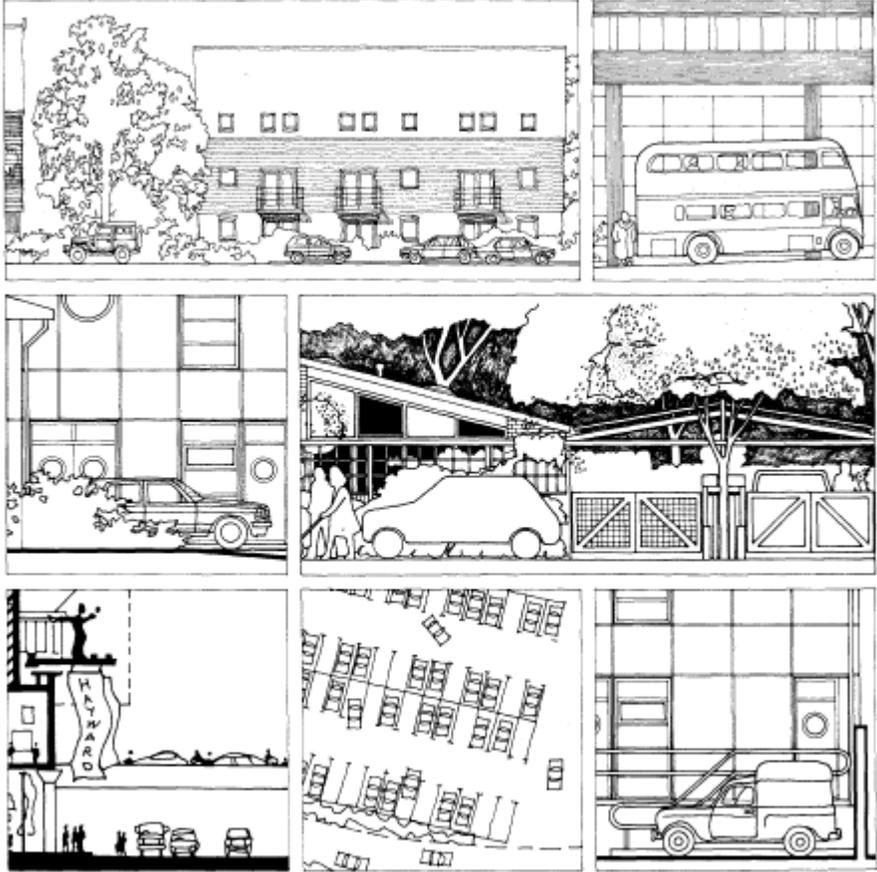
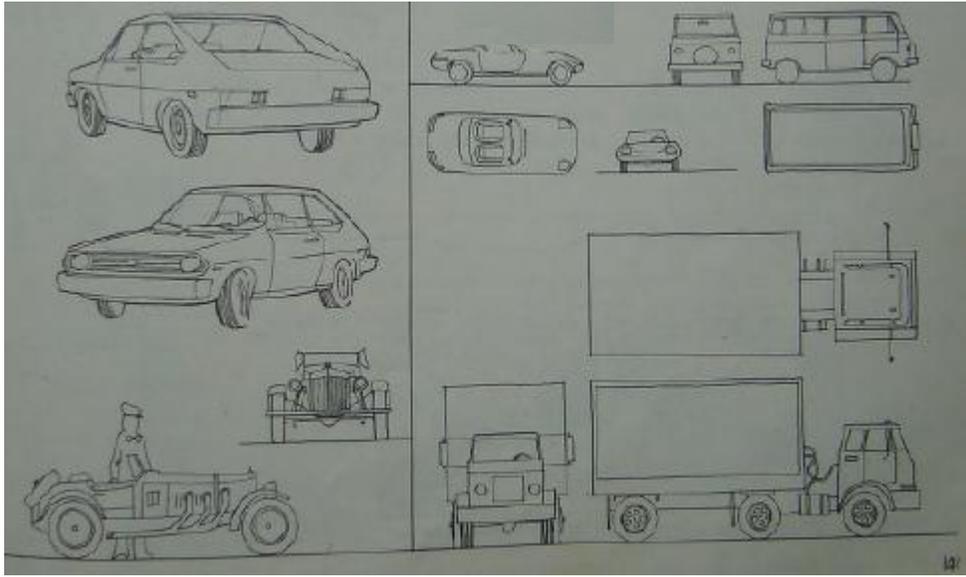
Losas irregulares de distinto tamaño (no ajustado)

# Piedra

### 3.5.3. Automóviles.

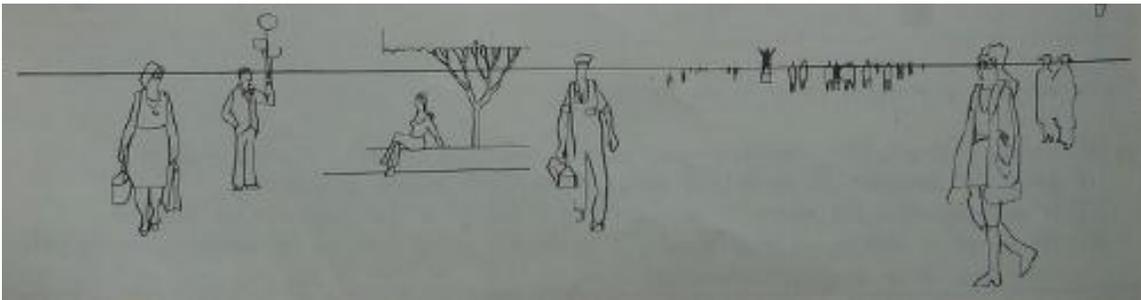
Los autos, como las embarcaciones y la gente, son elementos decorativos en el dibujo del plano. Forman Elementos de soporte y aumentan la calidad del dibujo. Indican la escala y las funciones del diseño. Los autos no son parte del diseño y por lo tanto no deben ser muy elaborados, pues los detalles excesivos distraen. Sin embargo, los autos deben dibujarse a escala y colocarlos de acuerdo con las regulaciones del tráfico.





### 3.5.4. Escalas humanas.

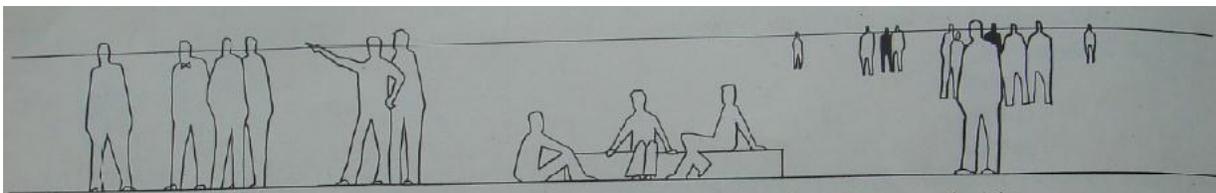
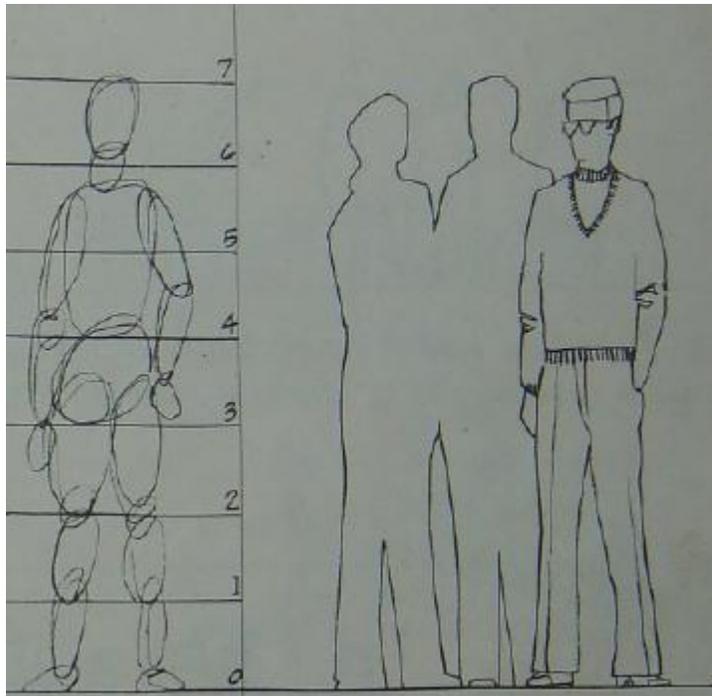
El que ve un dibujo se relación con la gente que hay en él; se transforma en uno de ellos y así queda dibujado en la escena. Se sitúan figuras humanas en los dibujos arquitectónicos para indicar la escala. La situación de figuras humanas puede indicar profundidad espacial y niveles, así como también la cantidad, situación y vestido de las figuras humanas indica el uso del espacio.



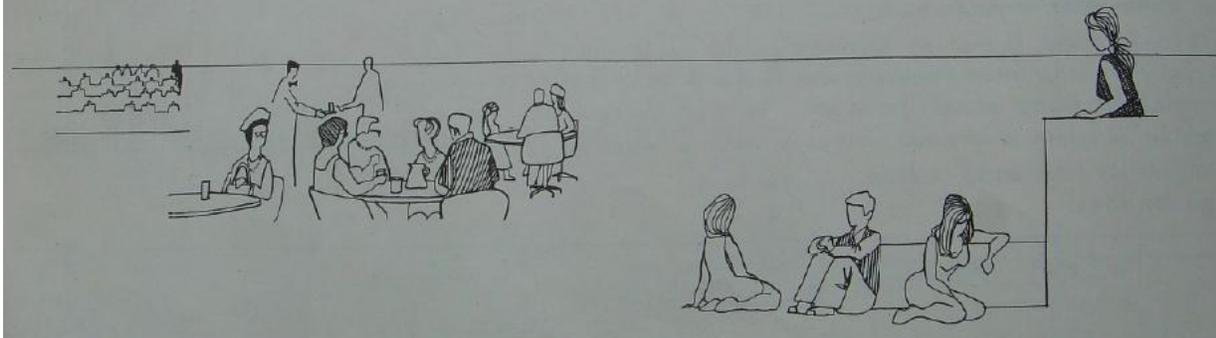
Las características importantes de las escalas humanas, además de su disposición, son:

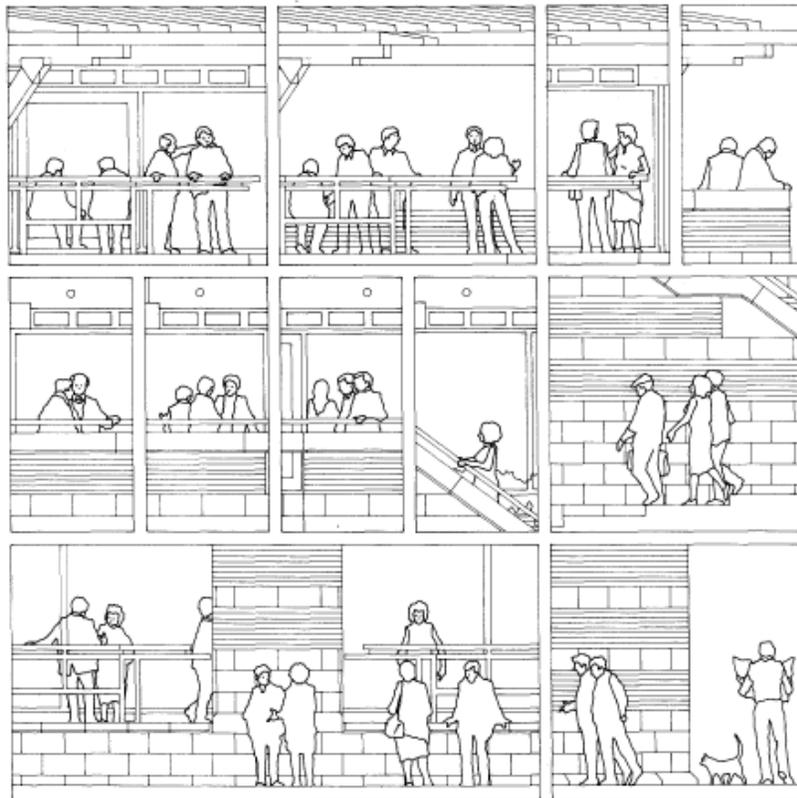
- Proporción
- Tamaño
- Actitud

Las figuras humanas se pueden dividir en siete partes iguales; la cabeza es una séptima parte de la altura total del cuerpo. La manera más fácil de empezar a dibujar las figuras humanas es por la cabeza, situando la altura de los ojos. En la perspectiva, la línea de horizonte coincide con la altura de los ojos, y por lo tanto se puede empezar la figura en la línea del horizonte. Las figuras situadas por encima o por debajo del nivel del observador se pueden dimensionar como si estuvieran al mismo nivel y trasladarlas luego arriba o abajo, según convenga.



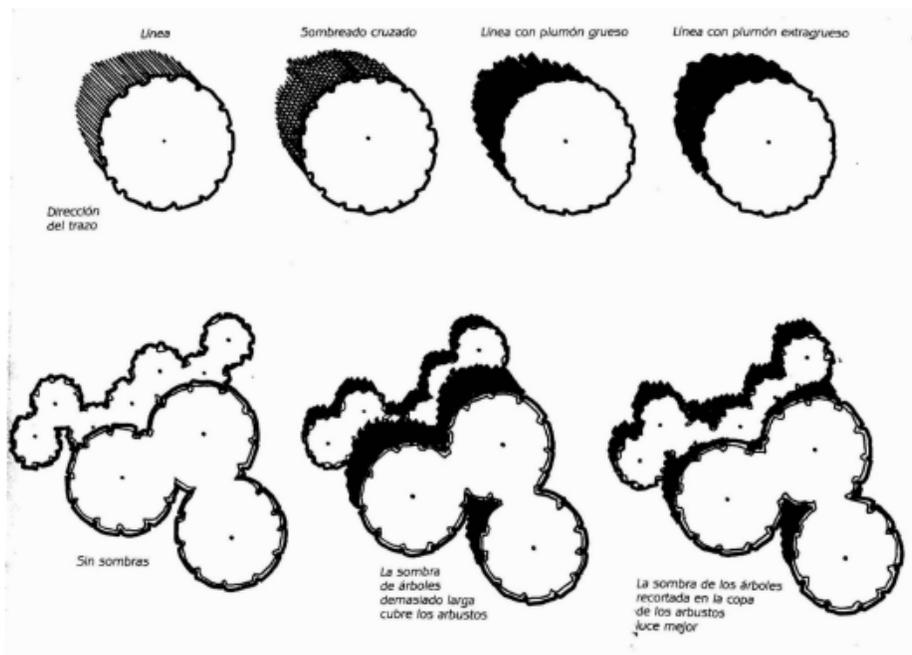
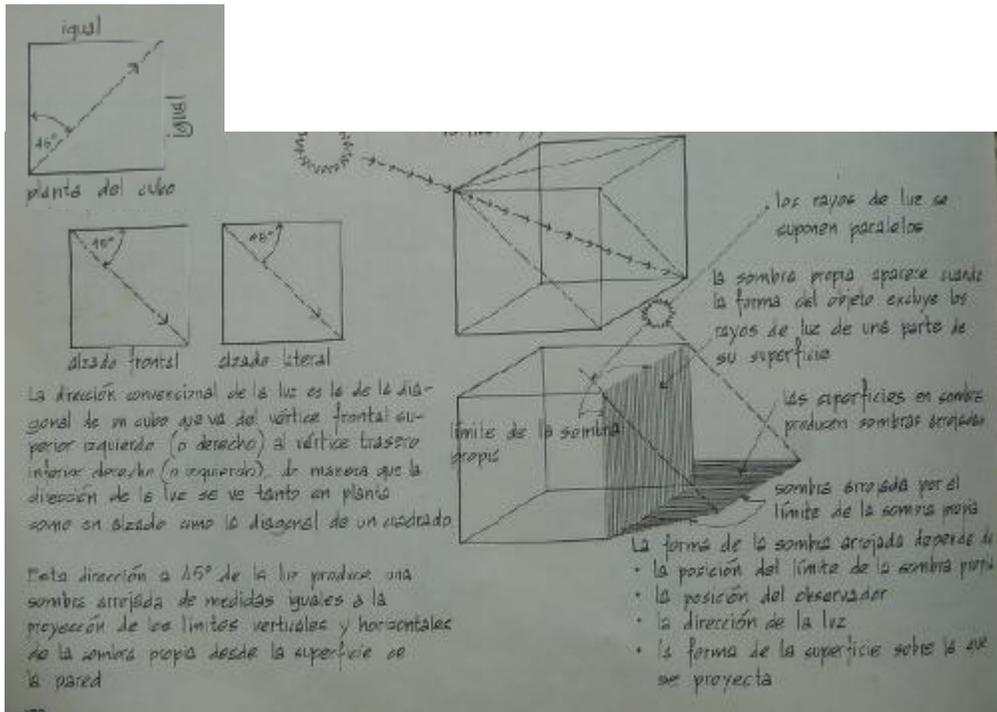
Las figuras se pueden dibujar tanto perfiladas, para no distraer la atención en un dibujo de líneas pura, como con detalles consecuentes a la escala, composición y estilo del dibujo.



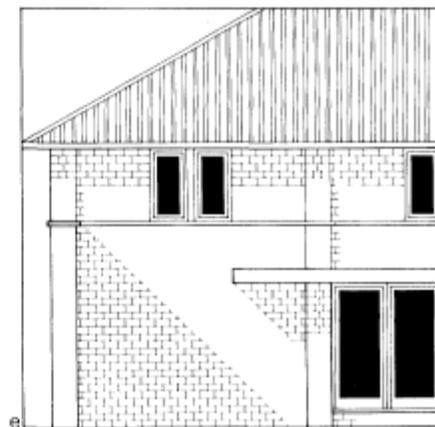
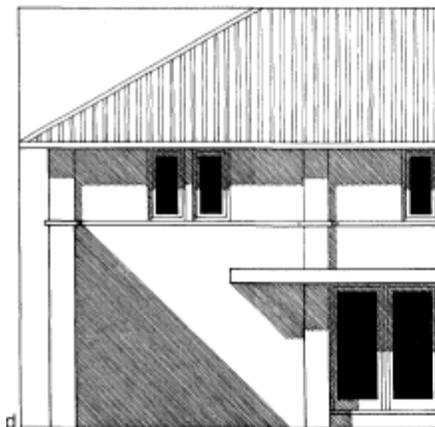
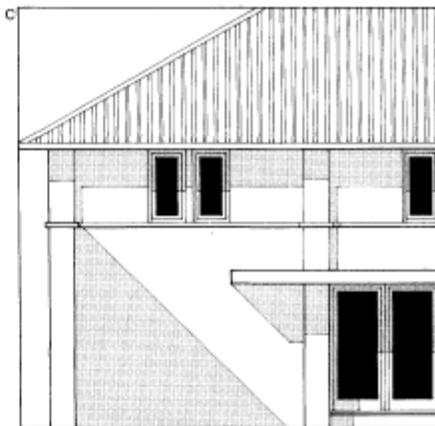
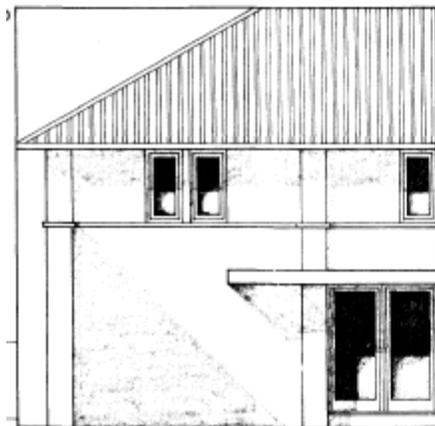
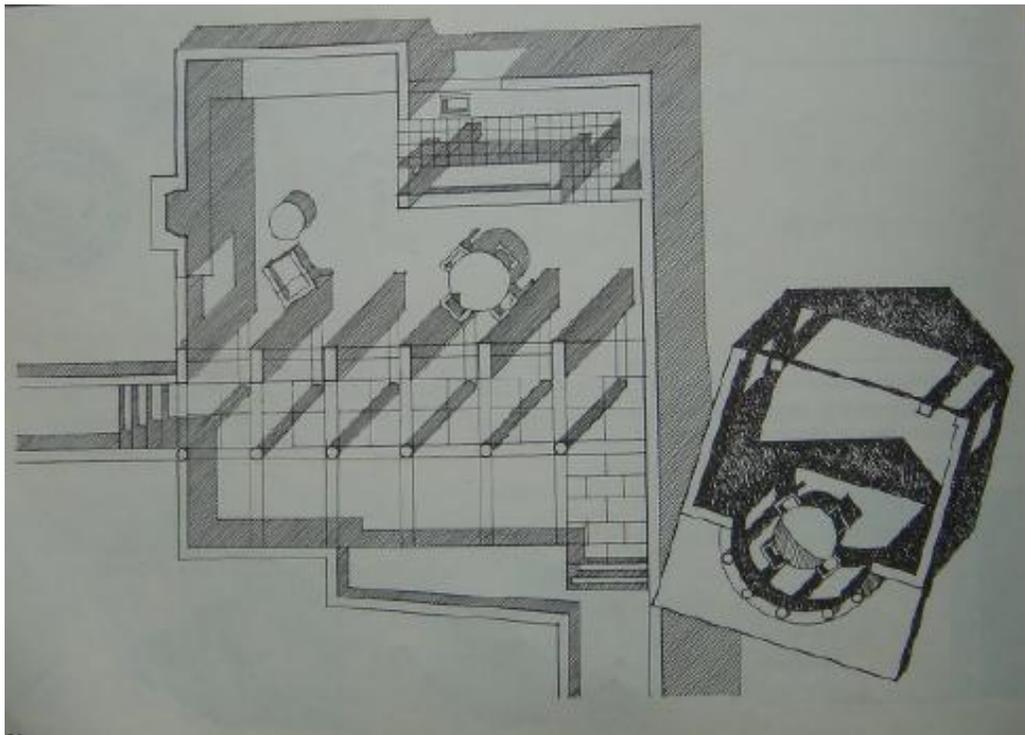


### 3.6. Sombras propias y arrojadas.

Las sombras propias y arrojadas se emplean en el grafismo arquitectónico para expresar tanto la profundidad como la forma de las superficies (si son planas o redondeadas, si son inclinadas o verticales) y hacer así más comprensibles los dibujos.



Ejemplos de sombras propias y arrojadas en planta y alzado.



## Unidad 4

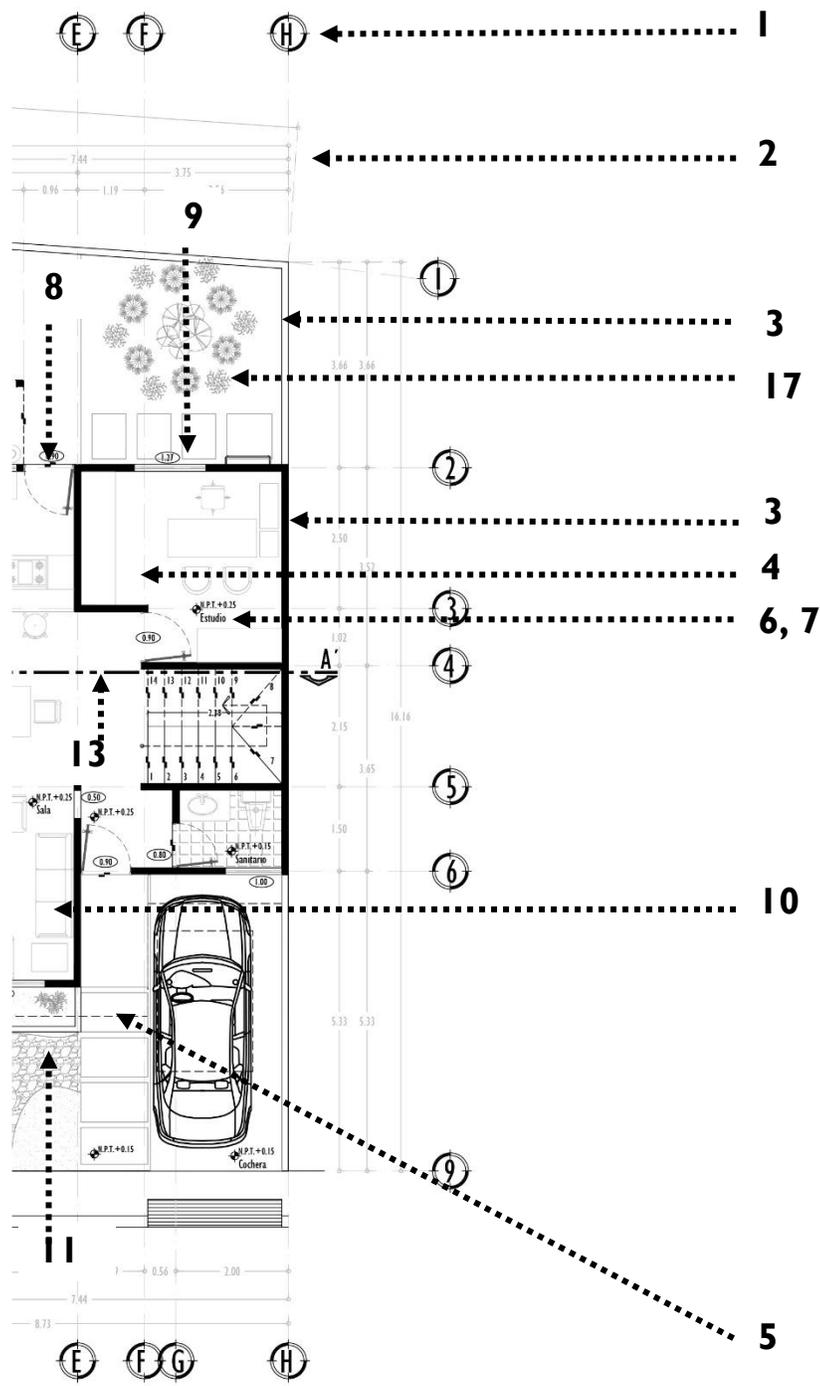
### Ejecución.

#### 4.1. Planta arquitectónica.

##### 4.1.1. Elementos que componen a una planta arquitectónica.

1. Nomenclatura de ejes
2. Dimensiones, (cotas, generales y particulares; a ejes y a paños)
3. Representación de muros (divisorios y de carga)
4. Ejes
5. Proyecciones (volados, trabes, domos, vacíos)
6. Nombre de los espacios
7. Niveles de piso terminado (N.P.T.)
8. Cambios de nivel
9. Puertas y ventanas
10. Mobiliario (acorde al espacio)
11. Texturas (pavimento)
12. Escalas humanas
13. Líneas de corte
14. Nombre del plano
15. Escala
16. Norte (Flecha del norte)
17. Vegetación
18. Medida de puertas y ventanas

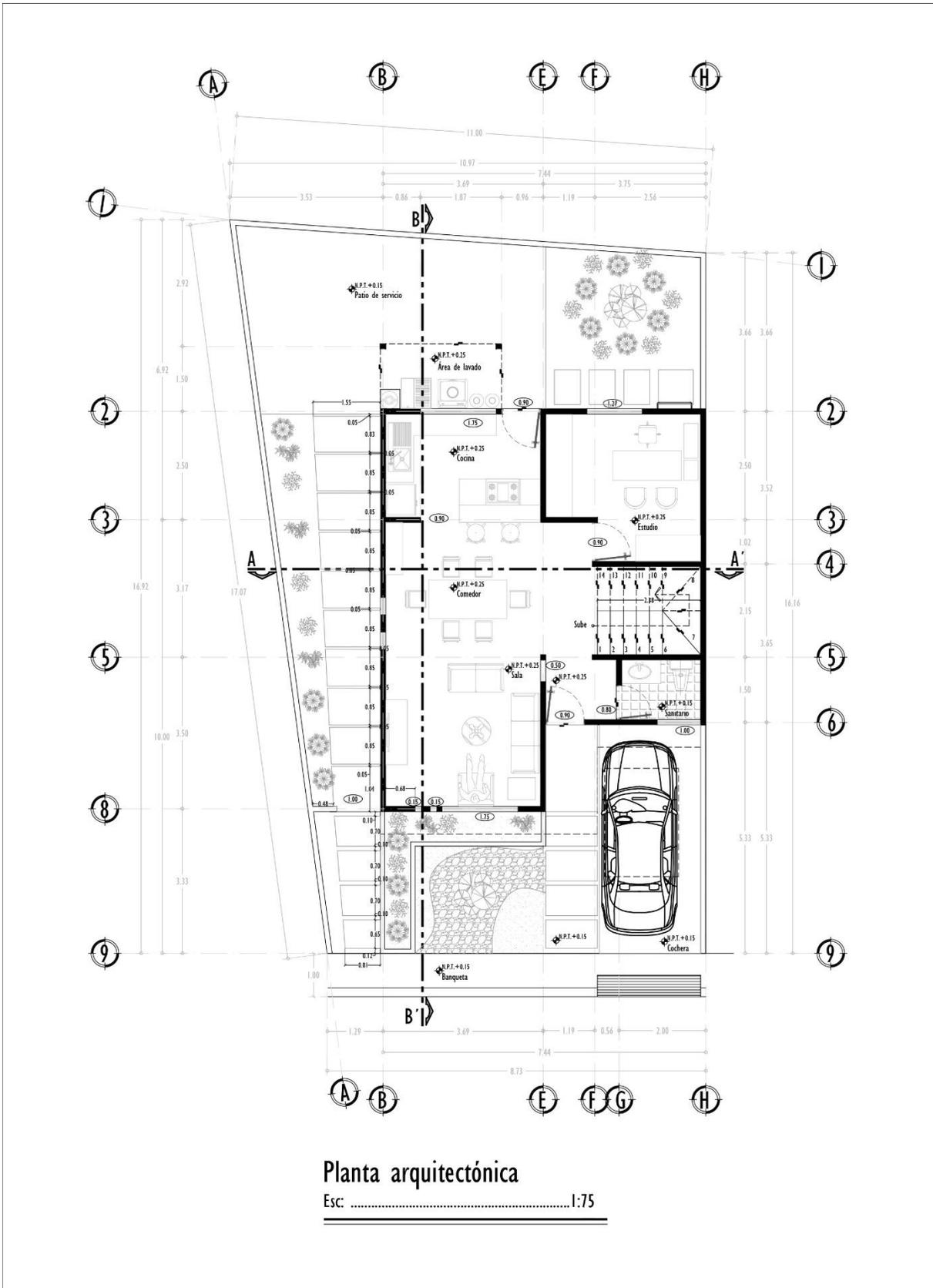
Estos elementos se pueden observar en las siguientes plantas arquitectónicas.



**Planta arquitectónica**

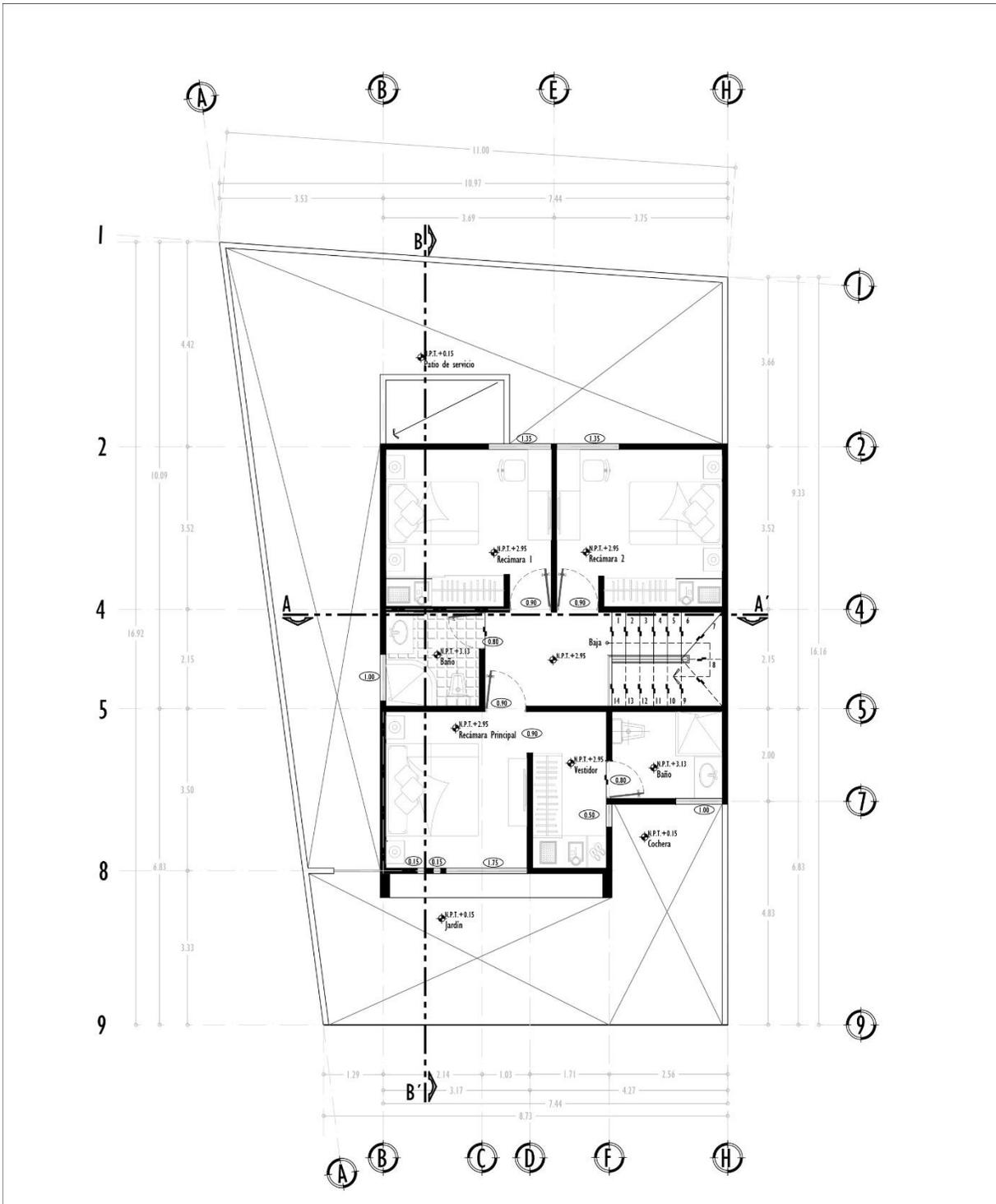
Esc: ..... 1:75

**14, 15**



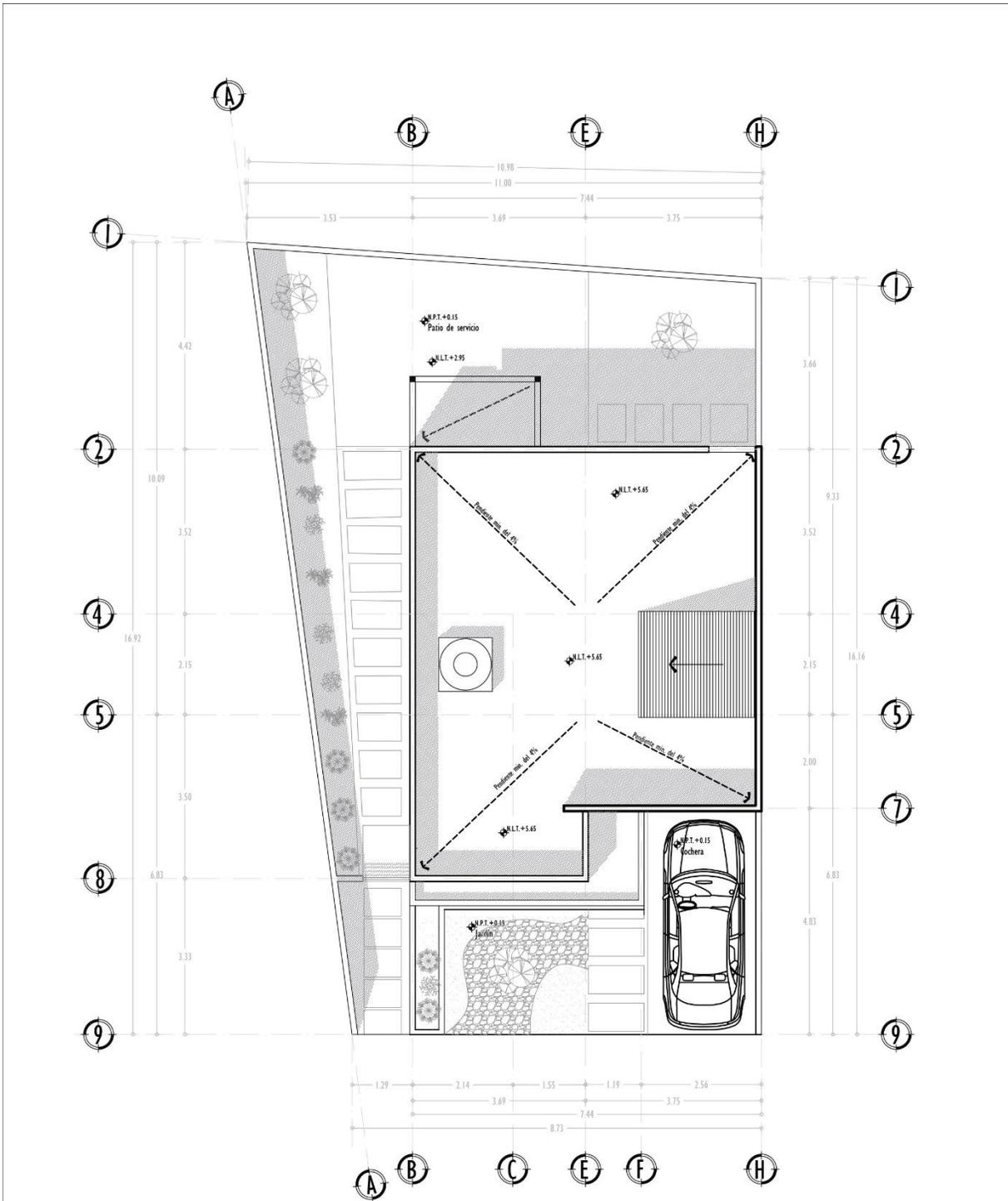
**Planta arquitectónica**

Esc: .....1:75



**Planta alta**

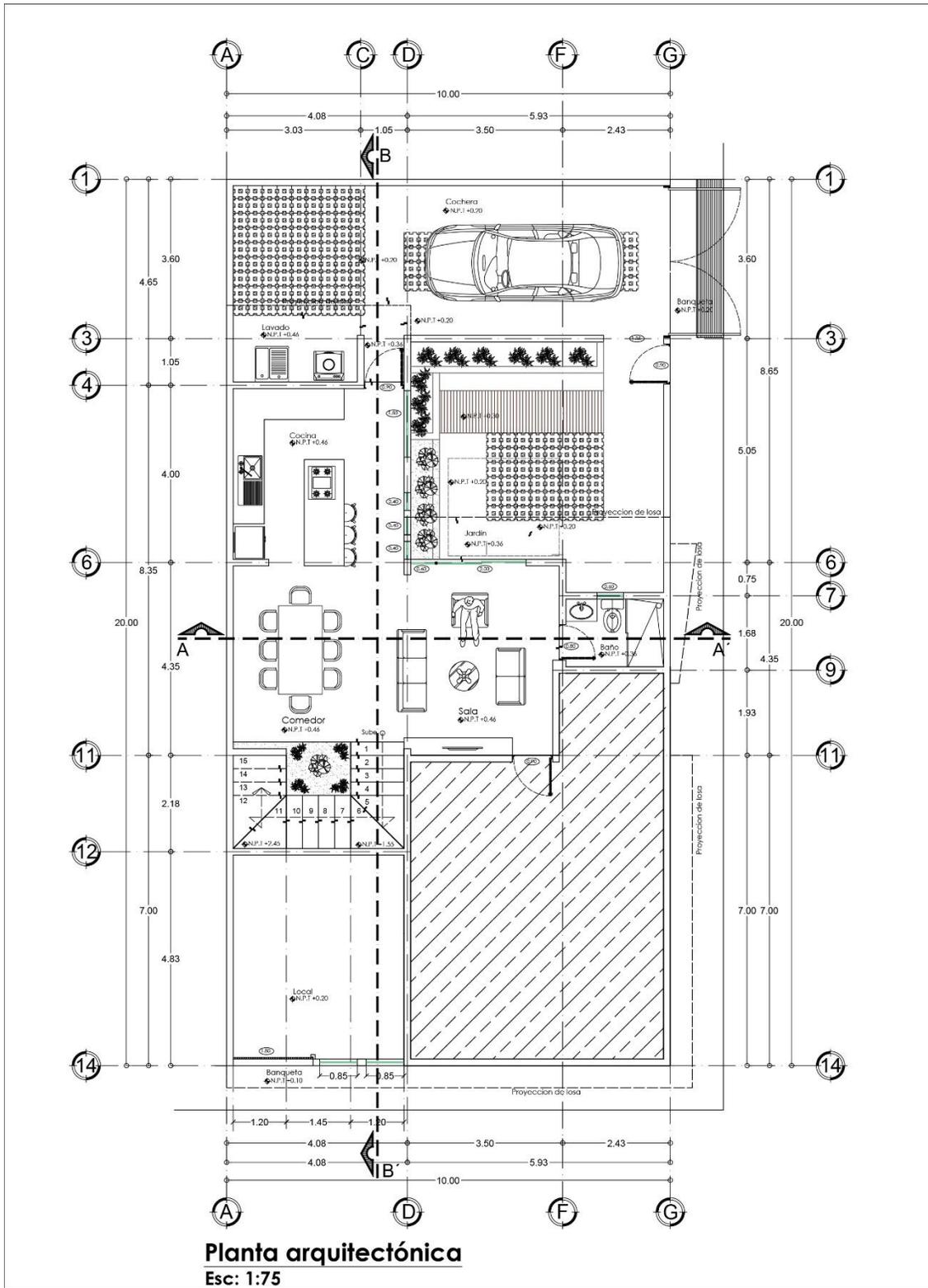
Esc: ..... 1:75

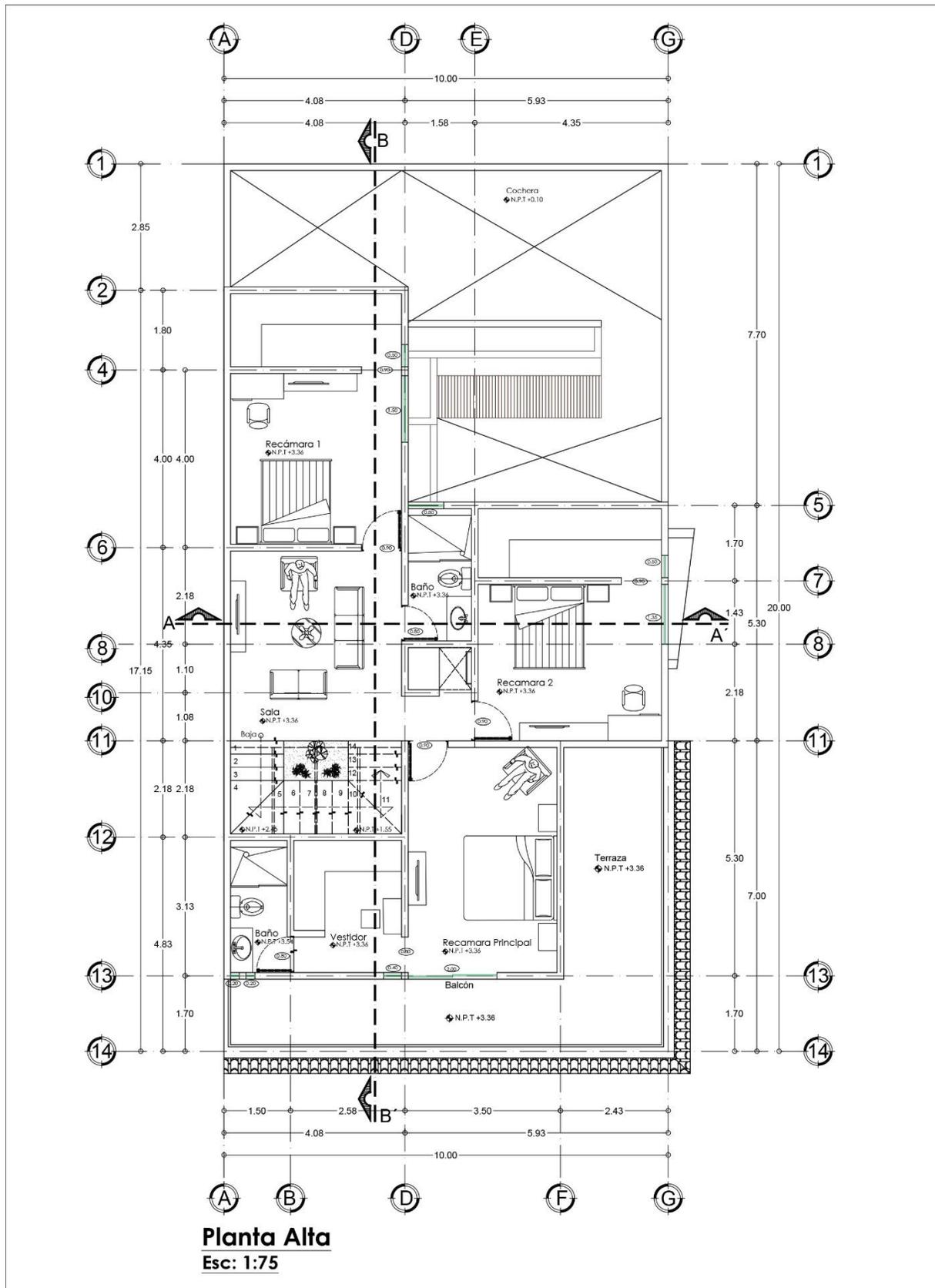


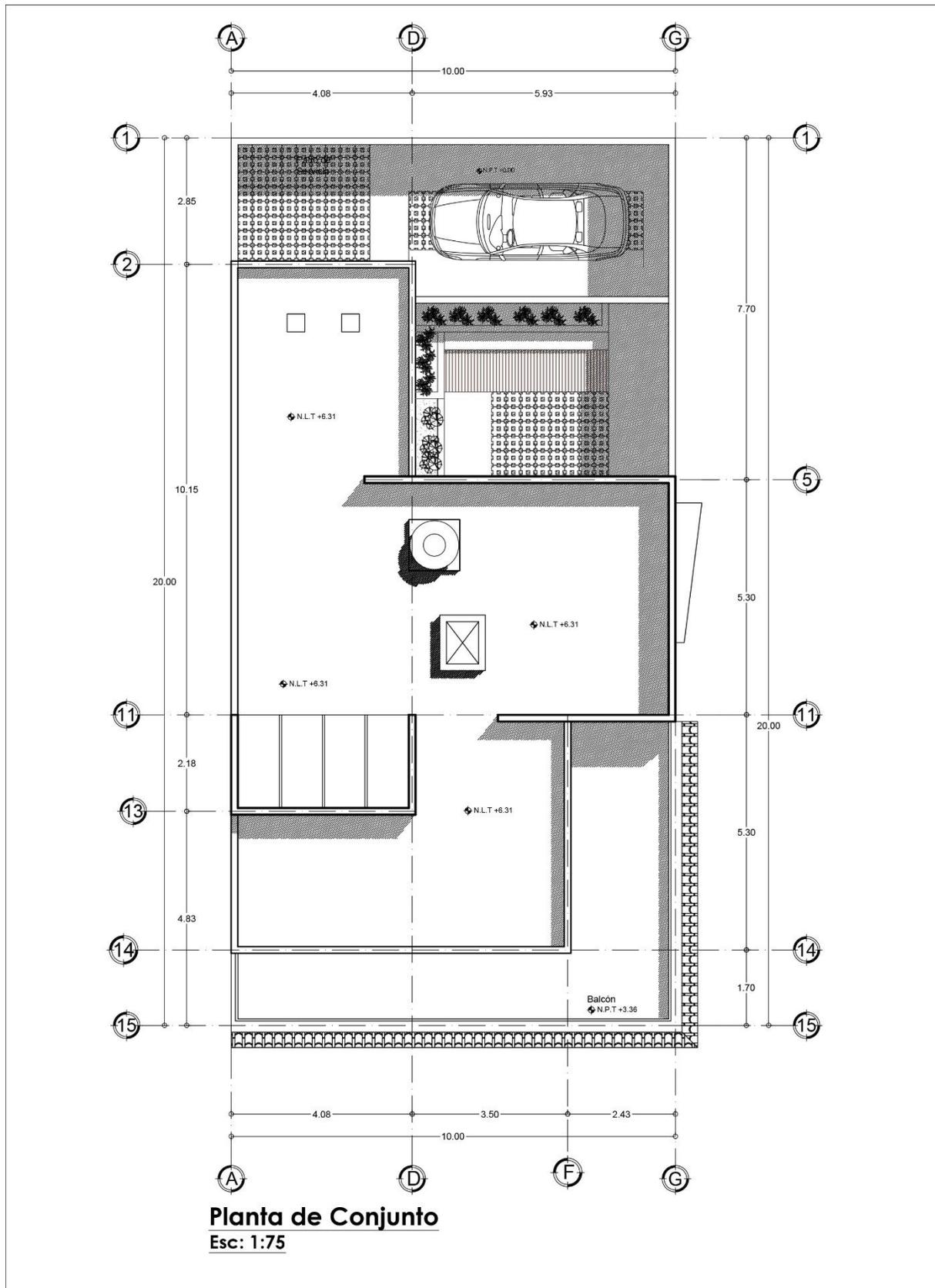
**Planta de conjunto**

Esc: .....1:75

# OTROS EJEMPLOS





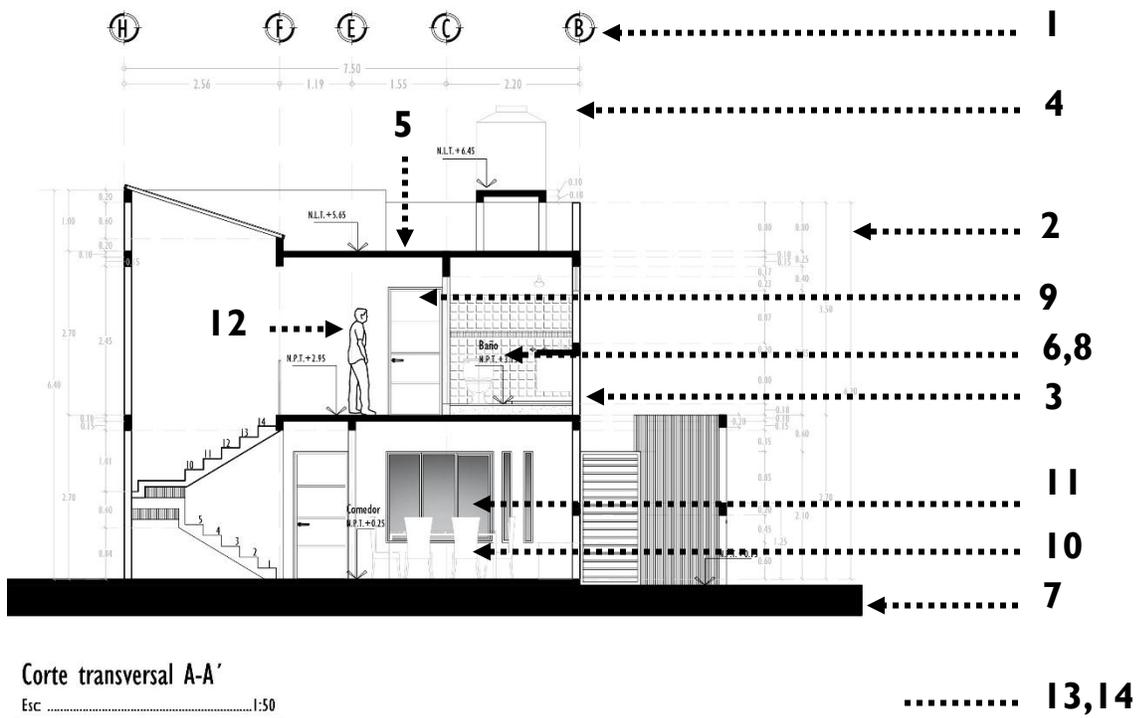


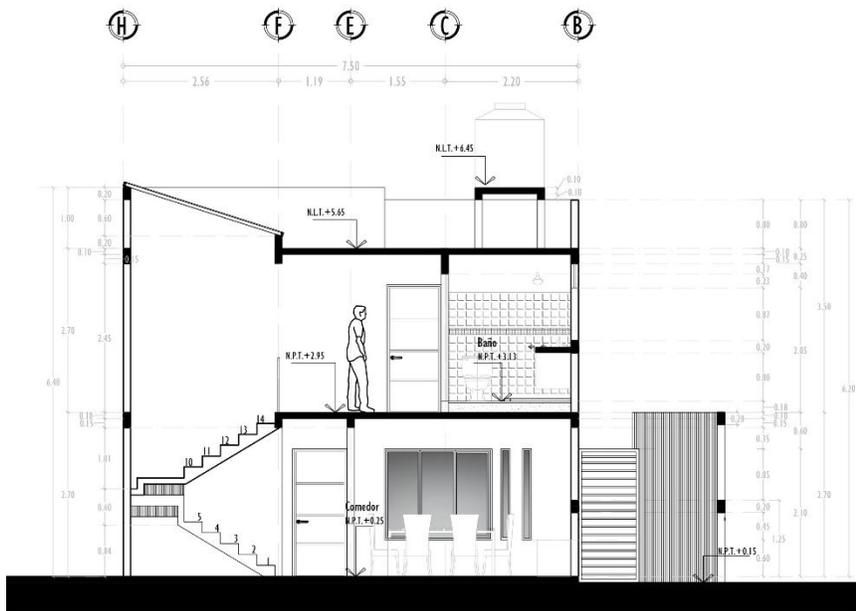
## 4.2. Cortes (secciones).

### 4.2.1. Elementos que componen a un corte.

1. Nomenclatura de ejes
2. Dimensiones, (cotas, generales y particulares; a ejes y a paños)
3. Representación de muros cortados
4. Ejes
5. Elementos estructurales cortados
6. Nombre de los espacios
7. Línea de tierra
8. Niveles de piso terminado (N.P.T.)
9. Puertas y ventanas
10. Mobiliario (acorde al espacio)
11. Texturas (acabados)
12. Escalas humanas
13. Nombre del plano
14. Escala
15. Vegetación

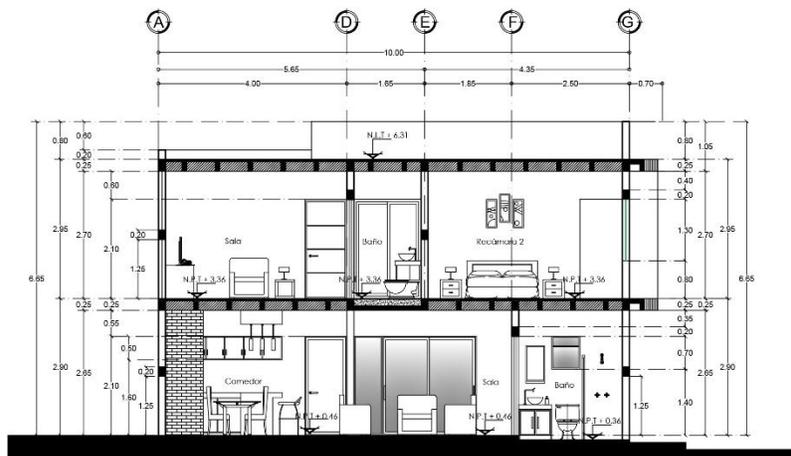
Estos elementos se pueden observar en los siguientes cortes arquitectónicos.





**Corte transversal A-A'**

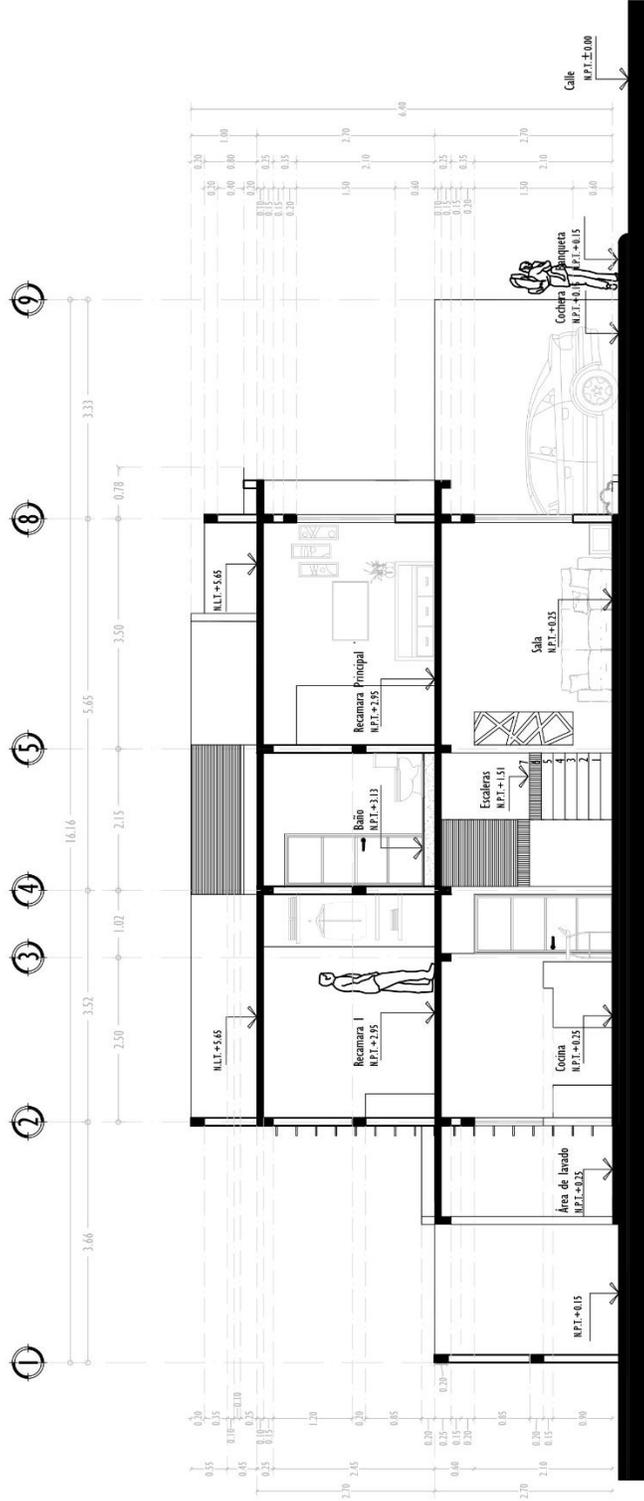
Esc ..... 1:50



**Corte Transversal A-A'**

Esc: 1:75

# Otros ejemplos



Corte longitudinal B-B'

Esc: ..... 1:50

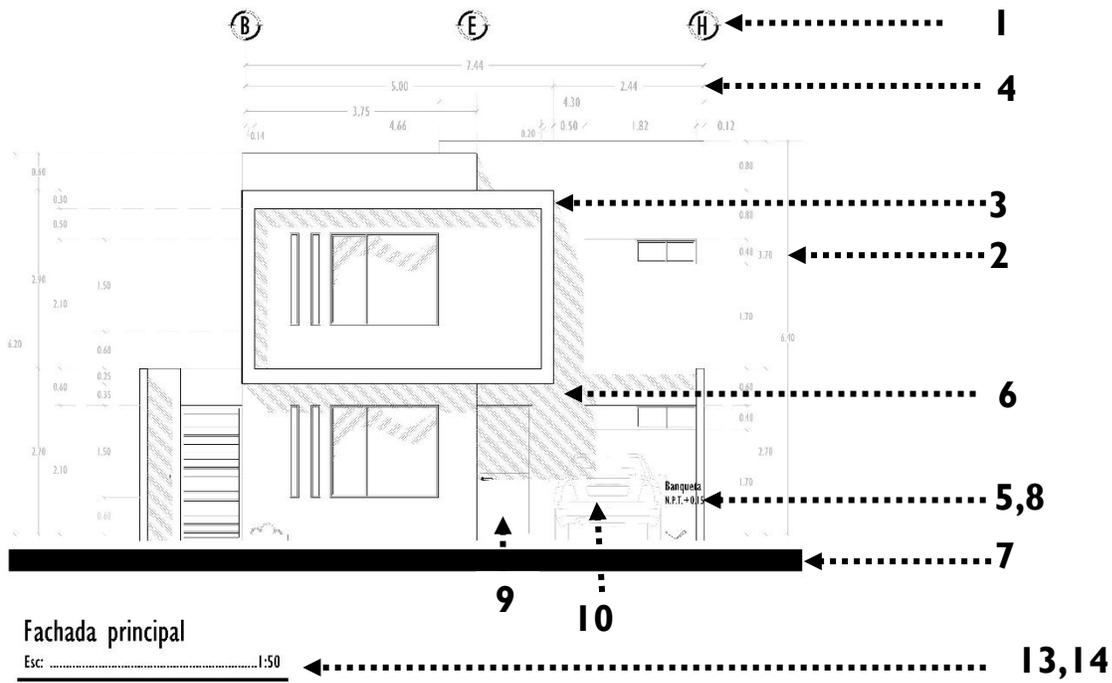


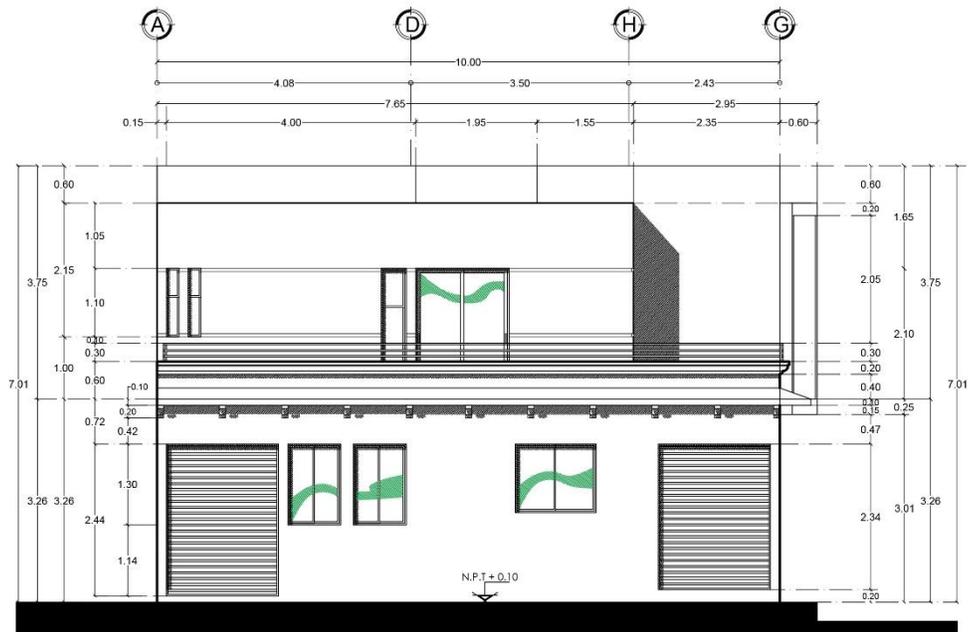
### 4.3. Alzados (Fachadas).

#### 4.3.1. Elementos que componen a un alzado.

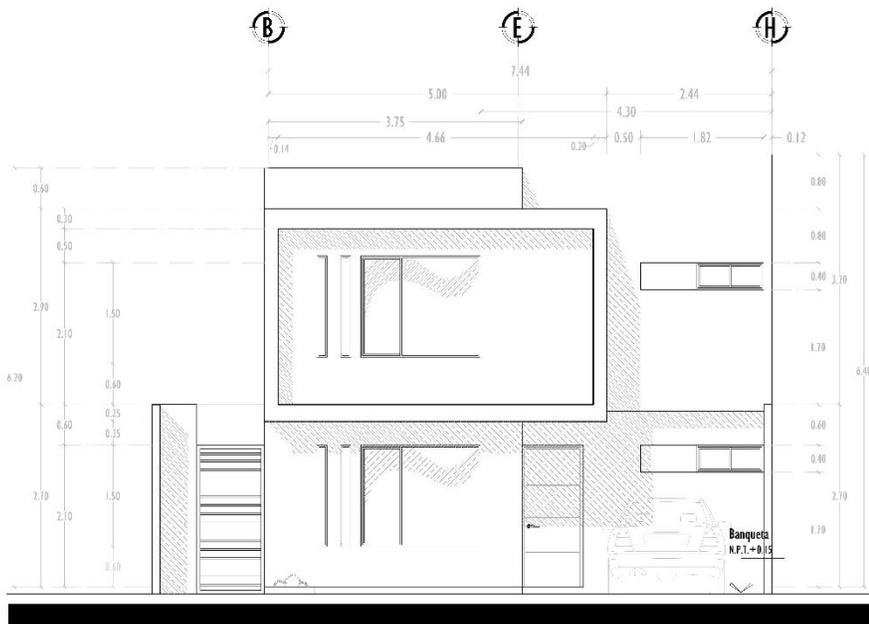
1. Nomenclatura de ejes
2. Dimensiones, (cotas, generales y particulares; a ejes y a paños)
3. Representación de elementos en primer plano
4. Ejes
5. Nombre de los espacios
6. Sombras
7. Línea de tierra
8. Niveles de piso terminado (N.P.T.)
9. Puertas y ventanas
10. Mobiliario (acorde al espacio)
11. Texturas (acabados)
12. Escalas humanas
13. Nombre del plano
14. Escala
15. Vegetación

Estos elementos se pueden observar en los siguientes alzados arquitectónicos.



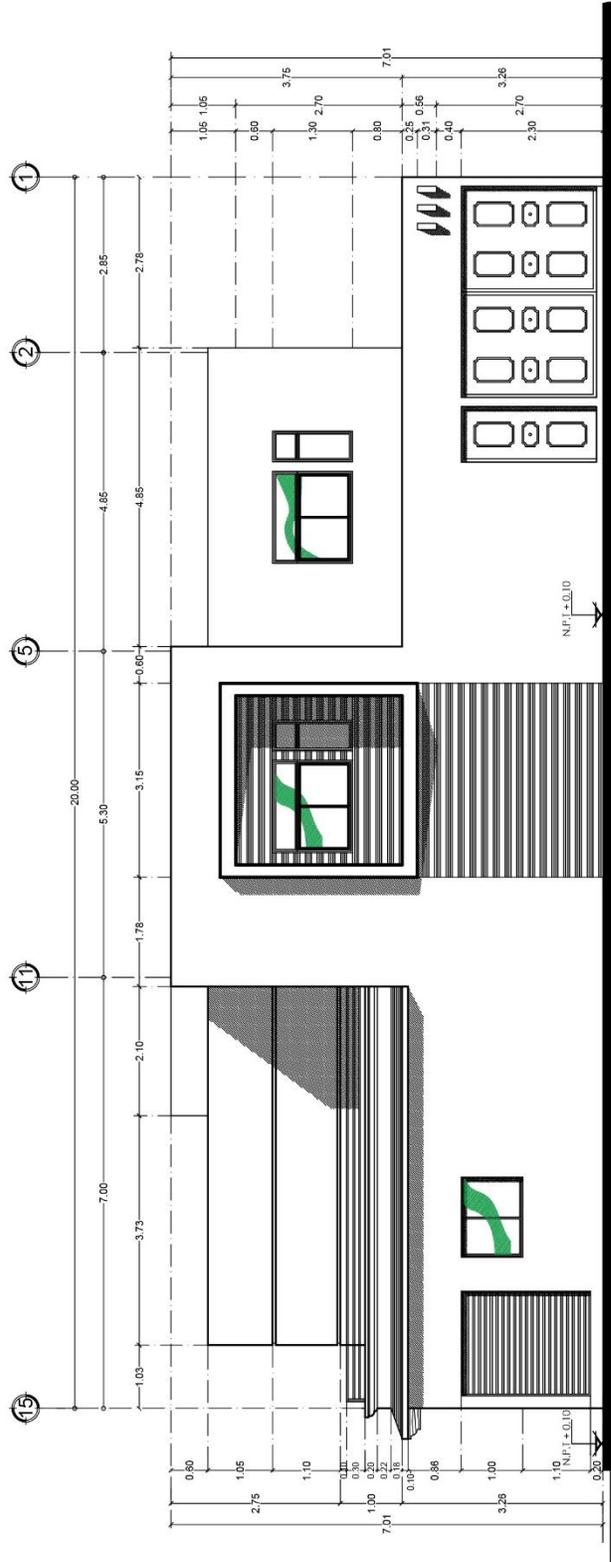


**Fachada Principal**  
 Esc: 1:75



**Fachada principal**  
 Esc: ..... 1:50

4.3.



**Fachada Lateral**  
**Esc: 1:75**

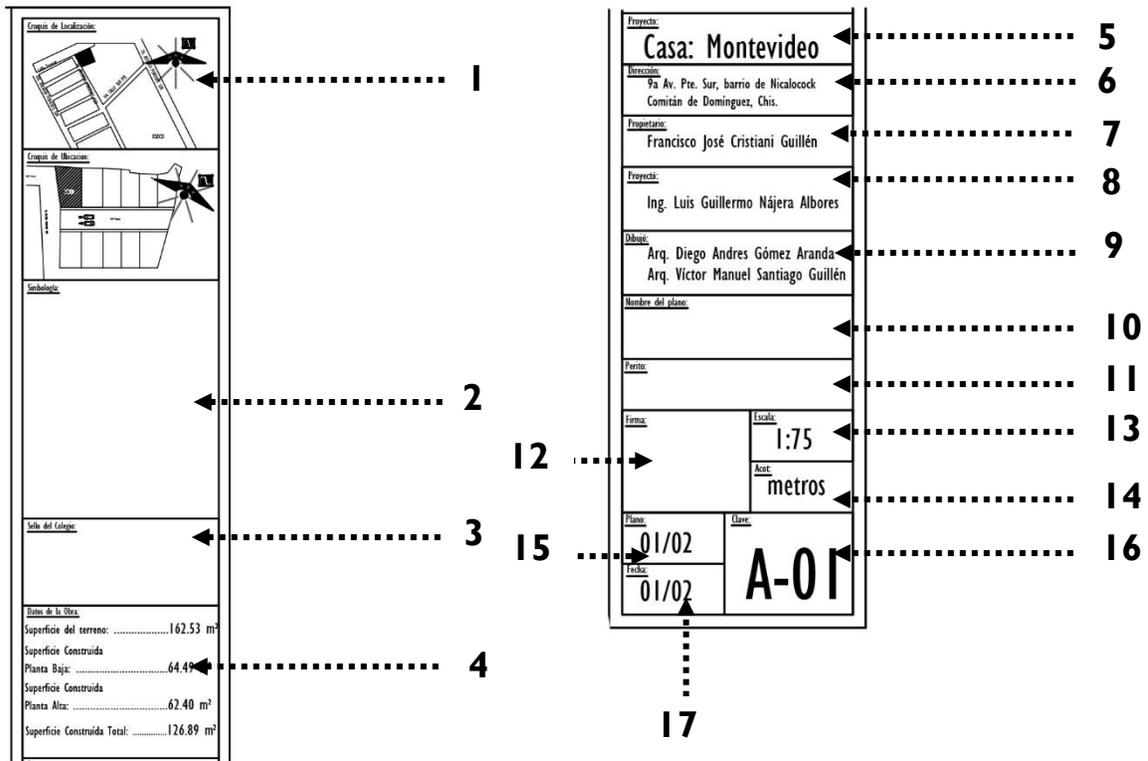
4.4.

## **4.4. Cuadro de datos.**

### **4.4.1. Elementos que componen a un cuadro de datos.**

1. Croquis de localización
2. Simbología
3. Sello
4. Datos de la obra
5. Nombre del proyecto
6. Dirección
7. Propietario o cliente
8. Proyectó
9. Digitalizó
10. Nombre del plano
11. Perito
12. Firma
13. Escalas
14. Acotación
15. No. De plano
16. Clave
17. Fecha

Estos elementos se pueden observar en los siguientes cuadros de datos.

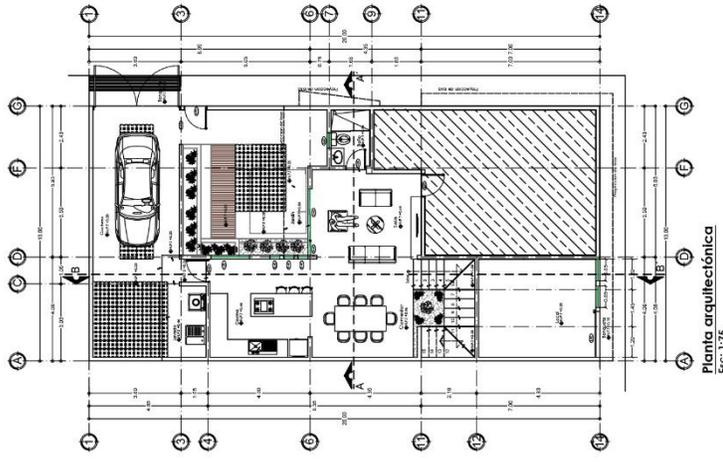
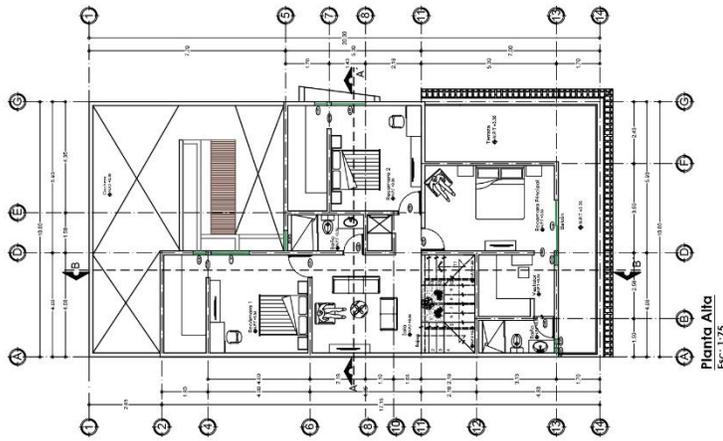
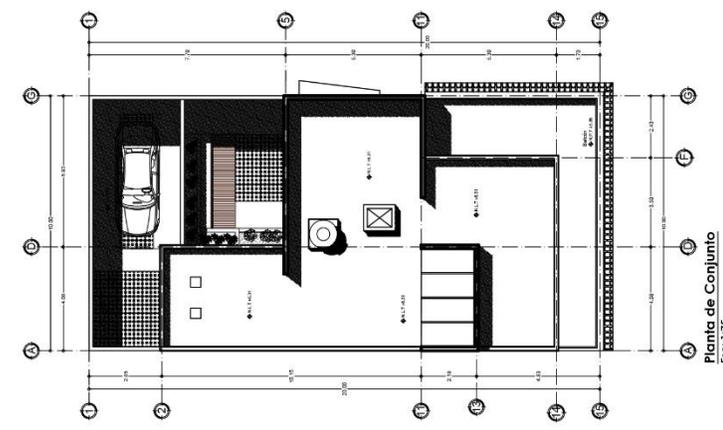








	<b>Nombre:</b> Casa - F <b>Dirección:</b> Calle Polanco, Santiago, Chile <b>Proyecto:</b> C/p. Fincas d	<b>Superficie Al Remite:</b> 200,00 m <sup>2</sup> <b>Superficie Construida:</b> 88,93 m <sup>2</sup> <b>Superficie Cubierta:</b> 177,19 m <sup>2</sup> <b>Plano Área:</b> 206,12 m <sup>2</sup>	<b>Fecha:</b> 01/02/2016 <b>Escala:</b> 1:75 <b>Proyecto:</b> A-01 <b>Fecha:</b> 05/2016
	<b>Arquitecto:</b> Arq. Jorge Andrés Gómez Aranda <b>Arquitecto:</b> Arq. Vicor Manuel Santiago Guillén <b>Planta Arquitectónicas</b>	<b>Arquitecto:</b> Arq. Jorge Andrés Gómez Aranda <b>Arquitecto:</b> Arq. Vicor Manuel Santiago Guillén	





## **Bibliografía básica y complementaria:**

- De la Torre, M. (1991). Geometría Descriptiva. México: UNAM.
- Fernández, S. (2010). La geometría descriptiva aplicada al dibujo arquitectónico. México: Trillas.
- Ching, F. (1999). Dibujo y Proyecto. México: Gustavo Gili.
- Ching, F. (2003). Manuales de dibujo arquitectónico. México: Gustavo Gili.
- Porter, Tom. Goodman, Sue. (1991) Diseño: técnicas gráficas para arquitectos, diseñadores y artistas. México: Gustavo Gili.
- Wang T. (2006). El dibujo arquitectónico: plantas, cortes y alzados. México: Trillas.