

## OPERACIONES CON MATRICES

### Suma.

Dadas dos matrices del mismo orden, A y B, se define su suma como otra matriz, C, del mismo orden que las matrices sumando cuyos elementos se obtienen sumando a cada elemento de la primera matriz, A, el correspondiente elemento de la segunda matriz sumando, B:

*Ejemplo:*

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7+2 & 3+(-1) & 0+0 \\ -1+0 & (2/3)+(1/3) & 3+5 \\ 0+2 & 3+3 & 4+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 8 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

### EJERCICIOS

RELIZAR 6 MATRICES DE 3X3 A, B, C, D, E Y F

SUMAR

A+B = X

C+D = Y

E+F = Z

## RESTA

La resta de dos matrices del mismo orden A y B, se define como la suma de A más la matriz opuesta de B, por lo que resultará ser otra matriz del mismo orden, D, cuyos elementos se obtienen de restar a cada elemento de la primera matriz A (minuyendo) el elemento correspondiente de la matriz que resta, B (sustraendo). A

*Ejemplo:*

$$\begin{aligned} A - B &= \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-2 & 3-(-1) & 0-0 \\ -1-0 & (2/3)-(1/3) & 3-5 \\ 0-2 & 3-3 & 4-1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 4 & 0 \\ -1 & 1/3 & -2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### **EJERCICIOS**

**RELIZAR 6 MATRICES DE 4X4 A, B, C, D, E Y F**

**RESTAR**

**A-B = X**

**C-D = Y**

**E-F = Z**

## PRODUCTO

Dada una matriz  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  y número real  $\alpha \in \mathbb{R}$ , se define el producto de un número por esa matriz como otra matriz  $B$  del mismo orden cuyos elementos se obtienen de multiplicar cada uno de los elementos de  $A$  por el número  $\alpha$ :

### EJEMPLO

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}; \alpha = -2$$
$$\alpha \cdot A = -2 \cdot \begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 \\ -1 & 2/3 & 3 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-2) \cdot 7 & (-2) \cdot 3 & (-2) \cdot 0 \\ (-2) \cdot (-1) & (-2) \cdot (2/3) & (-2) \cdot 3 \\ (-2) \cdot 0 & (-2) \cdot 3 & (-2) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -6 & 0 \\ 2 & -4/3 & -6 \\ 0 & -6 & -8 \end{pmatrix}$$

### EJERCICIO

**REALIZAR UNA MATRIZ A DE 4X4 Y MULTIPLICARLO POR ALFA  $\alpha = -5$**

Para poder multiplicar dos matrices  $A$  y  $B$ , ( $B \cdot A \cdot$ ), el número de columnas de la matriz que multiplica en primer lugar,  $A$ , debe ser igual al número de filas de la matriz que multiplica en segundo lugar,  $B$ . Así pues, dadas dos matrices  $A_{m \times n}$ ,  $B_{n \times p}$ , el resultado de multiplicar  $A$  por  $B$ ,  $B \cdot A \cdot$ , es otra matriz  $C = B \cdot A \cdot$ , con tantas filas como la matriz que multiplica en primer lugar y tantas columnas como la matriz que aparece en el producto en segundo lugar,  $C_{m \times p}$ . Los elementos de la matriz  $C$  se obtienen de multiplicar las filas de la primera matriz por las columnas de la segunda matriz. Ese producto consiste en multiplicar un elemento de la fila por el correspondiente de la columna y sumar el resultado al resto de productos de elementos de esa fila por esa columna.

### EJEMPLO

Este producto de vectores fila por vectores columna se ilustra con el siguiente ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}_{2 \times 2}; B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$
$$A \cdot B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}$$
$$A \cdot B = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{pmatrix}_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13} + a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13} + a_{22}b_{23} \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

**EJERCICIO REALIZAR UNA MATRIZ A DE 2X2 Y UUNA MATRIZ B DE 2X3 Y OBTENER SU PRODUCTO**

## TRASPUESTA DE UNA MATRIZ

A partir de conocer las operaciones básicas con matrices y el concepto de matriz traspuesta, está demostrado lo siguiente:

1.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

$$(A + B)' = (A' + B')$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 3+0 \\ 0+2 & 1-1 \\ 1+0 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(A + B)' = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B' = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A' + B' = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-2 & 0+2 & 1+0 \\ 3+0 & 1-1 & 2+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

**REALIZAR UNA MATRIZ A DE 2X3 Y UNA MATRIZ B DE 2X3 Y DEMOSTRAR:**

1.- La matriz traspuesta de la suma de dos matrices es igual a la suma de las matrices traspuestas de las matrices sumando:

$$(A + B)' = (A' + B')$$